Susanne Gennow

Räkna med 2009

Vi har tidigare nämnt att någon form av geometri förekommer i ca 30 % av problemen i en Känguruomgång. Varje år förekommer även problem där tävlingsåret dyker upp. Det kan vara allt från att använda grundläggande räknefärdigheter på siffrorna för innevarande år till speciella egenskaper för det tal som året representerar. Här kan egenskaper hos heltal såsom delbarhet, primtalsfaktorisering och siffersumma förekomma.

Snart är det dags för årets tävling, torsdagen 19 mars 2009 är officiell tävlingsdag och inför den dagen kan man fundera på vilka egenskaper talet 2009 har. De tänker jag inte gå in på här utan istället presentera några årtalsproblem som har förekommit under de 10 år som Sverige har deltagit i Kängurutävlingen. Här presenteras problem i sin originalversion men flera av dem går att omarbeta till att passa år 2009. Det kan vara en utmaning till eleverna.

Det första problemet på Benjamin 2008 testade grundläggande räknefärdighet:

Vilket är minst?

A: $2 + 0 + 0 + 8$
B: $200 - 8$
C: $8 + 0 + 0 - 2$
D: $2 0 \cdot 0 \cdot 8$
E: $(2 + 0) \cdot (0 + 8)$

Tyvärr var inte andelen rätta svar så lysande:

Nivå	P %	F %	Alla
Benjamin åk 5	36	33	34
Benjamin åk 6	43	41	42
Benjamin åk 7	47	42	45

En liknande kommentar hörde jag från en av Frankrikes representanter vid höstens konstruktionsmöte då ett liknande problem med 2009 diskuterades. Vad resultatet blir när noll ingår i en multiplikation är ingen självklarhet för många elever.

Ett liknande problem fanns med på Benjamin 2003 som nr 8:

Vilket av dessa tal är störst?

A: $2 + 0 + 0 + 3$
B: $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 3$
C: $20 \cdot 0 \cdot 3$
D: $(2 \cdot 0) + (0 \cdot 3)$
E: $(2 + 0) \cdot (0 + 3)$

Här varierade lösningsfrekvensen från 43 % i åk 5 till 56 % i åk 7.

Siffersumma är ett begrepp som ofta finns med. Det är användbart för att undersöka delbarhet med 3 och 9. Här följer några problem av detta slag som har givits under åren.

Det första fanns med i den senaste tävlingsomgången, både på Benjamin (nr 20) och Junior (nr 15). Det är ett bra exempel på något som kännetecknar Känguruproblem, de kräver inte alltid avancerad matematik utan bygger mer på begreppsförståelse och kreativitet:

> 1000 siffror är skrivna i en rad så här: 20082008 ..... 2008. Man ska sudda bort så många siffror som möjligt i raden. Siffersumman av det som blir kvar ska vara 2008. Hur många siffror kan man som mest sudda bort?
>
> A: 260 B: 510 C: 746
> D: 1020 E: 132

Resultatmässigt är inte skillnaden så stor mellan eleverna i åk 5 och de som går på gymnasiet och läser MaB:

Nivå	P %	F %	Alla
Benjamin åk 5	30	26	28
Benjamin åk 6	33	28	31
Benjamin åk 7	30	25	28
MaB	44	41	42
MaC	62	48	56

År 2007 kan man hitta följande problem nr 6 på Ecolier som också behandlar siffersumma:

> Vilket är det första talet efter 2007 som har samma siffersumma som 2007?
>
> A: 2115 B: 2008 C: 7002
> D: 2070 E: 2016

Det här problemet var svårt för eleverna i åk 3 och 4, cirka 13 % klarade det.

Ett annat problem som man kan arbeta med i flertalet årskurser och där siffersumma kan vara användbart i lösningen är Student nr 11, 2008:

> Nora vill komplettera 2_ _8 till ett fyrsiffrigt tal som är jämnt delbart med 3. Hur många olika möjligheter finns det?
>
> A: 29 B: 30 C: 19 D: 20 E: 33

Här följer ytterligare några problem där siffersumma är involverat, de är hämtade från Junior och Student. I ett av problemen figurerar även begreppet primtal. Det kommer även med i ett problem där man efterfrågar antal nollor i slutet på produkten av ett visst antal primtal.

