# DPL 19

## Matematik – ett pluggämne?

*Dialoger om problemlösning handlar denna gång om matematikens "själsliv" – om sammanhang och begriplighet.*

Alltför ofta säger elever att skolmatematiken känns "meningslös". Ställer man frågan om vad detta ska betyda, brukar två slags svar dominera. Det ena handlar om att skolmatematiken känns oanvändbar eller onyttig, den upplevs inte som relevant för livet utanför skolan. Det andra svaret är att ämnet känns osammanhängande eller obegripligt; dessa elever upplever matematik som ett "pluggämne" där diverse regler och formler ska läras in utan förståelse eller sammanhang. Båda dessa typer av "meningslöshetsupplevelser" skapar naturligtvis olust och leda och kan bli katastrofala för våra barns och ungdomars matematiklärande. Att många elever upplever ämnet på detta sätt framgår också tydligt i Skolverkets omfattande granskning av *Lusten att lära med fokus på matematik*. Tydligt är att många fortfarande får bestående olustkänslor som närmar sig matematikångest eller matematikängslan med blockerande känslor inför ämnet eller undervisningen i ämnet.

På senare år har en del gjorts för att visa på matematikens nytta och användbarhet. Ansträngningar görs att anknyta till vardags- och yrkesliv och att visa användningsområden i samhälle, teknik och vetenskap. Sämre ställt är det med att hantera den andra bristen: Hur ska vi i skolsituationer visa matematikens inre sammanhang och logik? Denna gång har vi tänkt ägna oss lite åt denna senare del som är nog så väsentlig för att förstå ämnets natur och karaktär samt dess roll i skolan.

Något av matematikens själ ligger i att den är *abstrakt*, vilket i sin tur beror på en strävan att kunna formulera kraftfulla *generella* samband. Tänk vad "tandlös" t ex Pythagoras sats skulle vara om den bara stämde för vissa rätvinkliga trianglar, speciellt då man inte i förväg kan veta för vilka! En annan del av matematikens själ är att den är *deduktiv*, nya påståenden måste grundas på hållbar argumentation, där tidigare accepterade påståenden används som byggstenar. Men hur ska vi som är lärare från förskola till gymnasieskola kunna göra vår undervisning "själfull" och medryckande i denna mening?

Den amerikanske matematikern Keith Devlin ger oss kanske en del av svaret i sin artikel "When is a proof?", se www.maa.org/news/devangle.html. Han framhåller att det finns två till synes motstridiga uppfattningar om ett bevis. Dels finns "rätt/fel-uppfattningen" att det är ett logiskt korrekt argument som fastställer sanningen hos ett givet påstående, dels "human-uppfattningen" att bevis ger argument som övertygar en typisk matematiker.

Även om rätt/fel – uppfattningen är giltig som ett ideal, så är det tveksamt om någon sett ett sådant bevis i praktiken, enligt Devlin. Euklides klassiska argument i Elementa har i årtusenden framställts som korrekta bevis, men i slutet av 1800-talet visade David Hilbert att de innehåller ett antal dolda antaganden. Utan dessa skulle bevisen vara logiskt inkorrekta. Numer anser dock de flesta matematiker att Euklides geometri vilar på korrekt logisk grund. Men vänta lite, säger Devlin, det sista påståendet är ju ett human-argument för korrekthet! Han ger därefter flera moderna exempel på hur kulturbundet det är om och när dolda, och kanske felaktiga, antaganden upptäcks och kritiseras i moderna bevis. Det demokratiska kravet att alla bevis ska offentliggöras och fortlöpande tåla kritisk granskning framstår som själva kärnan i human-uppfattningen. Vi behöver formella ideal som riktlinjer, men framförallt behöver vi en djup insikt om matematikens mänsklighet.

Hur ska nu detta omsättas i samspelet med en barn- eller elevgrupp? Klart är att vi behöver ett ideal: argument ska vara hållbara och bygga på sådant som gruppen redan anser sig veta. Alla skall ha rätt att ge förslag och lämna kritik, med plikt att lyssna och ta till sig kritik. Alla har rätt att argumentera i klassrummet och de bästa resonemangen vinner, oberoende av vem som står för dem. En argumentation kan få uttryckas på många olika sätt, inte bara med ord utan med hjälp av figurer, symboler, metaforer och analogier. Kraven ska förstås anpassas till de som agerar: det som gruppen och läraren uppfattar som goda argument måste (tills vidare) antas vara det. Vi kan i tidiga år inte ställa samma krav som i den akademiska världen eller vid forskningsfronten. Men det är viktigt att läraren har relevant matematikkunnande så att inte tokiga påståenden accepteras.

Som lärare står vi inför den delikata men inspirerande uppgiften att både utmana och handleda. Ett undersökande arbete kan och ska leda till upptäckter eller hypoteser kring troliga samband och mönster. En naturlig fortsättning är att stärka upptäckterna med hjälp av argumentation.

Problemen hoppas vi att du kan använda för en diskussion med nyfikna kolleger om hur något av ”matematikens själ” ska kunna fångas med just era elever.

## 77 Delaktiga summor

Summan av tre på varandra följande heltal är alltid delbar med tre. Hur kan det motiveras

a) med ord b) med figurer c) med algebra?

## 78 Mindre och mindre

Produkten av två positiva tal som båda är mindre än 1 blir mindre än talen var för sig. Hur kan det motiveras

a) med ord b) med figurer c) med algebra?

## 79 Gradvisa mönster

Vinkelsumman i en triangel är 180 grader, i en fyrhörning 360 grader. Fortsätt och mät med gradskiva för fem-, sex- och sjuhörningar och gör en tabell. Vilket mönster kan du se? Argumentera för att mönstret skulle fortsätta i tabellen. Uttryck mönstret som en formel som gäller vinkelsumman för vilken månghörning som helst. Hur kan formeln för en vinkels storlek i regelbundna månghörningar se ut?

## 80 Huvudräkningsknep

$35 \cdot 35 = 1\,225$, $75 \cdot 75 = 5\,625$
$62 \cdot 68 = 4\,216$, $36 \cdot 34 = 1\,224$

Undersök om det finns en regel eller ett tillvägagångssätt som alltid kan användas.

## 81 Fartens tjusning

Om du kör bil med 60 km/h så tar det 1 minut att köra 1 km. Om du kör i 120 km/h tar det 30 sekunder. Hur länge tar det om du kör i 90 km/h?
Olle: *Det är lätt, det tar 45 sekunder.*
Lisa: *Nej det kan inte stämma!*
Vem har rätt? Hjälp Olle eller Lisa att argumentera för sin ståndpunkt.

## 82 Skonummer och ålder

Slå in ditt skonummer på en räknare. Multiplicera med 4. Lägg till 8. Multiplicera med 25 och dra bort det år du är född. Lägg till 1803. Vad får du? Talet som räknaren visar ger dig både skonummer och ålder. Hur kan detta trolleritrick fungera?

*Lars Mouwitz & Göran Emanuelsson*