

Problemafdelningen

Göran Emanuelsson & Karin Wallby

Problemen 2517-2520 kan varieras på olika sätt. De spännande uppgifterna 2521-2523 har vi fått från två elever Daniel Nordgren och Elias Wallby, Alströmergymnasiet, Alingsås. 2524-2527 rör bokstavlig penningplacering.

2517 Störst och minst

Vilket är det största och det minsta talet man kan göra med siffrorna 3, 5, 7, 1, 0?

2518 Produktinriktning

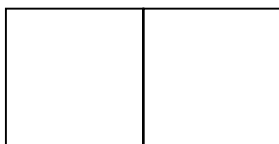
Produkten av två tal är 48. Vilka kan talen vara?

2519 Process kring bord

Ett rektangulärt bord har omkretsen 3,60 m. Hur stor blir omkretsen om man sätter samman två likadana bord?

2520 Ytinriktning

Rektangeln nedan består av två kvadrater och har omkretsen 120 m. Hur stor area har den?



Vad blir arean på en rektangel med samma omkrets som den ovan, om den består av tre, fyra eller fem kvadrater?

2521 Knäpp kleptoman och myggslok

Ture är kleptoman på myggmedel. Varje dag går han till stadens apotek och stjälar 5 flaskor myggmedel. Som husdjur har Ture en myggslok. Den äter ju myggor så den tycker inte om att Ture samlar på myggmedel som håller myggorna borta. Ture samlar flaskorna i sitt vitrinskåp. Samma dag som Ture har 10 flaskor i skåpet bestämmer sig myggsloken för att börja stjäla från Ture. Från och med nästa dag stjälar den 3 flaskor/dag från Tures vitrinskåp och lägger i komposten. Den dag myggsloken har 18 flaskor i komposten upptäcks stölderna på apoteket och säkerheten skärps. Därför kan Ture bara stjäla 3 flaskor om dagen i fortsättningen. När har Ture lika

många flaskor i sitt vitrinskåp som myggsloken har i komposten om Ture förbrukar 1 flaskor myggmedel i veckan? När har han slut i sitt förråd?

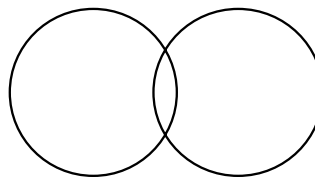
2522 Den luriga brunnen

I Österåker finns en brunn. Den är väldigt djup men vattnet stiger bara 100 m över botten, som har arean $1,3 \text{ m}^2$. Bonden Jan-Eilert börjar fylla brunnen med stenar. De är så stora att de staplas, de kan inte läggas bredvid varandra. Stenarna är i genomsnitt 83 cm höga och med en volym av $0,6 \text{ m}^3$. Hur många behövs för att pelaren av sten skall nå över vattenytan?

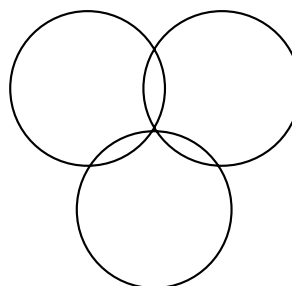
2523 De luriga figurerna

I var och en av följande figurer har området omkretsen 60 m. Vilket har störst area och hur stor är den?

a) Två lika stora cirklar skär varandra. Avståndet mellan skärningspunkterna är lika stort som cirkelns radie.



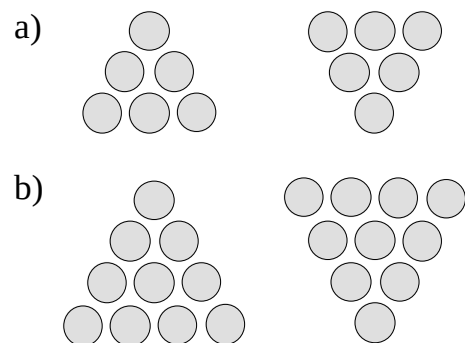
b) Tre lika stora cirklar skär varandra i en punkt. Avstånden från denna till de andra skärningspunkterna är lika stora.



