

Uppgifter med medelvärden

Som komplettering till artikeln *Medelvärdenas släktskap och gestaltning* av Pesach Laksman finns här uppgifter från en gymnasiekurs på Lerums gymnasium. Kursen genomfördes som en breddningskurs för elever som läst Ma C eller högre. Undervisningen var av en annan typ än vad eleverna var vana vid. Gruppvis fick eleverna jobba med ett tema utan att ha fått någon som helst genomgång. Efter att ha jobbat 2–3 timmar med temat fick de en föreläsning av en matematiker på Göteborgs universitet. Här visar vi vad eleverna jobbade med under temat medelvärden, som för övrigt startade kursen.

- Om man kör i 80 km/h under en timme och sedan 100 km/h under en timme, vad är medelhastigheten under dessa två timmar?

$$(\text{medelhastighet} = \frac{\text{totalsträcka}}{\text{totaltid}})$$
- En bil kör 80 km/h under 10 mil och sedan 100 km/h i 10 mil. Vad är medelhastigheten under dessa 20 mil?
- En bil kör 80 km/h under 10 mil. Hur fort måste man köra under nästa 10 mil för att få medelhastigheten 90 km/h under dessa 20 mil?
- En bil kör med hastigheten v_1 under en viss tid och sedan med hastigheten v_2 under lika lång tid. Vad är medelhastigheten?
- En bil kör med hastigheten v_1 under en viss sträcka och sedan med hastigheten v_2 under en lika lång sträcka. Vad är medelhastigheten?
- En bil kör med hastigheten v_1 under tiden t_1 och med hastigheten v_2 under tiden t_2 . Vad är medelhastigheten?
- En bil kör med hastigheten v_1 under sträckan s_1 och med hastigheten v_2 under sträckan s_2 . Vad är medelhastigheten?
- Resistanserna R_1 och R_2 seriekopplas. Hur stor resistans skall två lika motstånd ha för att ge samma totala resistans vid seriekoppling?
- Resistanserna R_1 och R_2 parallellkopplas. Hur stor resistans skall två lika motstånd ha för att ge samma totala resistans vid parallellkoppling?
- Låt a och b vara sidorna i en rektangel. Hur lång är sidan i en kvadrat med samma
 a) omkrets?
 b) area?
- Låt a respektive b vara sidan i var sin kvadrat. Vad är sidan i en kvadrat vars area är medelvärdet av de båda kvadraternas area?
- Låt a resp b vara arean av var sin kvadrat. Vad är arean av en kvadrat vars sida är medelvärdet av de båda kvadraternas sida?

13. Låt höjden från den räta vinkelns spets i en rätvinklig triangel dela hypotenusan i delarna a och b . Hur lång är höjden?
14. Vi har nu mött ett antal olika medelvärden av två positiva tal a och b :

Det aritmetiska: $A(a, b) = \frac{a + b}{2}$

Det harmoniska: $H(a, b)$, där $\frac{1}{H(a, b)} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$

Det geometriska: $G(a, b) = \sqrt{ab}$

Det kvadratiska: $K(a, b) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

Rotmedelvärdet: $R(a, b) = \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}\right)^2$

Gör en tabell över värdet hos alla dessa medelvärden. Välj några olika värden på a och b . Du kan låta $a < b$. Kontrollera att alla medelvärden ligger mellan a och b (som de bör!). Observera storleksförhållandena mellan dem. Bevisa sedan att dessa storleksförhållanden alltid gäller då $a < b$.