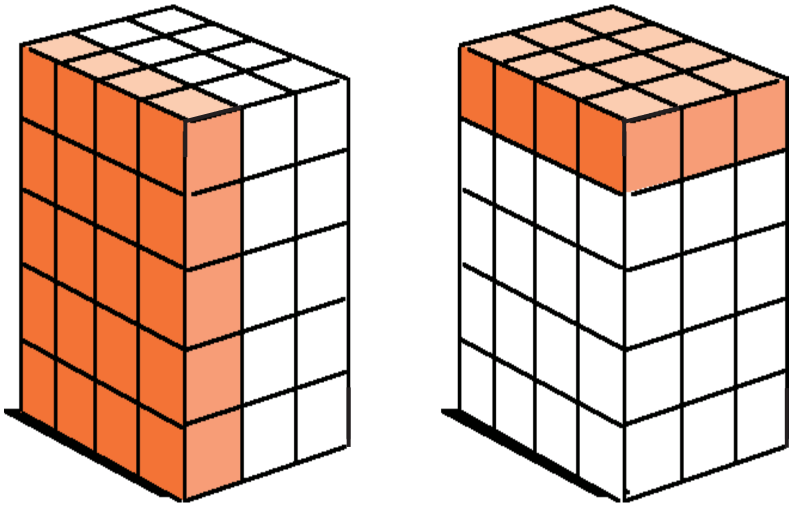
Ett antal klossar och kommutativa lagen

Att något *kommuterar* betyder att ordningen inte spelar någon roll. Till exempel gäller att $7 \cdot 8 = 8 \cdot 7$. Om man nu inte kan hålla sig, utan sätter igång att räkna klossar i figuren till höger, så kan man välja att ta sig fram från vänster till höger. Men man kan lika gärna börja upptill och sedan ta sig nedåt. Resultatet blir så klart detsamma. Figuren till höger ger:

$(4 \cdot 5) \cdot 3 = (3 \cdot 4) \cdot 5$

Observera att kommutativa lagen framstår som helt självklar trots att vi inte har beräknat produkten. Figuren säger allt. Ordningen mellan faktorer spelar ingen roll.

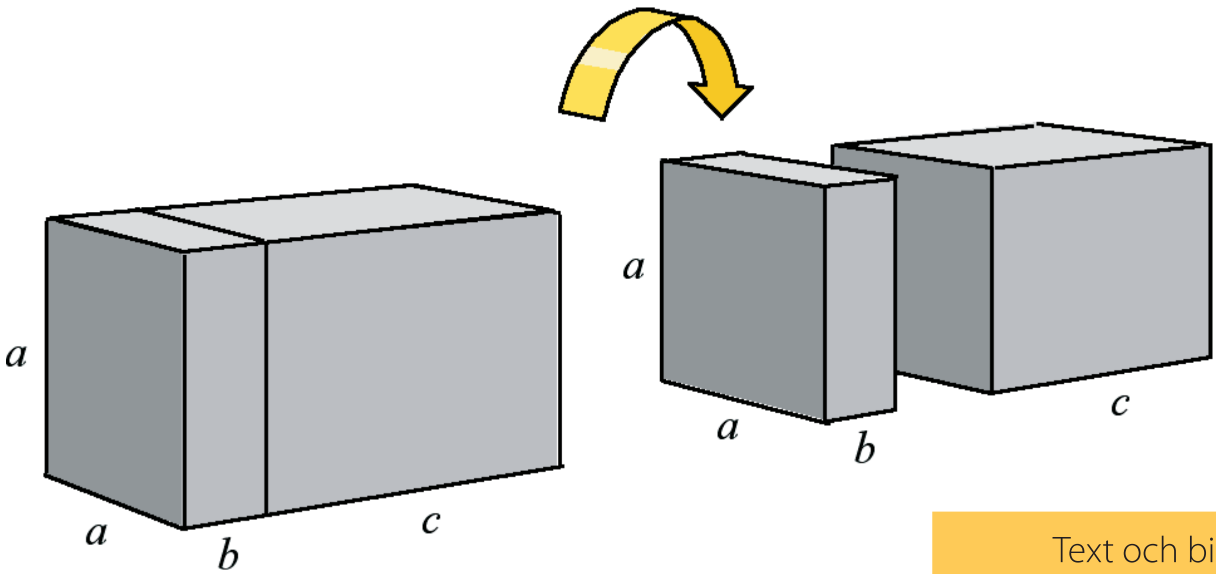


Distributiva lagen och ett rätblock

Distributiva lagen innebär att man multiplicerar in en eller flera faktorer i en parentes. Exempel:

$a^2(b+c) = a^2b + a^2c$

En enkel visualisering av detta samband visas nedan. Till vänster ser vi en låda i form av ett rätblock. Lådan dras sedan isär en aning. Mer behöver inte sägas. Bilden talar för sig själv. Det distributiva sambandet gäller.

