



Nämaren
på nätet

Klart det är mer om det rinner över

av Pirjo Repo

*Masteressä i praktisk kunnskap
Senter for praktisk kunnskap, Bodø*

Innehåll

Motto

Inledning 4

DEL I

Experiment i min egen vardag 6

Experimentet 6

Vad hände i situationerna 8

Min förförståelse 10

Analys av svaren 11

Sammanfattning av analyser 14

Hur sanna är mina historier 16

Den matematiska erfarenheten 16

På jakt efter de ursprungliga tankarna 19

DEL II

Tolkning och förståelse..... 21

Vad är det vi gör när vi gör det? 22

Vad är det vi förstår när vi förstår en utsaga eller en handling? 24

Vad är det eleverna tror att läraren vill höra, eller vad är det eleverna tror
att läraren tror att de tror och förstår? 27

Vad är det vi inte förstår, när vi inte förstår? 27

Hur kan vi lära oss att förstå det vi inte förstår? 28

Intighetens tid och rum 31

Inflytandets dilemma 40

DEL III

Samtal 42

Glömskan 43

Vuxenperspektivet 44

Lärarens roll mellan elever och matematiken 45

De legitima berättelserna 46

DEL IV

Att ha underbara idéer	48
Möte med andra pedagogiska tänkare	55
Vygotskijs tankar om lärande.....	57
Möte med en annan undervisningstradition.....	65
Myter om undervisning	71

DEL V

Att betrakta sin verksamhet - att förstå och att få andra att förstå	74
Att förstå sin egen förståelse	76
Referenser	82

Motto

”Man korrigerar inte den man hänger, man korrigerar andra genom honom.

Jag gör likadant. Mina fel är numera en del av min natur och omöjliga att korrigera, men på samma sätt som goda män gagnar allmänheten genom att uppträda som föredömen kan jag kanske gagna den genom att få den att låta bli att göra som jag /.../.

Om jag offentliggör mina ofullkomligheter och kritiserar dem kommer en och annan att lära sig att frukta dem. De egenskaper som jag skattar högst hos mig själv får större värde genom att jag kritiserar mig själv än genom att berömmar mig själv. Det är därför jag ofta återkommer till felen och dröjer vid dem. Men när allt kommer till allt talar en människa aldrig om sig själv utan att förlora på det. Självkritiken blir alltid trodd, självberömmet misstrott.”¹

”It is clear that for adults, ideas develop just as slowly and painfully – and joyfully and playfully – as they do for children, through construction on the basis of currently held ideas. For real learning to take place, there is no short cut for starting where the thoughts are and then helping learners take their own thoughts further.”²

¹ Montaigne 1994, s.203-204

² Duckworth 2001, s.185

Inledning

Jag har arbetat som lärare i grundskolans olika stadier i över tjugo år. De senaste åtta åren har jag haft förmånen att leda de allra minsta barnen till skolans och vetandets värld. Det har varit både fascinerande och lärorikt. För två år sedan började jag allvarligt tvivla över mitt sätt att undervisa. Detta skedde i samband med att resultaten i den internationella PISA-undersökningen återigen visade att Sverige inte låg så bra internationellt sett, och att mitt gamla hemland Finland toppade listan i naturorienterade ämnen, läsning och matematik. I samråd med en kollega bestämde jag mig för att ta reda på hur man undervisar i matematik i Finland. Eftersom vi inte hade någon möjlighet att besöka finska skolor, valde vi en enklare väg: vi skaffade oss finska matematikböcker, som var översatta till finlandssvenska. Vi överraskades av den höga nivån i räkning som eleverna förutsattes att nå redan i årskurs tre. Vi bestämde att pröva böckerna tillsammans med våra elever. Under resans gång blev jag så varse om det annorlunda sättet att se på undervisning och matematik som dessa böcker representerade. Det ledde också till att jag började se med andra ögon på min undervisning. Denna essä är en berättelse om den resan. Berättelsen är nedtecknad på resande fot. Jag har gjort mitt bästa för att bevara mina autentiska tankar i syfte att ge läsaren en möjlighet att följa med hela tankeresan. Essän börjar med ett experiment i linje med mina gamla tankar och slutar i en analys när jag med ny förståelse blickar bakåt i min undervisning och mot den finska traditionen. Berättelsen börjar på hösten 2007, då mina elever precis har börjat årskurs två. För att kunna fördjupa mig i mina elevers sätt att tänka, speciellt deras sätt att tänka inom matematiken, genomförde jag ett litet experiment där jag försökte komma åt deras tankar om volymmätning. Då elevernas tankar visade sig vara svårtolkade, hamnade mitt intresse i analysen av själva tolkningsprocessen. Jag ägnade mig åt betraktandet av själva analysprocessen, hur jag förstod det som jag *inte* förstod eller som jag *missförstod* under det pågående arbetet med mina elever. Dessa svar och de kontexter, som kunde ha orsakat och påverkat dessa svar, försökte jag sedan att analysera. Först beskriver jag själva experimentet, vad vi gjorde och vilka resultat vi fick. Därefter redogör jag för min första och andra analys av elevsvaren. Jag går också in för att analysera själva uppgiften. Detta är i stort sett innehållet i den första delen. För att kunna redovisa utvecklingen av mina tankeprocesser, har jag i möjligaste mån avstått från att blanda in mina nyare tankar och upptäckter som jag gjort genom den lästa litteraturen. Den första delen avser därmed att visa ”praktiken” och den delvis ”naiva” förståelsen, som är utgångspunkten för mina vidare funderingar.

