Jorryt van Bommel

Att få de rätta felsvaren

Erfarna lärare har kunskaper om elevers vanliga missuppfattningar i matematik. Genom att på ett klokt sätt ta hänsyn till det då diagnostiska frågor konstrueras, kan elevers svar avslöja en del om hur de tänker. I artikeln finns exempel på sådana svar och missuppfattningar.

När jag gick lärarutbildningen för drygt femton år sedan fick vi många uppgifter i stil med: $13 \cdot 17 = 121$. *Hur tänkte eleven här?*

En följdfråga var ofta om vi kunde förutse hur samma elev skulle lösa liknande uppgifter. Som lärarutbildare har jag vid många tillfällen gett lärarstudenter uppgifter av samma slag som de vi fick. Frågorna passar blivande lärare eftersom de kan titta på konsekvenserna av olika förståelser trots att de inte har den erfarenhet som gör att de redan ”vet” hur elever tänker. Lärare däremot har under årens lopp ofta fått kunskap om elevers olika sätt att tänka och om olika missuppfattningar som de kan ha. Då och då hinner lärare sätta sig med enskilda elever för att fråga *Kan du förklara hur du tänkte?* På så sätt får läraren en inblick i just den elevens förståelse. Dessutom testas elever på vad de kan, eller inte kan, och jag vill här ge några exempel på hur lärares erfarenhet av elevers missuppfattningar explicit kan användas när man skriver diagnosfrågor. Frågorna ger på så sätt möjlighet att upptäcka vilka olika uppfattningar de enskilda eleverna har.

Exemplen är alla tagna från handledningstillfällen där lärare i olika grupper har planerat undervisning och diagnoser för att undersöka elevernas förståelse inom olika matematiska områden.

När 19 är större än 72

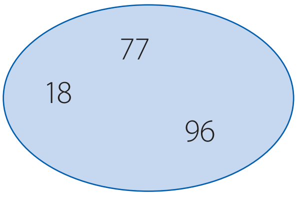
Det första exemplet kommer från frågor om positionssystemet. Lärarna ville undersöka om eleverna kunde storleksordna tal. Två missuppfattningar för att bestämma vilket av två tal som är störst beskrevs av lärarna:

- att elever tittar på den *högsta siffran* i talet (oberoende av position)
- att elever tittar på *siffersumman*.

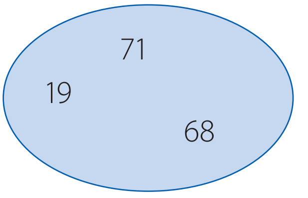
Den första missuppfattningen leder till att 19, med siffran 9, är större än 72. Alltså att $19 > 72$ därför att $9 > 7$. Den andra missuppfattningen innebär att en elev kan säga att 45 är större än 61 därför att $4 + 5 > 6 + 1$.

När vi vill ta reda på om elever vet vilket tal som är störst är det viktigt att vi ställer frågan så att svaren ger oss information om hur eleven kan ha tänkt. Jämför följande två uppgifter:

A. Vilket tal är störst?



B. Vilket tal är störst?



I exempel A väljer 'alla' elever svaret 96: de elever som har bra förståelse för positionssystemet, de elever som tittar på den högsta siffran och de som räknar ut siffersumman. I exempel B väljer de elever som tittar på högsta siffran talet 19 och de som tittar på siffersumman svarar 68. Svaret ger oss en indikation på hur eleverna tänker. I stället för att bara få veta om eleven kan eller inte, så att vi kan följa upp detta med eleven för att upptäcka var felet ligger, får vi nu mer information genom elevens svar. Vi kan fortfarande inte med säkerhet säga om eleven verkligen tänker så, men svaren på denna fråga i kombination med svaren på andra lika genomtänkta frågor ger en bild av hur eleven troligtvis tänker.

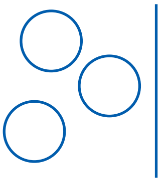
Dubbelt

En annan grupp lärare arbetade med begreppet dubbelt och beskrev följande missuppfattningar som de ofta stött på:

- dubbelt är en till (+1)
- dubbelt är två till (+2).

Om vi nu frågar vad som är dubbelt så många som 1 eller 2, vet vi inte om eleven verkligen har förstått eller om de har en av dessa missuppfattningar. Det handlar inte om att de aldrig ska svara på vad som är dubbelt så många, eller dubbelt så mycket som 1 eller 2, men i en diagnos ska dessa frågor inte vara med eftersom de inte ger svar på frågan om eleven förstår vad dubbelt är. Vi såg att följande uppgift kunde ställa till problem:

Rita dubbelt så många.



