Upptäck det enkla i beräkningar: roliga bråk

av Svante Silvén

Denna artikel är en utökad version av Svante Silvéns artikel i Nämnaren 2012:1 med samma titel.
Här ges utöver ursprungsartikeln även uppgifter med facit.

Grundtanken för den här typen av övning är att eleverna skall lära sig upptäcka sådant som kan göra beräkningarna enkla. Det gäller då att inte multiplicera samman nämnarna på ett tidigt stadium utan att vänta tills sista ledet för att finna eventuella förkortningsmöjligheter!

Om det finns fler än två bråk gäller det att välja ut de två som ser ut att ge de enklaste beräkningarna. Att söka kombinera fler än två bråk i taget leder oftast till merarbete och sämre överskådlighet! Jag rekommenderar eleverna att ta fram minsta gemensamma nämnare genom att jämföra de två aktuella bråkens nämnare.

För att få in elever i ovanstående tankebanor, som för de flesta känns ovana, erfordras att läraren går igenom några exempel innan eleven börjar arbeta självständigt. Det är bra om eleverna skriver ut alla detaljer i beräkningarna innan de fått rutin. På det sättet blir de uppmärksamma på, och kan kommunicera, de procedurer som gör beräkningarna enklare.

Min erfarenhet är att eleverna med detta arbetssätt får bättre känsla för bråk och dessutom skaffar sig viss vana att sträva efter att upptäcka enkelheter i matematiken. Det är inte sagt att mina lösningar är de enklaste, viktigast är att eleven hittar något enkelt i sin lösning. Här är några illustrerande exempel. Alla uppgifter skall förenklas så långt som möjligt .

a) $$\frac{120}{63} + \left(-\frac{72}{28}\right) = \frac{3 \cdot 40}{9 \cdot 7} + \left(-\frac{8 \cdot 9}{4 \cdot 7}\right) = \frac{40}{3 \cdot 7} + \frac{-18}{7} = \frac{40}{3 \cdot 7} + \frac{(-18) \cdot 3}{3 \cdot 7} =$$
$$\frac{40 + (-54)}{3 \cdot 7} = \frac{-14}{3 \cdot 7} = \left(-\frac{2}{3}\right)$$

b) $$\frac{5}{44}+\frac{11}{4}+\frac{9}{66} = \frac{5}{2 \cdot 22}+\frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 22}+\frac{11}{4} = \frac{5}{2 \cdot 22}+\frac{3}{22}+\frac{11}{4} = \frac{5}{2 \cdot 22}+\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 22}+\frac{11}{4} =$$
$$\frac{5+6}{4 \cdot 11} + \frac{11}{4} = \frac{11}{4 \cdot 11} + \frac{11}{4} = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \frac{1+11}{4} = 3$$

Observera här att vi först har valt att addera de bråk som ser ut att ge de lättaste beräkningarna och på så sätt har vi kunnat förkorta på ett tidigt stadium. Vidare har vi inte multiplicerat ihop talen i nämnarna förrän i sista steget.

Uppgifter

1. $\dfrac{44440}{22220} + \dfrac{(-306)}{918}$

2. $\dfrac{36}{68} + \dfrac{(-6)}{51} + \dfrac{43}{86}$

3. $\dfrac{25}{208} + \dfrac{8}{64} + \dfrac{(-3)}{52}$

4. $\dfrac{134}{268} + \dfrac{(-6)}{57} + \dfrac{2}{19}$

5. $\dfrac{28}{184} + \left(-\dfrac{100}{250}\right) + \dfrac{24}{69} + \dfrac{14}{25}$

6. $\dfrac{18}{85} + \dfrac{(-52)}{39} + \dfrac{4}{(-51)} + \dfrac{104}{78}$

7. $\dfrac{13}{42} + \dfrac{6}{16} + (-1) + \dfrac{5}{8} + \dfrac{(-2)}{63}$

8. $\left(-\dfrac{58}{92}\right) + \dfrac{132}{99} + \dfrac{55}{69}$

9. $\dfrac{3}{(-4)} + \left(-\dfrac{3}{10}\right) + \dfrac{(-3)}{15}$

10. $\dfrac{7}{21} + \left(-\dfrac{4}{12}\right) + \dfrac{5}{2}$

11. $\dfrac{17}{29} + \dfrac{5}{126} + \dfrac{7}{87} + \dfrac{3}{189}$

12. $\left(-\dfrac{26}{305}\right) + \left(-\dfrac{4}{45}\right) + \dfrac{12}{427}$

13. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}$

14. $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6}$

Mellanspel: I bråket $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52}$ skall vi välja a så att vi kan förkorta med 13, när vi skrivit B på ett bråkstreck. Vi får:

$$B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{25}{4 \cdot 52} + \frac{4 \cdot a}{4 \cdot 52} = \frac{13}{4 \cdot 52} = \frac{13}{4 \cdot 4 \cdot 13} \Rightarrow$$

$$25 + 4a = 13 \Rightarrow 4a = (-12) \Rightarrow a = (-3)$$

Alltså: $$B = \frac{25}{208} + \frac{(-3)}{52}$$

15. Bestäm a så att man kan förkorta med 21 i $B = \frac{13}{42} + \frac{a}{63}$ då B skrivits på ett bråkstreck.

16. Bestäm a så att man kan förkorta med 17 i $B = \frac{7}{34} + \frac{a}{85}$ då B skrivits som ett enda bråk.

Mellanspel igen: Sätt $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{2 \cdot b}{4 \cdot 52}$ med $b \neq 1$.

Då får vi $25 + 4a = 13b \Rightarrow a = \frac{13b + (-25)}{4} \Rightarrow b$ är udda tal, ty $a \in \mathbb{Z}$.

Prova några olika b:

$$b = 3 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot 3 + (-25)}{4} = \frac{14}{4} \notin \mathbb{Z}$$

$$b = 5 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot 5 + (-25)}{4} = \frac{40}{4} = 10 \in \mathbb{Z}$$

$$b = -1 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot (-1) + (-25)}{4} = \frac{(-38)}{4} \notin \mathbb{Z}$$

$$b = -3 \Rightarrow a = \frac{13 \cdot (-3) + (-25)}{4} = \frac{(-64)}{4} = -16 \in \mathbb{Z}$$

17. Bestäm några andra a och b i $B = \frac{25}{208} + \frac{a}{52} = \frac{2 \cdot b}{4 \cdot 52}$ på samma sätt som ovan.

18. Bestäm några olika a och b, så att man kan förkorta med 7 i $B = \frac{a}{14} + \frac{b}{21}$.

Svar:

1. $\frac{5}{3}$
2. $\frac{31}{34}$
3. $\frac{3}{16}$
4. $\frac{1}{2}$
5. $\frac{1}{2}$
6. $\frac{2}{15}$
7. $\frac{5}{18}$
8. $\frac{3}{2}$
9. $\left(-\frac{5}{4}\right)$
10. $\frac{5}{2}$
11. $\frac{13}{18}$
12. $\left(-\frac{46}{315}\right)$