I den andra delen skriver jag om förståelsen och erfarenheten i anknytning till det redovisade experimentet. I den tredje delen diskuterar jag med några kollegor om möjligheten att utgå från elevers tänkande. I den fjärde delen försöker jag se hur Piagets tankar via omvägar har färgat mitt sätt att tänka och undervisa och försöker också visa andra sätt att tänka om förståelsen och matematiken. När jag deltar i kommunens matematikfortbildningskurs börjar jag se hur vi tänker i Sverige. Mina egna tankar blir synliga genom att andra uttalar dem. Några av de ursprungliga pedagogiska texterna i Tomas Kroksmarks bok *Den tidlösa pedagogiken* öppnar mina ögon för de olika tankesätt som fortfarande verkar färga diskussionen om undervisningen och dess praktik. Boken hjälper mig att hitta pedagoger som tycks stå bakom ”det finska” sättet att se på undervisning och lärande. Jag vill poängtera att det är min tolkning av detta och att tolkningen grundar sig på de tankar som manifesteras i de finska matematikböckerna. Hur den finska skolans pedagogik ser ut har jag endast erfarit som elev för över fyrtio år sedan. Till min hjälp för att tänka och för att förklara vad som händer med mina tankar under min resa hämtar jag filosofen Hans-Georg Gadamer, ofta genom Marcia Sá Cavalcante-Schubacks vägledande texter.

DEL I

Det praktiska experimentet och de första analyserna av elevsvaren. Experimentet utgör början av min resa. Innan jag tar mig vidare vill jag ta reda på var jag står.

Experiment i min egen vardag

Plats för uppgiften: Jag arbetar som lågstadielärare i en mellanstor låg- och mellanstadieskola i en av Stockholms förorter. Skolan ligger mitt i ett villaområde. Den största andelen elever är svenskfödda. Min klass är den här omgången ovanligt liten, jag har bara 19 elever. Jag gör problemlösningssuppgiften, som jag beskriver och analyserar här, med mina egna elever i vårt eget klassrum.

Information till elever och deras föräldrar: Eftersom jag betraktar uppgiften som en del av matematikundervisningen så informerade jag varken elever eller deras föräldrar i förväg. Efteråt har alla fått se och diskutera ”resultaten” av uppgiften i skolans årliga Öppet Hus – utställning.

Syfte med själva uppgiften med eleverna: Att ta reda på hur mina elever tänker om mätning av volym och att få dem att synliggöra sina tankar. Om så behövs, även hjälpa dem att komma in i funktionella tankebanor.

Syfte med uppgiften som forskningsunderlag: Jag konstruerar en ”enkel” problemlösningssituation med många olika lösningsmöjligheter för att fånga in en kort stund av elevernas och min skolvardag. Jag gör detta för att även efteråt kunna reflektera över elevers tänkande, för att kunna försöka beskriva och utforska mitt eget agerande och tänkande i situationen samt för att skapa material för vidare reflektion. Jag är ute efter att få fram några betydelsebärande och ”avslöjande” avsnitt.

Experimentet

För att få reda på *vad* elever tänker räcker det ofta att bara börja prata om något eller ställa någon eller några av frågorna: vad vet du om? vad du tycker om? Att däremot få reda på *hur* eleverna tänker, kräver ofta lite mer. Jag kan visst ställa frågan: hur tänkte du? hur du löste det här? och ibland funkar det också – speciellt om jag ställer frågan med jämna mellanrum och visar att jag är intresserad av svaren och tar dem på allvar. Men om jag verkligen vill *se* hur

elever tänker, när de till exempel löser ett matematiskt problem, är det bra att förse dem med ett konkret material.

För att synliggöra för eleverna vad jag är ute efter när jag vill veta hur de tänker, för att få reda på hur de tänker om mätning av volym innan vi börjar mäta med standardiserade mått, och sist men inte minst för att få material till min forskning, gav jag mina elever följande uppgift:

Ni får några (5-6) glasburkar. Ni ska använda vatten och avgöra vilken av burkarna som är störst och vilken som är minst. Ni ska också berätta för mig och för varandra, hur ni löste uppgiften.

Eleverna arbetade i sina eftermiddagsgrupper. Det var 6-8 elever i varje grupp. Under tiden de arbetade med andra uppgifter plockade jag fram glasburkar och en större plastburk (av den sorten man säljer lösgodis i) på tre olika bord. Jag sa ingenting och kände på mig hur jag lockade fram elevernas intresse. Burkarna var inte lika på de olika borden, på ett bord fanns det t.ex. en flaska. Det hade inte varit några väl genomtänkta pedagogiska teorier som hade styrt val av material utan den mest utslagsgivande principen hade utgjorts av det aktuella innehållet i frökens källare. Efter instruktionen fick eleverna arbeta parvis och kalla på min uppmärksamhet när de ville presentera sina svar.

