

# DPL 25

## Spara och återanvänd

**S**lit och släng eller spara och återanvänd? Även i dagens miljömedvetna samhälle förekommer båda deviserna. Hur skall vi förhålla oss till ett matematikproblem som vi löst? Är det då förbrukat och kan kastas bort? Nej, det är det nog få som tycker. Ett bra matematikproblem är definitivt något man sparar. En uppenbar anledning är att man kan ge bort problemet till någon annan som kanske inte löst det. Ett bra problem tenderar också att kunna generera nya, angränsande problem.

Så, om man plötsligen finner sig vara i problembrist är det troligt att man genom att byta några förutsättningar eller förändra några frågeställningar kan få något av de gamla sparade problemen att bli som nytt. Som vi skall se kan till och med felaktiga lösningar av ett problem leda till nya intressanta problem.

I DPL 24 i förra numret av Nämnaren fanns ett problem som var en återanvänd version av problem 3124 från Nämnaren 2, 2004. För att stärka vår tes om att spara problem skall vi nu använda samma problem igen, men förändra frågeställningen något. Originalproblemet lyder:

**89.** Sven har två syskon. Det äldre av dem heter Emma. Hur stor är sannolikheten att båda syskonen är flickor? Kent har också två syskon. Ett av dem heter Annika. Hur stor är sannolikheten att båda Kents syskon är flickor?

Det kanske enklaste sättet att lösa problemet ovan på är att betrakta syskonpar (äldsta, yngsta). Låter vi P stå för pojke och F för flicka finns 4 möjliga syskonpar, (P,P), (F,P), (P,F), (F,F). När det gäller Svens syskonpar får vi veta att det äldsta syskonet

är flicka. Då har vi två möjliga utfall, (F,P) och (F,F) och sannolikheten för två flickor är  $1/2$ .

När det gäller Anders syskon är det dock annorlunda. Vi får bara veta att ett av syskonen är flicka och det finns tre möjliga utfall, (F,P), (P,F) och (F,F). Sannolikheten för två flickor är alltså  $1/3$ .

För en del kan denna sista slutsats te sig märklig. Sannolikheten att vi finner att en slumpmässigt utvald människa är av kvinnligt kön är väl alltid  $1/2$ ? Det kan väl inte spela någon roll om personen i fråga har en äldre syster, en yngre syster eller om vi bara vet att personen har en syster men inte vet något om åldersrelationen?

Problemet nedan stammar från en intressant kommunikation med Nämnarensläsaren Anders Kvist.

### 92 Vad är felet?

Du går fram till en slumpmässig kvinna du möter och frågar om hon har exakt ett syskon. Om hon svarar ja påstår du att syskonet är en kvinna. Sannolikheten att du har rätt är förstås 50%. Sedan går du fram till en ny slumpmässigt utvald kvinna och frågar om hon har exakt ett syskon som dessutom är yngre än hon själv. Om hon svarar ja påstår du att syskonet är en kvinna. Sannolikheten för att du har rätt är även här 50%. Frågan lyder nu:

Varför modellerar inte dessa två situationer originalfrågorna om Kents respektive Svens syskon från problem 89?

*Ola Helenius*