Placera dina pengar rätt

2524 Bara enkronor

Går det att flytta två av mynten i den övre vänstra figuren så att man får den övre högra figuren? Hur många mynt behöver man minst flytta i den nedre vänstra för att få den nedre högra figuren?



2525 Trolleri med mynt

Går det att lägga 16 mynt, så att var och en av fyra rader innehåller 5 mynt?

2526 Trolleri med sedlar

Karin handlar för 70 kronor och vill betala med en hundralapp. Men då undrar expediten om hon inte har en tusenlapp istället. Vad har expediten för sedlar i kassalådan?

2527 Fortsatta trollerier med placering

Går det att lägga

- a) 12 mynt i sex rader med 4 i varje rad?
- b) 10 mynt i fem rader med 4 i varje?
- c) 9 mynt i åtta rader med 3 mynt i varje?
- d) 9 mynt i tio rader med tre i varje?

Kommentarer

2517 Problemet kan förenklas och försvåras genom att man väljer ett lämpligt antal siffror (75 310 resp. 1 357).

2518 Här kan man pröva sig fram till $1 \cdot 48$, $2 \cdot 24$, $3 \cdot 16$, $4 \cdot 12$, $6 \cdot 8$. Hur vet man att alla är med? Det kan diskuteras vilka möjligheter som finns vid andra talområden.

2519 Mellan 3,6 m och 7,2 m. Sidornas längder kan varieras. Bordens placering likaså. Detta kan eleverna upptäcka och systematiskt undersöka.

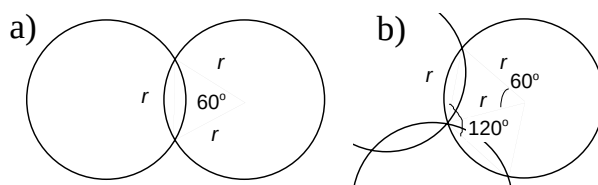
2520 800, 675, 576, 500 (m^2). Eleverna kan reflektera kring hur arean förändras vid konstant omkrets.

2521 Man kan rita ett diagram över vardera förrådet eller ställa upp en tabell över de olika dagarna.

2522 En sten tränger undan $0,6 \text{ m}^3$ vatten. Det innebär att för varje sten stiger vattnet $0,6 \text{ m}^3 / 1,3 \text{ m}^2 \approx 0,46 \text{ m}$ och stenpelaren 83 cm. Om antalet stenar är x så är $0,83x = 0,46x + 100$ där vänsterledet är stenpelarens höjd och högerledet vattnets. Enligt denna modell behövs det 271 stenar.

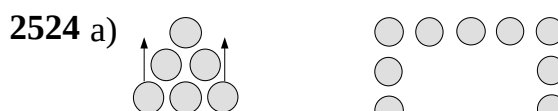
2523 a) Området begränsas av två bågar vardera $5/6$ av cirkelns omkrets: $2(5 \cdot 2\pi r / 6) = 10\pi r / 3$, jfr figur a.

b) Området begränsas av tre bågar, vardera $4/6$ av en cirkels omkrets: $3(4 \cdot 2\pi r / 6) = 4\pi r$, se figur b.



När radierna räknats ut (a $18/\pi$, b $15/\pi$) kan man få areorna genom att dela upp cirkelarna i sjättedelar. Där cirkelområdena har gemensamma delar byter man ut sektorerna mot liksidiga triangelar som man beräknar arean av:

a) $2r^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{5\pi}{6} \right)$ b) $3r^2 \left(\frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{4\pi}{6} \right)$



b) 3 mynt

2525 Se figur till höger. 

2526 En 500-, tre 100-, en 50-, fyra 20-kronorssedlar.

2527 I planteringstider kan man lämpligen byta mynt mot t ex blomplantor.