Jag använde detta material senare i utställningen på skolans Öppet hus. Till den formulerade jag om svaren från mina anteckningar till utsagor. Det medför att vissa iakttagelser har översatts till repliker trots att de inte alls sades högt utan visades fram. När jag fick liknande svar från olika elever förde jag dem samman. Samma elevers olika funderingar separerades. Genom att göra så blev svaren anonymiserade. Jag presenterar svaren här i den formen för att göra det lättare att få en uppfattning om hur eleverna tänkte. Jag har numrerat svaren för att lättare kunna hänvisa till dem. Så här presenterade jag det som eleverna berättade och visade:

1. Vi höllde i vattnet från de olika burkarna i en lösgodislåda.

Sedan jämförde vi vattennivån för att avgöra vilken burk som var störst.

2. Vi höllde ut vatten från flaskan i de olika burkarna. Mer vatten kvar i flaskan betyder att burken är mindre. Eller är det tvärtom?

3. Vi höllde i olika mycket vatten i burkarna. De burkar, som var mest fyllda var ju största.

4. Om vattnet rinner över, så är den burken störst.

5. Jag tittade med ögonen och jämförde.

6. Vi vägde med händerna. Den tyngsta burken var störst.

Vi fick lite problem med att en burk var av plast.

7. Vi uppskattade längd och bredd. Vi använde inte vatten.

8. Vi tyckte att flaskan var störst. Men när vi började mäta med vatten, var den inte det alls det.

9. Vi fyllde en burk och hällde ut vattnet i en annan. Då såg vi vilken som var störst av de två. Om det rann över, var den andra burken större. Om den inte blev full, så var den andra burken mindre. Vi plockade alltid bort den minsta burken. Vi gjorde så med alla burkar. Det var lätt.

Detta var alltså elevernas egna funderingar. I diskussion med varje grupp kom vi sedan vidare. Jag ska återkomma till det.

Vad hände i situationerna?

I alla tre eftermiddagsgrupperna var eleverna motiverade att arbeta med problemet. Min erfarenhet är att ett konkret material och lagom utmanande uppgifter lockar elever. Jag beskrev faktiskt uppgiften med att ”nu ska vi leka lite med vatten”. Och av erfarenhet visste jag att jag måste berätta *innan* att alla ska torka bord och golv efter sig. Alla par fick sina instruktioner var för sig när de hade hämtat vatten. Alla verkade förstå direkt vad de skulle göra, vilket förvånade mig lite. Jag kom ihåg att jag hade haft svårigheter med att förklara vad jag menade med störst och minst med förra elevkullen. Fast när jag tittar närmare på elevernas svar, så visar det sig, att även de har uppfattat frågan på olika sätt.

När eleverna hade fått instruktioner avskärmade jag mig från dem. Det var ett medvetet val för att inte blanda mig i deras diskussioner, jag känner mig själv och vet att jag har svårt att hålla tyst. Även mitt kroppsspråk skulle kunna styra dem. Eleverna är oftast väldigt duktiga och vältränade på att läsa av sin lärare. Jag är färgad av mitt läraryrke och därför ofta för snabb att försöka visa eleverna ”rätta” svar. Nu ville jag få reda på hur de tänkte själva. Det kändes också bra att kunna stiga åt sidan, då det var ett tecken på att uppgiften var meningsfull och attraktiv och att eleverna hade nått en viss mått av självständighet. Det var

också skönt att bara slappna av en stund för att sedan kunna vara skärpt när eleverna skulle presentera sina lösningar. Det kräver en viss skådespelarprestation att inte avslöja sina omedelbara värderingar inför elevernas svar. Genom att isolera mig missade jag dock deras inbördes diskussioner. Här skulle kanske en filmkamera ha varit på sin plats.

När jag lyssnade och tittade på elevernas svar, hade jag fokus på följande saker: vilken lösningsstrategi eleverna väljer, skiljer det sig från de andra elevernas lösningar, har jag träffat på liknande lösningar förut, är alla med på lösningen, hur kan jag hjälpa dem som inte kommer på någon "rätt" lösning. Trots den alltid aktuella genusdiskussionen glömde jag helt att vara uppmärksam på om pojkar och flickor löste uppgiften på olika sätt. Jag var nog också mer intresserad av tankarna i stort än om vem det var som tänkte dem. Jag skrev dock upp vem som sade vad.

Grupperna fick min totala uppmärksamhet när de presenterade sina lösningar. Jag gjorde mitt bästa för att inte visa om jag tyckte att de svarade "rätt" eller "fel". När de var färdiga med sin presentation och vi hade diskuterat färdigt, fick de städa efter sig och gå ut till fritidshemmet. Sista gruppen fick därmed vara ensam med mig. Att få vara så fokuserad på en grupp i taget händer inte ofta. Det vanliga är att jag samtidigt på ett eller annat sett behöver uppmärksamma andra elever också. Genom att fokusera stänger jag av, jag zoomar till närbild. Behöver jag ha kvar helhetsgreppet, vidvinkeln, är min koncentration riktad mot helheten.