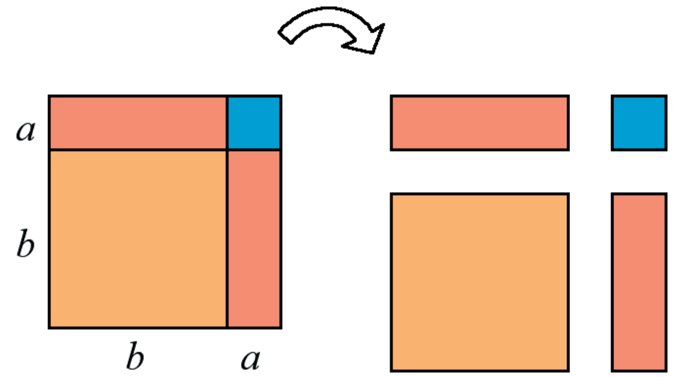


Text och bild:
Lasse Berglund

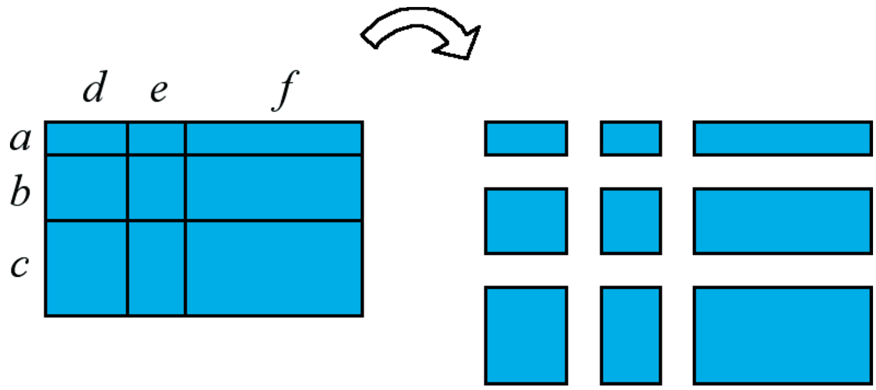
Text och bild:
Lasse Berglund

Nämnaren
på nätet

Dessa exempel var några försök till att visualisera matematik med hjälp av figurer från vår tredimensionella värld. Exemplen bestod dock av perspektivteckningar. Det är säkerligen bättre, om möjlighet finns, att mer handgripligt såga till några riktiga träklossar, låta eleverna införa lämpliga beteckningar och därefter själva upptäcka dessa och andra samband. Vanligare än klossar är hjälpfigurer från den tvådimensionella världen, dvs figurer i planet. Här visas bland annat första kvadreringsregeln.
Ord är överflödiga.



$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$



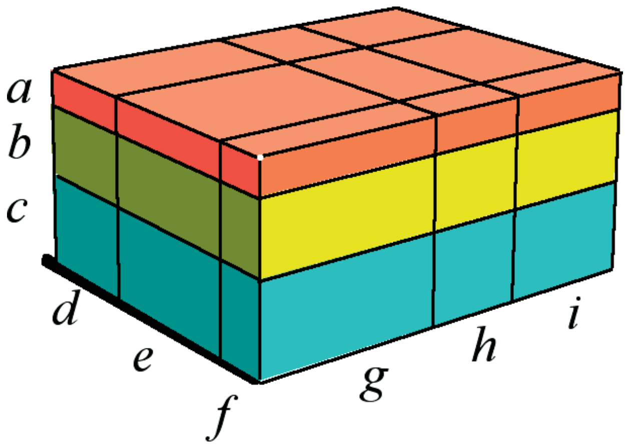
$$(a+b+c)(d+e+f) = ad+ae+af+bd+be+bf+cd+ce+cf$$

Låt eleverna skissa figurer eller bygga lådor som beskriver följande samband:

$a(b+c)(d+e) = abd+abe+acd+ace$

$a(b+c)(d+e+f) = abd+abe+abf+acd+ace+acf$

$(a+b)(c+d)(e+f) = ace+acf+ade+adf+bce+bcf+bde+bdf$



Skisserna ger sedan adekvata förklaringar till varför de tre faktorerna i vänsterleden blir fyra, sex respektive åtta termer i högerleden. Elevernas egna modeller förklarar också varför detta är beskrivningar av tredimensionella ting; klossar, lådor, kartonger. Jämför t ex med kvadreringsregeln ovan. Där innehåller varje term enbart två variabelfaktorer. Dess figur är också, helt riktigt, en tvådimensionell företeelse; några rektanglar. Man kan vända på frågan. Volymen av rätblocket nedan till vänster kan beskrivas antingen med hjälp av tre faktorer eller 27 termer. Ange dessa faktorer och termer.

Det finns så klart många fler varianter än dessa att rita och levandegöra, både i planet och i rummet. Följande samband,

$abc(d+e) = abcd+abce$

trotsar dock våra sinnen. Hur kan man rita upp en figur som skulle kunna ge en tolkning av denna identitet? Ska sambandet tolkas geometriskt är den figur som ska ritas en figur från den fjärde dimensionen.