



3442 Köp äpplen!

Äpplen 3 kr styck
Päron 5 kr styck

På hur många olika sätt kan du handla äpplen och päron för precis 100 kr?

3443 Primtal

Låt p vara ett primtal större än 3.

Vilket är det största tal som delar talet $p^2 - 1$?

Kan du bevisa det?

3444 Falskt mynt

Nio mynt ser likadana ut. Vi vet att ett av mynten är falskt och är lättare än de övriga. Hur kan man hitta det falska myntet med så få vägningar som möjligt på en balansvåg?

3445 Bilresa

Om man åker bil från Malmö till Stockholm via Göteborg, så är körsträckan 15 mil längre än om man åker direkt. Om man åker till Göteborg från Malmö via Stockholm är körsträckan 83 mil längre än om man åker direkt.

Är det med denna information möjligt att beräkna körsträckan mellan Göteborg och Stockholm?

I så fall, hur långt är det?

3446 Balansproblem

Du har en balansvåg och ska ordna ett antal nästan lika tunga föremål efter vikt. Hur många vägningar behöver du göra om antalet föremål är 2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, n st föremål?

3447 Saknat tal

Vilket tal saknas i följande talföljd?

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 22, 24, ____, 100, 121, 10000

Kommentarer

3442 Om man bara köper päron får man precis 20 st för 100 kr. Tre päron kan bytas ut mot fem äpplen. Gör man det systematiskt kan man hitta alla lösningarna.

Det går också att beskriva och lösa problemet med en Diofantisk ekvation, $3x + 5y = 100$ ($x, y \geq 0$)

3443 $p^2 - 1$ kan skrivas som produkten av $(p - 1)$ och $(p + 1)$. Talraden: ..., $(p - 1)$, p , $(p + 1)$, ...

Om p är primtal > 3 måste $(p - 1)$ och $(p + 1)$ vara delbara med 2, 3 och 4, som har produkten 24.

3444 Jämför vikten av tre av mynten med tre andra. Det falska finns bland de som väger lättast eller, om de väger lika, bland de tre ovägda. Jämför sedan två av de tre misstänkta mynten.

3445 Låt a vara sträckan Malmö–Gbg, b sträckan Gbg–Sthlm och c sträckan Malmö–Sthlm.

Då har vi att $a + b = c + 15$ och $c + b = a + 83 \Rightarrow b = 49$.

3446 Två föremål kräver 1 vägning, tre kan kräva 3 vägningar, fyra föremål kan kräva 6 vägningar, osv.

Med n st föremål kan det komma att krävas $n(n - 1)/2$ vägningar.

3447 Talfölden kan vara talet sexton skrivet i olika baser. Första är i bas 16 ($1 \cdot 16 + 0 \cdot 1$), andra i bas 15 ($1 \cdot 15 + 1 \cdot 1$), ... till det sista i bas 2 ($1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1$). Det sakande talet är då sexton skrivet i bas 5 ($3 \cdot 5 + 1 \cdot 1$), alltså 31.