Jag hade i förväg tänkt att eleverna, efter att ha visat sina lösningar för mig, även skulle redovisa dem för alla andra. Så blev det inte, både koncentrationen och tiden tog slut i måndagsgruppen. För att göra likadant i alla grupper lät jag det momentet utebli även i tisdags- och onsdagsgruppen. Eleverna samarbetade bra i alla par. Det som jag inte vet är om de arbetade på lika villkor eller om den ena dominerade. Vem tog initiativ vad det gäller det praktiska, vem drog slutsatserna och så vidare. Jag hade valt att fokusera på resultat, inte på processer. (Jag ska kommentera detta senare.)

Som undervisande lärare saknade jag inte information om lektionerna. Jag fick veta det som jag hade förutsatt att jag skulle få reda på och med hjälp av några frågor (jag ska återkomma till dem) lyckades jag få alla elever dit jag ville få dem. De verkade tycka att uppgiften var meningsfull och de tog den på allvar. Jag fick se många olika sätt att ta sig an problemet. Även de elever som inte har så lätt med matematiken när det handlar om räkning klarade den här uppgiften. Det gjorde mig glad för de behöver allt stöd de kan få för att öka sitt självförtroende.

Min pedagogiska slutsats i situationen blev att jag inte behövde behandla saken mer. Det här är rätt så typiskt för lärares, i alla fall mitt, vardagliga yrkestänkande. Jag betraktar min

undervisning som lyckad om de flesta verkar förstå. Då kan jag gå vidare. Jag har sällan tid att stanna upp och fundera över alla enskilda elevers svar.

Min förförståelse

Vi gjorde uppgiften i början av årskurs två. Jag hade utfört, dokumenterat (fritt från minnet) och reflekterat över samma uppgift på vårterminen i årskurs ett med min förra elevkull.

Därför tyckte jag att jag hade ett bättre utgångsläge den här gången. Däremot hade jag fortfarande inte några bra pedagogiska frågor i beredskap för de elever som eventuellt inte skulle lyckas hitta någon lösning. Förra gången var det enda som jag kunde vänta på att se Piagets kända exempel om att barn tror att den långa och smala burken innehåller mera vätska än den låga och breda. Och det fick jag se både då och nu.

När jag skriver om experimentet med min förra elevkull, använder jag experimentet som ett exempel på ett försök att bryta mot den starka skoltraditionen där vi i undervisningen utgår från kunskaper och vuxenperspektivet och inte från elevers tänkande. Att man inför t.ex. standardiserade mått som självklara saker att börja mäta med istället för att börja med ”mätningens idé”. Så här skriver jag för fyra år sedan. (Det som står kursiverat i parentes är mina egna förklaringar till hur jag då, fast efteråt, uppfattade att eleverna tänkte):

”I detta experimenterande blev elevernas tankar äntligen synliga för mig. När frågan lydde, vilken burk var störst och vilken minst, fyllde många elever alla burkar med vatten och konstaterade, att alla var lika stora! (*Alla var ju lika fulla!*) Då fick jag formulera om frågan till: Vilken burk skulle de välja, om den var fylld med deras favoritläsk? Då började eleverna fylla på burkar så att de blev olika fulla, och pekade på den, som var fullast. Här tog jag ett djupt andetag och bad dem att välja den burken, som de trodde var minst och fylla den med vatten. Vad skulle hända om de hällde över vattnet i en större burk? Detta gjordes med resultatet att vattnet rann över från den andra burken. Var den större eller mindre? Den var större! (*Den var ju överfull.*) Andra elever hällde ur vattnet till en burk, som inte blev full. Den var förstås mindre. (*Den var inte full.*) Med hjälp av några elevers i detta fall mera adekvata svar resonerade vi oss fram till vilka som var de största, minsta och sinsemellan lika stora burkar. Till slut verkade alla vara överens.”³

Situationen då verkade mer hopplös än när jag gjorde experimentet med mina nuvarande elever, men jag minns att många löste uppgiften då också, annars skulle jag inte kunnat använda deras kunskap till att övertyga andra. Måhända ville jag med mitt exempel också

³ Repo 2004, s.10-11

visa, att det inte är ”bara att göra”, bara att utgå från elevers tänkande så där lättvindigt. Det som blir tydligt för mig nu är att jag var angelägen om att det var de andra elevernas upptäckter som skulle övertyga. Jag ansåg att processen var viktig och försökte se vad alla gjorde. Genom en gemensam slutdiskussion var det tänkt att alla skulle vara överens. Jag skulle inte lära elever något från mitt vuxenperspektiv!