> Talet A = 11111...111 består av 2003 siffror, alla lika med 1. Vilken är siffersumman av produkten $2003 \cdot A$?
>
> A: 10000 B: 10015 C 10020
> D: 10030 E $2003 \cdot 2003$
>
> (Junior nr 7, 2003)

> Hur många primtal mindre än 2001 har en siffersumma lika med 2?
>
> A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: fler än 4
>
> (Junior nr 7, 2001)

> Hur många tal från 1 till 10^{2001} har siffersumman lika med 2?
>
> A: 2007006 B: 2005003 C: 2003001
> D: 2005002 E annat svar
>
> (Student nr 27, 2002)

> Ett heltal p är ett primtal om $p \geq 2$ och de enda delarna till p är 1 och p. Låt M vara produkten av de första 2002 primtalen. Hur många nollor finns det i slutet på talet M?
>
> A: 0 B: 1 C: 10 D: 20 E: 100
>
> (Junior nr 8, 2002)

Jämna och udda tal är också begrepp som är tacksamma att arbeta med. Vad händer vid addition och multiplikation av jämna och udda tal?

> Vilket av följande tal är udda för varje heltal n?
>
> A: 2003n B: $n^2 + 2003$ C: n^3
> D: $n + 2004$ E: $2n^2 + 2003$
>
> (Junior nr 4, 2003)

Avslutningsvis vill jag presentera några roliga problem där man kan diskutera lösningsstrategier.

> Edward har 2004 glaskulor. Hälften av dem är blå, en fjärdedel av dem är röda, och en sjättedel är gröna. Hur många kulor har någon annan färg?
>
> A: 167 B: 334 C: 501
> D: 1002 E: 1837
>
> (Gymnasiets Cadet nr 4, 2004)

Fyra ekorrar åt 1999 nötter. Var och en av dem åt minst 100 nötter. Den första ekorren åt fler nötter än de andra. Den andra och tredje åt tillsammans 1265 nötter. Hur många nötter åt den första ekorren?

A: 598
B: Inget av de föreslagna alternativen
C: 629
D: 634
E: 721

(Benjamin nr 23, 1999)

På två långa bord ligger varsin rad med 2001 nötter. Piff plockar upp nötter från ena bordet. Först tar han var tredje nöt, sedan var femte av de återstående nötterna. Puff plockar upp nötterna från det andra bordet. Han tar först var femte nöt och därefter var tredje av de återstående nötterna. Vilket av följande är korrekt?

A: Piff får 3/5 av vad Puff får.
B: Puff får 3/5 av vad Piff får.
C: Puff får 1 mer än Piff.
D: Piff får 1 mer än Puff.
E: Piff och Puff får lika många.

(Cadet nr 12, 2001)

Hur många fyrsiffriga tal, där alla fyra siffror är olika, är delbara med 2006?

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

(Junior nr 5, 2006)

Bill fick en ask med 2000 karameller i fem olika färger. Det fanns 387 vita, 396 gula, 402 röda, 407 gröna och 408 bruna karameller. Bill bestämde sig för att äta karamellerna på följande vis: han tog slumpmässigt (utan att titta) tre karameller ur asken. Om de alla hade samma färg så åt han upp dem, annars lade han tillbaka dem i asken. Han fortsatte på detta sätt tills det fanns två karameller kvar i asken. Vilken färg hade de?

A: vit B: gul C: röd D: grön E: brun

(Cadet nr 22, 2000)

I en väska ligger det 17 kulor som är numrerade 5, 130, 255, 380, 505, ..., 1755, 1880, 2005. (Det vill säga 5 + 125k, k=0,1,...,16.) Om vi tar upp några kulor på måfå, hur många måste vi minst ta upp för att vara säkra på att det bland dem ska finnas två vars summa blir 2010?

A: 7 B: 8 C: 10 D: 11 E: 17

(Student nr 18, 2005)

Lösningar och "arbeta vidare" finns till de flesta av problemen på ncm.gu.se/kanguru.