Susanne Gennow

I mars genomfördes återigen en omgång av Kängurutävlingen. Mer än 90 000 svenska elever gavs möjlighet att delta. Som vi nämnt många gånger är själva tävlingen bara en del av Kängurun – Matematikens hopp. Att låta alla elever delta i den är första steget. Nästa steg är att använda problemen i undervisningen. Det kan innebära att låta eleverna, både enskilt och i grupp tänka, resonera och formulera lösningar. ”Arbeta vidare” ger förslag på hur frågeställningen i problemet kan utvecklas. Problemen kan också användas inom ramen för kompetensutveckling. En grupp lärare kan tillsammans resonera kring problemen, resultaten och diskutera olika lösningsmetoder och idéer hur man kan utveckla problemen. Att sammanställa statistik över elevernas valda svarsalternativ ger mycket värdefull information. Här finns ett stort datamaterial som skulle vara intressant att ta del av. Tyvärr är det alltför få skolor som rapporterar in denna statistik. Nedanstående tabell redovisar för varje tävlingsnivå, antal anmälda skolor, antal skolor som rapporterat in deltagande elever, antal skolor som redovisat någon statistik och antal skolor som redovisat fullständig statistik.

Vi kan konstatera att det var 82,5 % av anmälda skolor som rapporterade in antal deltagande elever, av dessa skolor var det knappt hälften som rapporterade in någon statistik och 41 % som lämnade fullständig statistik.

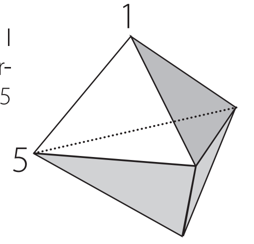
Vi kan jämföra rapporteringen för Cadet med vårt grannland Finland. I Sverige anmälde 305 skolor att de ville delta, 238 av dessa skolor rapporterade tillsammans in att 15579 elever deltagit. Men det var bara 87 skolor som rapporterade in någon form av statistik och 63 skolor som redovisade fullständig statistik. Den statistiken omfattar 2634 elever, dvs 17 % av deltagande elever.

Många efterfrågar internationella jämförelser eftersom Kängurutävlingen är internationell, i år med 5,5 miljoner deltagare varav 1,8 milj från Ryssland. Det är dock svårt att göra denna jämförelse då rapporteringen i Sverige är så låg.

De senaste åren har ett av tävlingsproblemen analyserats internationellt. I år var det statistik från problemet överst på nästa sida som skulle redovisas. Problemet fanns med som Benjamin 19, Cadet 17, GyCadet 19, Junior 6 och Student 5. Uppgiften är alltså bland de sista i Benjamin och Cadet.

Tävlingsklass	Anmälda	Deltagare	Någon statistik	Fullständig statistik
Ecolier	724	570	324	283
Benjamin	832	742	332	278
Cadet	305	238	87	63
GyCadet	55	37	22	17
Junior	42	30	23	16
Student	25	20	16	11
Summa	1983	1637	804	668

Bilden visar en geometrisk kropp som är uppbyggd av 6 triangulära sidor. I varje hörn av den kroppen finns ett tal. Vi beräknar summan av talen i hörnen för varje sida. Alla sidor har samma summa och två av talen är 1 och 5 som på bilden.
Vad blir summan av alla de fem talen?



A: 9 B: 12 C: 17 D: 18 E: 24

I tabellen redovisas den lösningsfrekvens i % som vi rapporterade in från Sverige.

	åk 5	åk 6	åk 7	åk 8	åk 9	MaA	MaB	MaC	MaD	MaE
pojkar	23,6	25,4	25,2	24,9	28,1	25,1	32,3	41,8	39,3	72,7
flickor	21,6	19,3	23,1	21,4	24,7	22,2	29,9	37,8	40,6	70,0

Hur många elever hann inte med den? Vi kan inte svara på det, ej heller se svarsfrekvensen för de felaktiga alternativen. Det vi kan avläsa är att det inte är någon större skillnad på lösningsfrekvensen mellan eleverna i åk 5 i grundskolan och de elever som läser MaA i gymnasiet. Hur har de svenska eleverna klarat uppgiften jämfört med andra länder?

I tävlingsklass Cadet har 18 länder rapporterat in statistik. Alla utom Sverige har rapporterat in hur många elever som deltagit, svarsfrekvens för respektive alternativ samt hur många som inte har lämnat svar.

Finland hade valt att placera problemet som nr 14 av 24, dvs de finska eleverna mötte problemet tidigare än de svenska. Placeringen verkar dock inte ha så stor betydelse om vi ser till den från Finland rapporterade statistik. Svaren från 6207 elever fördelar sig mellan de olika svarsalternativen så här:

A	4,9 %	302 st
B	9,5 %	589 st
C	16,9 %	1051st
D	9,6 %	595 st
E	8,6 %	535 st
X	50,5 %	3135 st

Vid X redovisas andelen elever som inte har besvarat uppgiften, den är så hög som 50 %. Överhuvudtaget är andelen elever som inte löst uppgiften hög, drygt en tredjedel av länderna anger mellan 40 och 50 %. 11 länder rapporterar en lösningsfrekvens i intervallet 23 % – 28 %, 6 länder under 20 %.