Analys av svaren

Den djupare analysen som jag gjorde tre månader efter experimentet är verkligen inget som jag sysslar med dagligdags inom min yrkesövning. Jag blir pinsamt medveten om mina bristande kunskaper både om barns tänkande och om barns matematiska tänkande. Jag gör några försök med att se hur barn tänker och hur mycket matematik deras svar innehåller. Trots att jag ville få fram elevers egna tankar, hjälpte jag dem lite i alla fall.

Många grupper behövde lite mera instruktioner. De elever som inte hade använt vatten fick göra det, och hittade då oftast fram till en lösning. Ganska fort var pedagogikens goda andar med mig och jag kom på en lysande fråga: om den här burken är större, vad händer med vattnet när jag häller det i den mindre burken – rinner det över eller blir det plats kvar? När jag läser min gamla text nu, ser jag att jag visst ställde samma fråga redan förra gången, men den hade inte samma utlösande effekt. Det är kanske därför jag hade ”glömt” den. Alla grupper var nu snart överens att om det är mera vatten i en större burk, så får det inte plats i den mindre. Och tvärtom, om man häller vatten från en mindre burk till en större, så blir det plats kvar i den.

Nu ska jag titta på svaren ett i taget.

Vi fyllde en burk och hällde sedan ut vattnet i en annan. Då såg vi vilken som var störst av de två. Om det rann över, var den andra burken större. Om den inte blev full, så var den andra burken mindre. Vi plockade alltid bort den minsta burken. Vi gjorde så med alla burkar. Det var lätt.

(Grupp 9)

Eleverna i grupp 9 hade kommit på lösningen själv – eller så hade eleverna diskuterat uppgiften sinsemellan på fritidshemmet mellan de olika tillfällena. Hur som helst hade de utvecklat lösningen till och med längre än vad min fråga avsåg, de hade storleksordnat alla burkar.

Vi hällde i olika mycket vatten i burkarna. De burkar, som var mest fyllda var ju störst.

(Grupp 3)

Grupp 3 fyllde faktiskt först alla burkar med vatten så att vattennivån var lika hög i alla. De sa att alla burkar var lika stora, vilket för dem troligen betydde samma sak som att de var lika fulla. Det här är ju ett gammalt beprövat sätt att lura sin lillebror: man ger honom ett långt och smalt dricksglas och tar själv ett brett. Sedan fyller man ”lika mycket” i båda. Hade dessa elever inte kommit på det, eller ville de testa mig? När jag undrade om det inte fick plats med mera vatten i burkarna, fyllde eleverna helt sonika mer vatten i alla burkar (observera att burkarna var olika stora), och konstaterade att nu är det också lika mycket vatten i dem. Nu var det ”fullheten” som var avgörande. När de såg att jag inte var nöjd, tömde de lite från de andra burkarna och fyllde bara en helt. Nu var den störst för det var mest vatten i den. Jag visste varken ut eller in. Jag ställde min fråga i stället, och efter den kunde eleverna, efter lite hållande fram och tillbaka, svara ”rätt”. När jag inte förstod, började jag undervisa.

Vi hällde i vattnet från de olika burkarna i en lösgodislåda.

Sedan jämförde vi vattennivån för att avgöra vilken burk som var störst.

(Grupp 1)

Grupp 1 var på god väg att konstruera en vattennivåmätare, men eleverna hade behov av att jämföra vattennivån i två likadana behållare. Det verkar som om de ville göra alla burkar lika stora, jämförbara. De hade inte tänkt på att de skulle ha kunnat markera vattennivån genom att rita streck på lösgodislådan. Det blev min tanke, och därför kunde jag inte riktigt se vad eleverna gjorde. De skulle ha behövt flera lösgodislådor för att tömma innehållet från alla burkar i var sin låda. Sedan skulle de kunnat storleksordna dem. Så tror jag nu.

Grupp 1:s lösning ser i själva verket ut att vara en utveckling av Grupp 3:s lösning. Grupp 3 laborerar med vattennivån, men Grupp 1 har insett att det är inte bara vattennivån utan också burkarnas storlek som ska tas hänsyn till. Nu kan jag förstå lite bättre hur Grupp 3 kan ha tänkt.

Vi hällde ut vatten från flaskan i de olika burkarna. Mer vatten kvar i flaskan betyder att burken är mindre.

Eller är det tvärtom?

(Grupp 2)

Grupp 2 använde flaskan som mätare, fast eleverna var lite osäkra hur det förhöll sig med förhållandena mellan det kvarvarande vattnet i flaskan och i burken. Efter en tids hållande blev de övertygade om att mera vatten kvar i flaskan betydde mindre vatten i burken. Två grupper, som hade tillgång till flaskan, hade gjort uppgiften från den synpunkten: de hade avgjort burkens storlek på grund av den kvarvarande vattenmängden i flaskan. När eleverna berättade det för mig verkade det ganska bakvänt och komplicerat. När jag tänker på det nu är det ju ett givarperspektiv de har använt. Kanske händer samma sak när de bjuder sin kompis på dryck? De är själva aktiva aktörer, inte iakttagare när någon annan håller saft åt dem. Jag börjar misstänka att barns erfarenheter styr deras tänkande mer och på ett annat sätt än jag först trodde.

