

Talpyramider

Vid *Matematikkens dag 2006*, som arrangerades av *LAndslaget for Matematikk I Skolen, LAMIS*, presenterade författaren en aktivitet med talpyramider som ger färdighetsträning och undersökning samtidigt.

Skolorna kunde via nätet hitta arbetsmaterial och även lämna in resultat av elevernas undersökningar.

Se vidare UPPSLAGET i detta nummer!

Vil du ta elevene med inn i en tallverden med tallregning der første-klassingene (og alle andre) både på grunnskole og videregående kan delta? Men vent litt. Først to digresjoner, en pedagogisk og en matematisk.

Undersøkelser- og kontorlandskaper

Ole Skovsmose hevder – med rette tror jeg – at elevene bør få arbeide både i undersøkelseslandskap og kontorlandskap. Da vi snakket sammen på sommerkurset på Brandbjerg i 2005, sa han at barna kan gå trøtt av for mye utforskning og opplevelsesglede. De kan trenge perioder med roligere rutinearbeid og trening før de igjen får overskudd og lyst til mer moro og utforskning i matematikkens verden. Så rett, så rett. Men siden har jeg tenkt: Er det alltid så stor forskjell mellom de to landskaper? Er det ikke vanligvis rutinearbeid i forskning? Og vil ikke mange barn lete etter system i rutineoppgaver, for å få det unnagjort?

Tall, tallrekker og -flater

I tallenes verden er det uendelig mange tall. Alle tall er ordnet systematisk i tallrekka, der hvert tall er 1 mer (eller mindre) enn sin nabo. Men vi har også andre tallrekker med andre sprang, jevnt som i gangetabellene,

eller på andre vis som i odde-, trekant-, kvadrat-, oblong- og Fibonaccitallene. Disse rekkene finner vi igjen i to store tallflater: Gangetabellen og Pascals talltrekant.

Når vi ser på problemet med tallpyramider, så finner vi innslag av begge to, men kanskje også noe nytt. Jeg tror vi finner nye tallrekker, men jeg vet ikke. Jeg har faktisk ikke forsket problemet til bunns. Som Geir Botten sier: "Det er det vi har elever til." Og her, hvor tall og elever møtes, plasserer vi tallpyramidene.

Hva er tallpyramider?

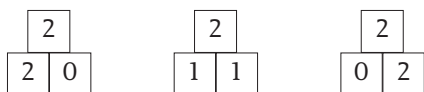
Tallpyramider er et addisjonssystem der hvert tall er en sum av de to tallene nedenfor, altså opp ned i forhold til Pascal. Det er en måte å summere to eller flere tall på, ved at summen av to og to tall skrives over de to tallene. Det er eneste regel. Dette er en kjekk måte å regne på som også første-klassinger får til.

Jeg aner ikke hvem som oppfant tallpyramidene. Jeg går ut fra at jeg har dem fra andre, men jeg var i alle fall med på å presentere dem i heftet *Matematikkens dag 2006*. (Siden denne artikkel forhåpentligvis gjengis også i to ikke-norske nordiske land, skyter jeg inn at LAMIS, det norske *LAndslaget for Matematikk I Skolen*, hvert år utgir et hefte med aktiviteter til en eller flere matematikkdager.)

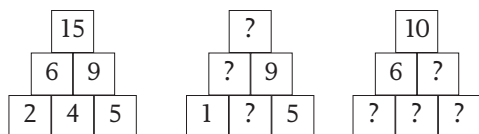
Hva er utfordringen?

Utfordringen er å finne systemet. Hvor mange mulige bunnlinjer kan det være i en tallpyramide med et gitt antall etasjer etter gitte regler?

To-etasjes pyramider er enkle (men ikke de enkleste). Da finner vi bare ut hvor mange ulike måter en kan lage et tall som sum av to mindre tall. (Hvorfor ikke også ta med negative tall?)



Tre-etasjes pyramider er også nokså enkle. Det klarer mange barn i småskolen (i alle fall 9-åringer), med litt veiledning. Når det gjelder pyramider med 4 etasjer og flere må en arbeide meget systematisk for å finne tallrekkene.



På Matematikkens dag fikk skolene muligheter til å sende resultatene til LAMIS.

Og hvorfor var det så få som sendte inn? Det kan ha noe med skolekultur å gjøre: Hvordan kan vi gi barna en oppgave der vi ikke har fasit? Hørt om Nysgjerriger og Unge forskere? Ja, men går det an med matematikk?

Dessuten: Matematikkens dag er en morsom affære. Ingen vil vel gå glipp av noe, så elevene flyr innom alle stasjoner og får litt moro på hver stasjon. Men sånn kan det jo ikke være på en skole, så mange organiserer aktiviteten i hjel ved at de avsetter en viss tid på hver post, og slikt blir det ikke forskning av. For dette er en oppgave som krever tid og tålmodighet.

