

DPL 37: Tre problem

DPL är tar denna gång sin utgångspunkt i tre problem med anknytning till Matematikbiennalen 2008

Under Matematikbiennalen 2008 hade Norio Torimoto ett föredrag om vinkelns tredelning med origami. Han presenterar föredraget på följande sätt:

På matematikbiennalerna i Norrköping och Malmö och på ICME 10 i Köpenhamn visade jag origami som verktyg för matematisk problemlösning. Jag visade olika fenomen som att "se Pythagoras sats med origami" och att "skapa gyllene snittets proportioner med origami". Origami kan ersätta passare och linjal i många sammanhang. Men den här gången visar jag ett exempel på något som passare och linjal inte kan.

Det antika problemet att tredela en vinkel bevisades av Gauss i början av 1800-talet vara olösligt med passare och (ograderad) linjal.

Med origami, pappersvikning, finns det däremot en häpnadsväckande enkel metod, som samtidigt ger kul och pedagogisk träning på begreppen rätvinklig och likbent. Man gör bara ett par vikningar, så har man tre stycken likformiga trianglar som delar vinkeln. Det är en fantastisk metod som upptäckts av min kollega Hisashi Abe.

Vikningsprocessen finns presenterad på nästa sida.

129. Varför är de tre markerade vinklarna i bild 6 lika stora?

Nämnamnaren hade traditionsenligt ett Biennialproblem som ni kan läsa mer om på annan plats i detta nummer. Ett av lösningsförslagen såg ut som följer

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 + 1 = 2521$$

130. Hur har den som löst problemet tänkt?

Strax före Biennalen anordnades MADIF, som är ett matematikdidaktisk forskningsseminarium. I sitt bidrag till konferensen presenterade John Mason följande uppställning:

$$\begin{array}{r} 79645 \\ 64789 \\ 30 \\ 2420 \\ 361635 \\ 54242840 \\ 4236423245 \\ 28634836 \\ 497254 \\ 5681 \\ \hline 63 \\ \hline 5160119905 \end{array}$$

131. Vad är detta för uträkning?

I alla dessa tre uppgifter kan man säga att ett svar är givet men vi ombeds säga något om processen som ledde fram till svaret. I uppgift 1 ges processen av vikningen. I uppgift 2 ger uträkningen en antydning om hur personen tänkt. Om man löst Biennialproblemet själv kan man jämföra med sina egna tankegångar. Om inte kan man direkt från den presenterade uträkningen försöka se hur den relaterar till originalproblemet.

I uppgift 3 finns en process inbyggd i form av den underliggande algoritmen som används vid uträkningen. I sin artikel ber John

Mason oss att försöka följa hur vi själv förflyttar vår uppmärksamhet när vi försöker skapa mening i uträkningen. En intressant övning.

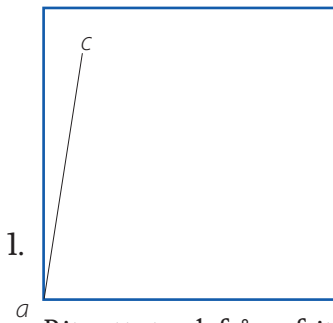
Att studera processer som leder fram till en lösning är intressant för att de visar det mänskliga arbetet bakom den matematiska lösningen. När lösningar presenteras i skrift är de ofta polerade och visar egentligen inte hur personen som löst problemet kommit fram till just den lösningen. Jag gillar den överstrukna sexan i uträkningen i problem 2. Den borde egentligen inte vara med, men

det är ändå sexan som ger den bästa ledtråden till hur problemlösaren tänkt.

LITTERATUR

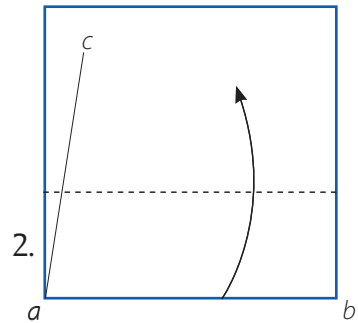
Mason, John. (2008). *A Study of the Movement of Attention: The Case of a Reconstructed Calculation.*
www.mai.liu.se/SMDF/madif6/Mason.pdf

Ola Helenius

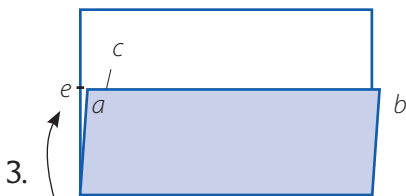


1.

Rita ett streck från a fritt som ovan.

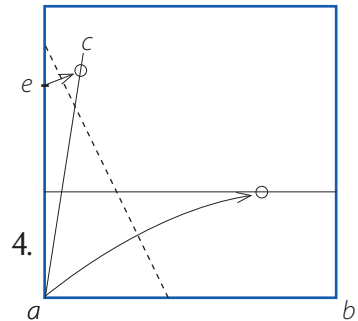


2.

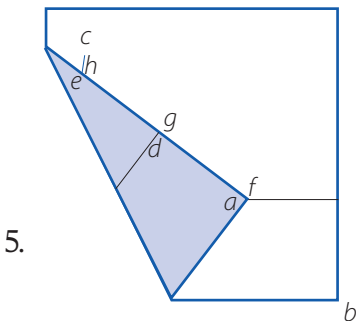


3.

Markera punkt e . Vik sedan upp.

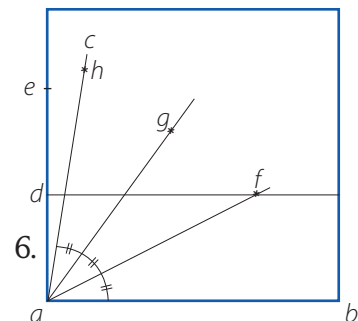


4.



5.

Markera punkt a, d och e på vita sidan som f, g och h . Vik sedan upp.



6.

Rita streck från a till g och a till f . Nu delas vinkeln cab i tre lika. Men varför är de tre vinklarna lika stora?