Om vattnet rinner över, så är den burken störst.

(Grupp 4)

När jag gjorde experimentet med min förra klass hade jag en enligt mitt tycke matematiskt begåvad flicka som längre än de andra envisades med att tro att när vattnet rinner över så finns det mera vatten i den burken än i den som inte ens blir full. Vi fick övertyga henne en lång stund. Det var hennes svar som fick mig att efter en längre betänketid komma fram till ”saftkalassyndromet”. I ett barnkalas kan det vara så att alla barn har lika stora dricksglas. Då stämmer hennes tanke väl: är det plats kvar i glaset så är det mindre innehåll, medan om det rinner över så är glaset överfullt. Svaret på min fråga, vad händer om jag håller vatten från en burk till en annan, som Grupp 4 gav, orsakade inte längre huvudbry för mig. Jag trodde att jag förstod hur eleverna tänkte.

”Saftkalassyndromet” verkade löst men när jag tänkte mera på det nu så var det ändå inte det. Hur kan eleverna tolka att det är mer i glaset när det rinner över? Ja, eventuellt ännu mer ju mer vätska som rinner över? Det kanske inte alls handlar om att *ha* mer utan om att *få* mera? Det kanske inte alls behövs något födelsedagskalas utan bara ett syskon. Så det handlar om syskonrivalitet, vem får mest kärlek, uppmärksamhet, saft... Ska det till nu att jag analyserar elevernas plats i syskonskaran? Skulle jag ha fått markant annorlunda resultat om de ensamma barnen hade tillfrågats separat? Blir användandet av flaskan symbolisk? Eller handlar det om att *ge*?

Jag tittade med ögonen och jämförde.

(Grupp 5)

Eleven i Grupp 5 använde sina ögon för att avgöra storleken. Så behöver man ju ofta göra, det är inte alltid möjligt att mäta på något annat sätt. När eleven använde vatten, kunde min fråga besvaras.

Vi tyckte att flaskan var störst. Men när vi började mäta med vatten, var den inte det alls det.

(Grupp 8)

Här har eleverna tagit steget vidare och ifrågasatt sina synintryck.

Vi vägde med händerna. Den tyngsta burken var störst. Vi fick lite problem med att en burk var av plast.

(Grupp 6)

Eleverna i Grupp 6 var inne på att använda sina spirande kunskaper om hur vikt och volym hänger ihop, fast de insåg även själva, att det inte var någon riktigt hållbar lösning här. Jag betraktade svaret som ett uttryck av utvecklade matematiska funderingar och var ”nöjd”. När eleverna använde vatten, tyckte jag att de kunde ge bättre svar.

Vi uppskattade längd och bredd. Vi använde inte vatten.

(Grupp 7)

Nu börjar minnet svikta, men jag tror, att eleverna hämtade linjaler för att få reda på burkarnas längd och bredd. Det är ju så man oftast räknar volym – det är bara det att skulle ha behövts för komplicerade uträkningar för eleverna i årskurs två. Det är möjligt att eleverna skulle förstått om jag hade visat dem hur man gör, men jag kände inte att jag hade tid med det. Så de fick hämta vatten.

Sammanfattning av analyser

Det är lätt att se hur varierande och olika utvecklade elevernas tankar om volym var. Vi hade inte pratat om volym i skolan, så jag utgår ifrån att elevernas tankar grundade sig på deras vardagserfarenheter. Jag var nyfiken på att få veta vad eleverna visste och hur de tänkte, inte

att kontrollera att eleverna hade lärt sig. Jag trodde att bara jag tittar och lyssnar uppmärksamt får jag veta hur de tänker.

Fast jag i förväg hade bestämt att observera noga och att göra anteckningar direkt efteråt, märker jag hur lite jag hann uppfatta i situationen. Bara att analysera de skissartade anteckningarna ger så mycket mer vetskap om elevernas tankar. Det blir tydligt för mig att det oftare skulle behövas tid för att analysera elevernas svar, och tid för att sedan anknyta deras svar till matematiken. Även om det är ett kursplanemål i sig, att eleven ska få tilltro till sitt eget tänkande⁴, så är tilltro bara början till att använda sitt tänkande som elev. Och för lärarens del, att använda det som man vet om elevers tänkande till att utveckla deras tänkande och lära dem mer.

När jag analyserade elevsvaren kunde jag ju hypotetiskt konstruera elevers möjliga vardagserfarenheter om volym. Erfarenheter, som kan vara känsloladdade och inte alls handlar så mycket om matematik som om rättvisa och till och med om kärlek. Ändå försöker jag tolka elevsvaren gentemot matematiskt tänkande (så som jag förstår det!). Och jag kan bara se det som jag vet någonting om.

