

Kommentarer till två artiklar i Nämnaren 4 / 2011

Det gladdde mig och säkert många andra läsare som undervisat eller fortfarande är verksamma på högstadie- och gymnasienivå att medelvärden och regula-de-tri var motiv för två artiklar i Nämnaren 4 / 2011.

Många associerar begreppet ”medelvärde” enbart till aritmetiskt medelvärde och går därför lätt vilse när de ska lösa en uppgift av den typ som Laksman exemplifierar beträffande medelfart med bil.

Regula-de-tri är en utmärkt metod, tyvärr eftersatt i många skolor. Eftersom de mest skiftande tillämpningar handlar om proportionalitet, har regula-de-tri, metoden att gå via enheten, en vidsträckt användning. Lärarhögskolorna borde tillmätta regula-de-tri stor vikt.

Ett par kommentarer ter sig naturliga – inte som kritik utan som möjliga kompletteringar.

1. Till artikeln ”Medelvärdenas släktskap och gestaltning” av P Laksman

Som alternativ geometrisk belysning av storleken hos de tre medelvärdena till två tal a och b , då t ex $a < b$, kan man använda figur 1 här intill.

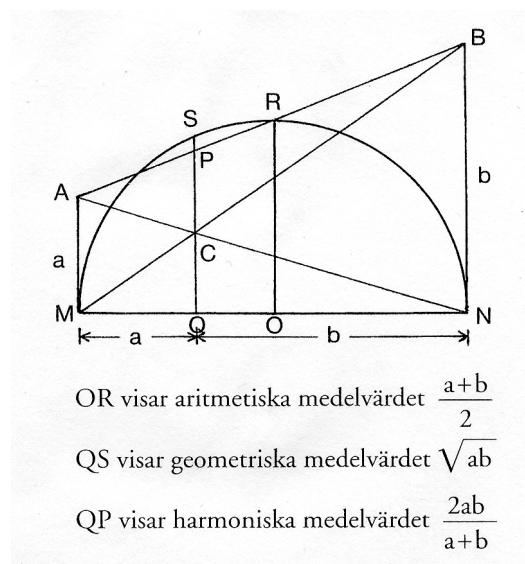
$a + b$ får bilda diametern MN i en halvcirkel, vars radie $OR = (a+b)/2$, dvs det aritmetiska medelvärdet $A(a,b)$. Sträckorna MA , NB och QS är normaler till diametern.

Ur likformighet mellan trianglarna MQS och NQS följer $QS = \sqrt{ab}$ = det geometriska medelvärdet $G(a,b)$.

Slutligen kan man med hjälp av likformiga trianglar i fyrhörningen $AMNB$ erhålla $PQ = 2ab/(a+b)$ = det harmoniska medelvärdet $H(a,b)$.

Av figuren framgår omedelbart olikheterna

$$H(a,b) < G(a,b) < A(a,b) \quad (1)$$



Det finns också en *klängande* illustration till olikheterna (1).

Figur 2 visar ett oktavsnitt på pianot mellan ettstrukna c och tvåstrukna c .

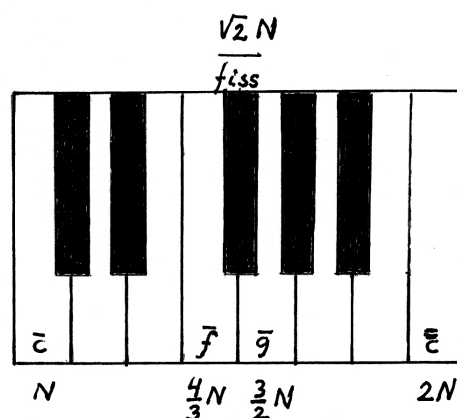
Om frekvensen för grundtonen är N blir frekvensen en oktav högre upp $2N$, eftersom ett oktavsteg innebär fördubbling av frekvensen.

I den diatoniska skalan är kvintsteget $3/2$, dvs kvinten upp från grundtonen har frekvensen $3N/2$ och motsvarande ton är g i fig 2. Kvartsteget är $4/3$ vilket motsvarar tonen f i fig 2.

Frekvenserna för f och g är därför lika med $H(1,2)$ resp $A(1,2)$ och man hör lätt att f är en lägre ton än g .

Mellan de två vita tangenterna för f och g har vi på pianot en svart tangent för $fiss$, ”höjt f ”, sammanfallande med $gess$, ”sänkt g ”. Med den logaritmiska (tempererade) stämning som pianot har är intervallsteget *triton* från grundtonen till $fiss$ (3 hela tonsteg eller 6 halvtonsteg, hälften av oktavens 12 halvtonsteg) exakt lika med $\sqrt{2}$, dvs $G(1,2)$.

Att f , $fiss$ och g bildar tre toner med ökande frekvens illustrerar således olikheterna (1).



2. Till artikeln "Proportioner och reguladetri" av L Olteanu

Utöver de erfarenheter som författaren redovisar kan det vara värt att omnämna risken att elever gör fel när det handlar om omvänd proportionalitet. Träning i att lösa uppgifter med omvänd proportionalitet kan därför med fördel varvas med övning i direkt proportionalitet. Det gäller att först bedöma om en proportionalitet föreligger, och i så fall, av vilket slag. Här kan en generalisering göras till uppgifter av en (åtminstone i början) svårare typ, t ex med följande lydelse:

I en firma tillverkar 12 (likadana) maskiner 21000 maskindelar på 7 timmar. Hur många sådana maskiner behövs för att intensifiera tillverkningen, så att man erhåller 24000 maskindelar på 6 timmar?

Här finns två vägar att gå: att införa begreppet maskintimmar och använda proportionalitet eller att bilda en ekvation över antalet maskindelar per maskin och timme med det sökta antalet maskiner som obekant storhet.

Bengt Ulin