Alle som sendte inn svar var begeistret over arbeidet med Matematikkens dag, der Tallpyramider altså bare var en av aktivitetene. Løsningene på pyramideproblemene var forskjellige. De fleste hadde funnet et system i 3-etasjes pyramider, men på forskjellige måter. Jeg håper å komme tilbake med innsendte klipp fra elevene som deltar. Jeg vil så gjerne gi de nordiske elever sjanse til å oppleve oppdagerglede i tallenes verden.

Skriv ut arbeidsark og sett i gang:

1. Skriv inn noen tall i bunnen. Hva blir tallet på toppen?
Prøv flere tallpyramider.
2. Bytt rundt på plassene på tallene du hadde nederst. Skjer det noen forandring på toppen av tallpyramiden?
3. Hvis du vil ha 10 øverst, hva kan da stå nederst?
4. Hvor mange forskjellige mulige "bunnlinjer" finnes for å ha "10 på topp"?
5. Praktisk valg: Etter hvert har du kanskje ikke bruk for pyramider for å regne dette ut. Du regner gjerne topp-tallet ut i hodet. Tabeller med bare bunnlinjer er vedlagt.
6. Hvordan er forresten sammenhengen mellom bunntallene (og deres plassering) og topptallet? Kan dere beskrive sammenhengen med ord, eller kanskje med en formel?
7. Hva er tillatt? Vil du/dere godkjenne speilinger? Altså: er 7,1,1 det samme som, eller forskjellig fra 1,1,7?
Undersøk gjerne både ved å tillatte og ikke tillatte speilinger.
8. Hva med andre tall på toppen? Her lønner det seg å søke systematisk. Finner dere noen lettvinne metode for å undersøke med andre tall på toppen?
9. Hva med andre pyramider, med 2, 4, 5 eller flere etasjer? Finner dere noe system i antall muligheter?
10. Er det mulig å forutsi hvor mange muligheter det finnes for å få f.eks. 20 på topp? Enn 100? Enn "hvasomhelst", altså X på toppen?
11. Vi bruker tallene fra 0 og oppover. Hva om vi hadde med negative tall? Hva om vi bare kunne bruke de naturlige tall, altså at 1 var minste tallet?

Adressen till webbplatsen är: www.lamis.no
Leta upp *Matematikkens dag 2006*.



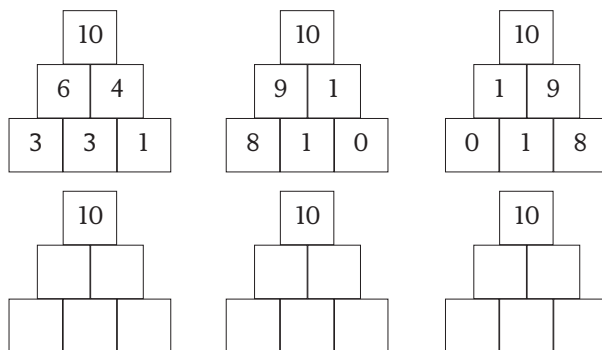
Talpyramider

I artikeln på sidan 30 – 31 beskriver Knut Klungland idéerna bakom Talpyramider. Det var en av aktiviteterna vid Matematikens dag 2006. Det går bra att hämta dokument på LAMIS webbplats www.lamis.no.

Undersök talpyramider

1. Skriv in några tal i bottenraden. Vad blir topptalet? Prova några olika talpyramider.
2. Byt plats på talen i bottenraden. Blir det någon förändring i pyramidens topp?
3. Om du vill att topptalet ska vara 10, vilka kan då bottentalen vara?
4. Hur många olika bottenrader finns det som ger topptalet 10?
5. Efter ett tag kanske du inte behöver hela pyramider utan klarar dig med bottenrader och beräknar topptalet i huvudet.
6. Vilket är sambandet mellan topptalet och bottenradens tal och deras plats i raden? Kan du beskriva detta med ord eller med en formel?
7. Vad är tillåtet? Godtar du speglingar, dvs är bottenraden 7, 1, 1 densamma som 1, 1, 7 eller inte? Undersök båda fallen.
8. Hur blir det med andra topptal? Här lönar det sig att vara systematisk. Kan du hitta någon enkel metod för att undersöka andra topptal?
9. Hur blir det med andra talpyramider med 2, 4, 5 eller flera våningar? Kan du hitta något system i detta?
10. Är det möjligt att förutsäga hur många möjligheter det finns att få tex 20 som topptal? Eller att få vilket tal som helst, dvs x , som topptal?
11. Vi har använt tal från 0 och uppåt. Hur blir det om negativa tal kan användas? Hur blir det om bara de naturliga talen, med 1 som lägsta tal, kan användas?

Tio i toppen



Här nedan finns bottenrader om du inte behöver hela pyramider för din undersökning

Five vertical grids, each consisting of 11 rows and 3 columns of empty boxes, intended for recording the bottom rows of the pyramids.

Undersök vidare med pyramider med höjderna 2, 4, 5 osv.