Om man vill analysera själva experimentet kan man lätt hitta många saker som har påverkat resultatet. Det var till exempel bara en grupp av tre på varje eftermiddagsgrupp som fick en flaska. Att ge tillgång till olika material motverkar resultatens jämförbarhet och rättvisa. Flaskan visade sig vara väldigt styrande i två av tre grupper, därför borde jag kanske ha uteslutit den helt eller gett en flaska till alla grupper. Samtidigt var det just flaskan som ledde mig till tanken om givarperspektivet. Eleverna gjorde experimentet på tre olika tillfällen. De hade haft möjlighet att prata om det sinsemellan. (Jag vet att eleverna brukar fråga måndagsgruppen vad de gjorde, för att de vet att de får göra ungefär samma saker själva.) Men så ser min och deras verklighet ut. Jag kan inte påstå att jag blir ledsen om måndagsgruppens elever hade lärt de andra eleverna någonting om volymmätning.

Experimentet är inte riktigt upprepningsbart, i alla fall inte om *jag* skulle göra det med andra elever. Min förförståelse är förändrad, jag skulle säkert reagera annorlunda och troligen se mer. Men om jag skulle vara ute efter att få fram olika sätt hur barn tänker om volymmätning, skulle min vidgade förförståelse bara vara bra. Efter att ha fått fram flera olika sätt, kunde jag även få fram de vanligaste tankesätten.

I den världen där forskning, pedagogik och beprövad erfarenhet går hand i hand, kunde dessa rön kanske användas i lärarutbildningen och när man framställer böcker i matematik. Det kunde hjälpa läroboksförfattare att konstruera matematikböcker där elever genom olika

övningar sakta leds till adekvata sätt att mäta volym. Boken skulle stödja lärarens undervisning så att hon skulle få ägna sig åt det som jag uppfattar som den egentliga arbetsuppgiften: att leda elever till kunskapens källa. Utan att inför varje nytt undervisningsinnehåll själv behöva ägna sig åt grundläggande och tidskrävande reflektion om olika begrepp. Det skulle räcka med den reflektionen som läraren gör tillsammans med sina elever. Diskussioner med elever kan nämligen vara nog så krävande även om läraren har stora kunskaper.

Hur sanna är mina historier?

Är det sant det som jag berättade? Är den nyare berättelsen sannare än den som är fyra år gamla? Är de direkta anteckningarna sannare än de formuleringar som jag gjorde för att lyfta fram de olika tankar som uppstod? Jag har inte frågat mina elever om jag har tolkat deras svar rätt. Allt som jag berättar om är mina tolkningar. Har jag då kunnat bara hitta på allt? Nej, för elevernas svar skulle jag inte kunnat komma på. Den nyare berättelsen är kanske mindre sanningsenlig eller autentisk för att den gången gick jag in i situationen utrustad med en annan förförståelse. Det gjorde att jag klassificerade elevernas svar rätt så snabbt och slapp känna mig lika förvirrad inför deras tankar. Cato Wadel poängterar betydelsen av observationskategorier, när man vill komma från observation till data. Att bara gå ut och observera ger enligt honom ingen specifikt data.⁵ Klassificeringen hjälpte mig att sortera ”bort” det som jag redan kände igen så att jag nog var mera öppen inför att uppmärksamma flaskproblematiken. Trots att jag förstår Wadels poäng, undrar jag, om inte observationskategorier gör att man lättare kan missa något annat i alla fall nyanserna. Kategorierna styr uppmärksamheten. Man ser vad man vill se och bortser från annat.

Den matematiska erfarenheten

När jag berättar om mitt vattenexperiment och mina funderingar runt det i lärarrummet, får jag höra en intressant historia. Flera lärare upptäcker att jag tydligen har blivit inspirerad av historien om ”Landet Längesen” (jag ska återkomma till det). De berättar om hur de använt alla uppgifter som ingår i den. Efter att de hade låtit eleverna mäta volym, skulle eleverna mäta area. I två klasser oberoende av varandra försökte elever febrilt tillämpa sina erfarenheter av volymmätningen till att mäta storleken på tyg. De stoppade de tygbitar som skulle storleksordnas i olika burkar för att kunna avgöra vilken som var störst. De upptäckte

⁴ Skolverket 2008, s.6

⁵ Wadel 1991, s.92

dock att de inte fick så entydiga resultat då man kunde trycka olika hårt och därmed få olika resultat. Här hajar jag till. Lärare hade låtit eleverna göra matematiska erfarenheter i klassrummet, men i nästa fas dragit undan mattan, då erfarenhet inte alls gick att använda för att lösa efterföljande uppgift! Detta i sig utmanande men ”hoppiga” sätt är en av de saker som jag har blivit varse när jag för andra året i rad använder finska (översatta) matteböcker med mina elever. De bygger på repetition även i problemlösning! Jag har inte tänkt färdigt den här tanken än, bara gjort upptäckten. Kan det vara så att vi har varit för ivriga att premiera det divergenta tänkandet på bekostnad av det konvergenta? Att en del elever får det jätteroligt medan andra inte hänger med alls? Inläring blir lågprioriterat, elever ska helst kunna *innan* undervisning sker, eller skapa sin kunskap genom sina egna upptäckter. Det som lärs efterfrågas inte senare. De elever som inte kan innan eller som inte kommer på lösningen under experimentet lämnas att tro att de är och kommer att förbli okunniga. Det gamla sättet att undervisa, där läraren var den huvudsakliga kunskapskällan och det inlärdas kontrollerades med läxförhör och prov, kanske gav dessa elever tillfället att visa sina förvärvade kunskaper. ”Landet Längesen” är en undervisningsidé som Dagmar Neuman presenterar i sin bok *Räknefärdighetens rötter*. Idén bygger på teorierna om att begrepp skapas kulturellt och återskapas individuellt i ett socialt sammanhang⁶. En av uppgifterna är att avgöra om två av kungens och drottningens tjänare har fått lika mycket guldsand i lön, trots att deras bägare ser olika ut. Den andra har fått en slottssenapsburk av största sorten och den andra en hög smal flaska. Problemet är avsett att skapa behovet av en enhet, behovet av att dela upp sanden i enheter för att kunna jämföra bägare med varandra. På bordet bredvid bägarna hade det ställts många olika sorters föremål: plastglas av olika storlekar, skedar, pinnar, kakelplattor, grytlappar, piprensare osv.

