Dialoger om problemlösning

God undervisning i matematik kräver tveklöst en lärare med goda matematikkunskaper. Detta är en nödvändig förutsättning, men långt ifrån tillräcklig. Även bland professorer i matematik finns goda och mindre goda undervisare. Kunskap om framgångsrika metoder att representera det matematiska innehållet, förhållningssättet till eleven och ämnet i stort, samt kunskaper om hur elever lär är av avgörande betydelse. Å andra sidan kan en ämnesteoretiskt okunnig lärare inte ägna sig åt undersökande matematik med inslag av argumentation och dialog, istället måste han/hon ängsligt hålla sig till lärobokens text och standardexempel.

Men det räcker inte med adekvata kunskaper, vi befinner oss också i en undervisningstradition som kan vara mer eller mindre effektiv. Lärare i matematik undervisar t.ex. ofta på samma sätt som de själva blivit undervisade. Föreställningar om vad ”vanlig” matematikundervisning är, tillsammans med den undervisningskultur som möter den nyanställde läraren på skolan, styr i hög grad praktiken även om alternativa idéer presenterats under lärarutbildningen. DPL kan här tjäna som en skolbaserad ”synvända” och inspirera till professionell utveckling av hela lärargruppen på skolan.

Att som i DPL undersöka, upptäcka och argumentera utan standardmetoder och facit är dock något som inte bara är nytt för elever utan också för många av oss lärare. För att citera Gudrun Malmer från Nämnaren nr 3-4 år 1991:

> *Man kan med fog fråga sig hur vi lärare själva har det med vår kreativitet. Hur mycket stimulans och uppmuntran har vi fått? Vågar vi släppa fram och bejaka elevernas kreativitet?*

Ett sätt att använda DPL-problem praktiskt i undervisningen är att lärare först tillsammans diskuterar ett problem och därefter prövar samma problem i klassrummet. Därefter kan man åter träffas och diskutera elevlösningar och händelser i klassrummet, och tillsammans kanske vidareutveckla och berika problemen. Detta sätt att arbeta är mycket vanligt t.ex. i japansk undervisningskultur, medan det är ovanligt i Sverige och USA.

Problem som utmanar

Termen ”problem” har en del olyckliga övertoner. Ett problem kan uppfattas som ett besvärande hinder som ska avlägsnas med viss möda och ansträngning. När hindret är undanröjt kan man glömma det och ägna sig åt annat. Bättre vore kanske att kalla en intressant uppgift för en ”utmaning”. Våra elever har inget emot utmaningar, en elev med idrottsintresse eller musikintresse kan arbeta mycket hårt och målmedvetet och väljer själv att ta sig an svåra uppgifter för att de vet att deras kunnande berikas och tillväxer. Eleven höjer själv ribban eller försöker sig på ett mer komplicerat musikstycke. Ansträngningarna behöver inte heller vara ”lustfyllda” i någon ytlig bemärkelse. Det växande kunnandet i sig innebär en stor stimulans eftersom det berikar personligheten och stärker självkänslan, trots svårigheter och motgångar på vägen. Skulle det kunna vara på samma sätt för elever i ämnet matematik? Kan vi matematiklärare ta oss an utmanande problem på liknande sätt och uppleva samma glädje?

Ett berikat problem!

På SMaLs sommarkurs i Mullsjö 18-21 juni förekom bland mycket annat intressant också en DPL-aktivitet. Ett problem som inspirerade många deltagare var problemet ”Tvist” som finns återgivet i detta nummer. Trots sin enkelhet innehåller det många rikedomar. Kan man gå systematiskt tillväga för att finna en lösning? Om man hittat en lösning, kan man vara säker på att det inte finns fler? Vad händer om problemställningen varieras, t.ex. med olika typer av rektanglar som ram eller andra former än just ett L? Går det att generalisera problemet t.ex. på så sätt att givet en kvadrat med sidan s och ett L med benlängden b, så kan man uttrycka en formel för hur många L som kan placeras i kvadraten? Vilka krav ställs på en form om den ska kunna ge en heltäckande mosaik på en kvadrat? Och så vidare, i all oändlighet!

Uppfattar man ett sådant problem enbart som ett hinder som ska avlägsnas, så är man nöjd då man hittat ”svaret”. Finns det också ett facit som bekräftar att lösningen är korrekt och att det bara finns en lösning, så behöver man inte heller ägna sig åt att argumentera. Det finns inte heller någon anledning att utöka problemställningen. Varför skaffa sig fler problem, problem som man dessutom inte har facit till?

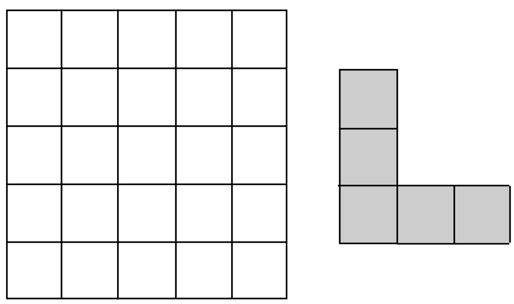
Att servera facit till ett problem innebär att det ofta berövas sina rikedomar. Därför ges inte något ”facit” till våra DPL-övningar! Målet är istället att utveckla en sådan säkerhet att man vet när man har rätt, och att man kan argumentera för det. En facitfri övning visar också på ett förhållningssätt som öppnar för nya berikande facitfria frågeställningar!

Bilda DPL-grupp på er skola!

Unna er att ha roligt! Utveckla samtidigt er problemlösningsförmåga under trvisamma former. Varför inte träffas hemma hos någon en kväll i månaden för att tillsammans jogga i matematikens mentala landskap? Här får ni nya DPL-problem att hugga tänderna i. De tidigare 28 problemen kan ni finna på Nämnarens hemsida!

29 Tvist

Elsa påstår att hon får plats med 4 st L-bitar i kvadraten nedan. Axel säger att det omöjligt går med mer än 3, medan Lisa tycker att det borde gå med 5 eftersom det finns 25 rutor i kvadraten. Vem har rätt? Hur många lika stora bitar som den till höger kan placeras i rutnätet utan att några delar täcker varandra?



30 Snickarbryderi

En snickare som arbetar med en cirkelsåg vill skära upp en kub med sidan 20 cm i 64 tärningar med 5 cm sida. Om bitarna hålls ihop som en kub krävs förstås nio snitt, men hur många snitt behövs om man travar om delar på lämpligt sätt under arbetets gång?

31 Ett globalt samtal

Gustav: *Undrar om det finns två platser på jorden som just nu har exakt samma temperatur.*

Pelle: *Det är klart att det gör, det finns till och med två platser på motsatt sida av jorden som har exakt samma temperatur.*

Gustav: *Vad menar du med motsatt sida?*

Pelle: *Jo, att en rät linje mellan platserna går genom jordens medelpunkt.*

Gustav: *Äh, det kan inte vara möjligt. Varför skulle de två platserna just ligga på det sättet?*

Ja, hur är det egentligen?

32 Vem vann?

Vid ett val, där en ordförande skulle utses, ombads de röstande att rangordna de tre kandidaterna Andersson, Bengtsson och Carlsson. Då resultatet presenterats utropade Andersson: Två tredjedelar föredrar mig framför Bengtsson! Bengtsson å sin sida hävdade att två tredjedelar föredrog honom framför Carlsson. Till sist utropade Carlsson att två tredjedelar av de röstande föredrog honom framför Andersson. Hur röstade man, och vem vann valet?