De flesta elever svarade precis som förväntat på följande sätt:

Men en elev, som tidigare hade räknat rätt på uppgifter där vi frågade vad dubbelt så många som 3 eller 4 var, gjorde följande:

Är detta rätt eller fel? Eleven har visserligen bara ritat tre ringar, men det finns dubbelt så många ringar nu, jämfört med antalet ringar som fanns från början. *Lika mycket en gång till är ju också dubbelt.*

Täljaren eller nämnaren?

Vi fortsätter med fler exempel och kommer in på bråk. Denna lärargrupp ville undersöka om eleverna kunde storleksordna bråk. De missuppfattningar lärarna beskrev var att elever

- enbart tittar på nämnarens storlek
- tittar på summan av täljaren och nämnaren.

När vi vill undersöka elevers förståelse för att storleksordna bråk ska vi ta hänsyn till dessa missuppfattningar. Om eleverna får uppgiften att storleksordna

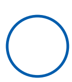
$\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}$ skulle rätt svar även ges av de elever som enbart tittar på nämnarens storlek och av de elever som tittar på summan av täljaren och nämnaren.

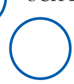
Använder vi däremot bråken $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ skulle de olika svaren ge en indikation på hur eleven kan ha tänkt:

- Elever som enbart tittar på nämnarens storlek kommer att ge följande svar:
  $\frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{5}$
- Elever som tittar på summan på täljaren och nämnaren svarar:
  $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3}{4}$

När är det lika?

Vi fortsätter med bråk. Lärarna i en annan grupp ville undersöka om eleverna kunde tillämpa bråk på arean av figurer. De hade erfarit att några elever inte insåg att (lika) bråkdelar i en figur behövde vara lika stora.

I stället för *Måla hälften av*  och *Måla en tredjedel av* 

bytte vi till *Måla en tredjedel av* 

Nu kunde vi se att många elever tänkte *lika stor "bredd"* och mätte noggrant så att de tre delarna i cirkeln var lika breda: 

Om vi hade använt rektangeln hade detta sätt att tänka inte synliggjorts.

Frågan om hälften var fortfarande kvar och där försökte vi arbeta med några andra svårigheter som eleverna har. Hälften av en figur som kvadrat, rektangel, cirkel eller ellips gör de instinktivt rätt, de drar ett streck lodrätt mitt i figuren. Om vi däremot frågar om hälften av denna cirkel är skuggad, blir eleven mer utmanad.

Andra varianter:

x är alltid lika med 6

Det sista exemplet handlar om variabler. Lärargruppen ville se om eleverna kunde lösa ut x. Ett vanligt fel är att eleverna delar upp ekvationen och bara räknar en av delarna.

Titta t ex på ekvationen

$$\frac{24}{4}+x=12, x=6.$$

Svaret blir detsamma oavsett om eleven löser ekvationen korrekt eller bara räknar första delen $\frac{24}{4}=6$ och tänker *Alltså är* $x=6$. Ekvationen $\frac{24}{4}+x=10$ ger också $x = 6$ för elever som bara beräknar första delen och därför är detta en bättre uppgift på en diagnos. Några fler exempel där missuppfattningar ändå leder till rätt svar:

$4\,(2+x)=40$ där eleven tänker $4\cdot 2=8=x$.

$3x+5=14$ där eleven tänker $3=x$.

Tyvärr finns det många uppgifter där svaret redan finns i ekvationen, som i $x + 4 = 8$. Vilken 4:a är x lika med? Och hur vet vi om en elev som svarar $x=4$ verkligen gjort en beräkning eller om den eleven skulle svara $x=4$ även på $x+4=9$?

Små ändringar gör stor skillnad

I exemplen har vi sett att små ändringar gör stor skillnad. Det handlar inte om att sätta dit elever eller att lura dem, utan att medvetet använda lärarkunskap för att få tillförlitlig insikt i elevers förståelse på ett effektivt sätt. Att ställa de rätta frågorna kräver mycket förberedelse och man måste vara medveten om möjliga missuppfattningar. Tiden som läggs på att finjustera frågor får man tillbaka i form av en god inblick i enskilda elevers förståelse. Frågan *Kan du förklara hur du tänkte?* behöver kanske inte ställas lika ofta, den har vi redan fått svar på.

LITTERATUR

Alseth, B. (1997). Aktiviteter för att lära matematik. *Nämnaren* 1997:4, s 11–16.
Brekke, G. & Støren, H. (1995). Kvalitet i matematikundervisningen. *Nämnaren* 1995:3, s 10–14.
Brekke, G. (1995). Oppfatninger av desimaltall. *Nämnaren* 1995:4, s 27–34.
Brekke, G. (1996). Regning med desimaltall. *Nämnaren* 1996:1, s 16–20.