Från vår redovisning kan vi inte avgöra om detta är ett svårt problem. Det är alltför mycket vi inte vet, bl a om de rapporterade eleverna utgör ett representativt urval. Ser vi till vad övriga länder rapporterat kan den höga andel som inte har svarat tyda på att eleverna inte vet hur de ska angripa problemet och att de därför har hoppat över det utan att ens ha gissat. Det är bättre att gå vidare till nästa, eftersom de inte har många minuter till varje problem.

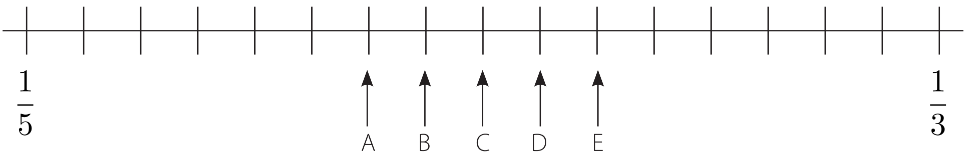
En annan intressant uppgift, är det som finns överst på nästasida. Problemet kom som nr 12 för åk 8 och 9, som nr 13 för MaA, dvs flertalet elever bör ha hunnit med den. Den rapporterade lösningsfrekvensen såg ut så här:

	pojkar	flickor
åk 8	13,4 %	8,2 %
åk 9	13,2 %	10,3 %
MaA	22,8 %	21,1 %

Eftersom den är så låg för både årskurs 8 och 9 skulle det ha varit av intresse att veta frekvenserna för övriga svarsalternativ samt hur många elever som inte har lämnat svar.

Vad är det som gör att eleverna inte klarar detta problem? Är det svårt? Brister det i elevernas begreppsförståelse? Eller är det förståelsen för tallinjens indelning som brister när den omfattar ett område begränsat av tal i bråkform? Det finns många frågor att ställa.

12. Talen $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{5}$ är utsatta på tallinjen. Var ska $\frac{1}{4}$ placeras?



Vi vet att bråk är ett område där elevernas kunskaper är bristfälliga, något som även har påtalas från högskolan. Jag blev nyfiken på hur eleverna skulle klara problemet om de bara ska lösa just det. Jag bad därför mina kollegor på Danderyds Gymnasium att genomföra en undersökning i sina undervisningsgrupper. Vi har naturvetar- och samhällsvetarprogram. Undersökningen är genomförd på elever som läser MaA, MaB och MaC. I MaA har vi inledningsvis under höstterminen arbetat med tal i bråkform. Eleverna fick uppgiften på ett papper där de skulle markera talets placering och helst ge någon form av motivering eller tankegång. Tiden de fick använda till problemet begränsades till fem minuter. Lärarna samlade sedan in lapparna och därefter fick klassen tillsammans resonera om korrekt svar och lösning.

Många elever löste problemet genom att göra liknämnigt och räkna skalstreck. Andra insåg att man bör göra bråken liknämniga, men var sedan osäkra, varför resultatet kunde bli B eller C. Andra föredrog att arbeta med decimalform och omvandlade till 0,20, 0,25 och 0,33. Därifrån kunde det bli korrekt svar men även alternativ B, C eller inget svar alls. Några avrundade 0,33 till 0,3 och utifrån den grova avrundningen blir resultatet alternativ C. Många motiverade alternativ C med att skriva att $\frac{1}{4}$ ligger mitt emellan $\frac{1}{5}$ och $\frac{1}{3}$. En del elever visste inte hur de skulle angripa problemet och lämnade inget svar. Drygt 500 elever har medverkat och knappt 50 % av dem har svarat alternativ A, alla har dock inte motiverat sitt svar. 30 % väljer alternativ C, men även där saknas en del motiveringar.

Jag hoppas att ni som upptäckte dåliga resultat på denna uppgift tog tillfället i akt och arbetade vidare med den. Det är en bra idé att gå tillbaka till tidigare behandlade områden. Ofta kan eleverna klara räkning med bråk på ett test nära i tid efter avslutat arbete med sådan. Men har eleverna bara lärt sig metoder som sen glöms eller har de fått verklig förståelse? Efter en tid kan det vara lämpligt att plocka fram ett sådant här problem och låta eleverna arbeta med det enskilt under några minuter.

Ett problem från årets Cadet som skulle kunna inleda en lektion i många årskurser är:

I likheten

$$\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$$

står varje bokstav för en siffra. Ingen siffra kan motsvaras av mer än en bokstav. Hur många värden kan produkten $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$ ha?

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

Här spelar varje bokstav rollen av ett ensiffrigt tal som ingår som faktor i likheten. Det är ett av dessa tals roll som efterfrågas. Förståelsen för multiplikation med noll är en kunskap av betydelse t ex vid ekvationslösning. Den redovisade lösningsfrekvensen för detta problem:

	pojkar	flickor
åk 8	10,5 %	10,1 %
åk 9	12,8 %	12,6 %
MaA	14,6 %	12,6 %

För den som inte redan har deltagit i tävlingen kan en bra början vara att plocka ut några enskilda problem och låta eleverna arbeta med dem. Det ger många tillfällen till att resonera matematik och utveckla många olika förmågor. På *Kängurusidan* på ncm.gu.se finns statistik med lösningsfrekvens för varje uppgift och förslag på hur man kan arbeta vidare med dem.