Lärarens fråga till eleverna lyder: Hur skulle kungen kunna veta om hans skattmästare har varit rättvis eller ej? Kan ni hjälpa honom på något sätt? ⁷

Här är det fråga om rättvisa och om att ha lika mycket, en mycket brinnande fråga för barn i tidig skolåldern.

Frågan som jag ställer i mitt experiment bygger mera på girighet: i vilken burk är det mest? Jag är inte heller lika målmedvetet ute efter att skapa behov av måttenhet. För mig handlar det mera om att få reda på hur barn tänker överhuvudtaget, ren nyfikenhet utan tydliga pedagogiska baktankar. Resultatet blir också annorlunda. Nu vet jag inte om Neuman bara redovisar den lösningen som är mest önskvärd och adekvat för att leda till användandet av

⁶ Neuman 1989, s.19

⁷ Neuman 1989, s.201

måttenhet. Eller om de undervisande lärarna medvetet styrde eleverna till att komma på den här lösningen, som de redan i förhand hade önskat att få genom att ställa fram lämpliga mättningsinstrument.

När jag tänker på detta kan jag börja uppleva mitt experiment som icke-pedagogiskt, oplanerat och happeningartat. Jag, som kanske inte ska kalla mig som lärare vid det tillfället, leker bort elevernas dyrbara undervisningstid. Där man hos Neuman får eleverna att inse behovet av måttenhet, blir mina elever övertygade att om det rinner över så är burken mindre – vi hamnar i någon sorts ordlös upplevelse med skillnaden mellan att ge och att ha. Vad har det med matematiken att göra?

Birgitta Kullberg beskriver hur hon i sin forskarutbildning gradvis lämnar sitt lärarperspektiv och börjar lita på elever som informanter till sitt eget lärande. Med lärarperspektivet menar hon, att läraren snarare instruerar än frågar elever om deras lärande.⁸ I de berättade exemplen kan då mitt agerande tolkas mera som forskning. Frågan är förstås, hur mycket ska jag som lärare agera som forskare? Hur mycket ska jag utsätta elever för egenhändig inläring och hur mycket ska jag leda och undervisa?

Anthony Furness, som har försökt hitta vägar till förskolebarns matematiska tänkande, har letat efter laborativa, visuella och samtidigt undersökande uppgifter som skulle hjälpa barn att komma in i matematikens värld. Han lyfter fram frågan ”vad händer om jag...?” som början till en process som utgår från nyfikenhet. Han anser att vuxna ska organisera tid, rum och material så att det bidrar till att nyfikenhet får blomstra. Han vill tydligt utgå från barnens tänkande och vill hitta sätt att gynna barns matematiska erfarenheter.⁹ När jag lät elever göra uppgiften första gången var mitt huvudsyfte att se hur elever tänkte. Jag blev rejält överraskad av ”saftkalassyndromet” och gick in på att åtgärda ”det felaktiga tankesättet”. När jag läser mina instruktioner inför andra gången, så är jag tydlig med att redovisningen av tankar är det viktiga. När jag beskriver mitt syfte i den här texten, är jag redan inne på att även hjälpa elever att komma in på funktionella tankebanor. Jag är fortfarande inte medveten om att jag skulle använda uppgiften till att skapa matematiska erfarenheter. Det blir lite så, under min styrning, när elever ska hälla vattnet från en burk i en annan. Men de flesta hinner inte komma på upptäckten själva. Jag ”tvingar” dem att göra den erfarenheten. Här visar sig nu den kollisionen som jag upplever i mitt yrkesutövande. För att tydliggöra kollisionen för dig, min läsare, men även för mig själv, vill jag berätta en högst osann historia om hur jag lät elever

⁸ Kullberg 2004, s.12

⁹ Furness 1998, s.5

göra den här mätningssuppgiften för allra första gången. Jag vill alltså poängtera att jag skapar historien precis nu, men den är sann i en symbolisk mening. Det är nämligen så jag upplever nu hur jag arbetade och tänkte förr. Det är kanske bara en bild som jag behöver använda för att synliggöra min process. De historiska fakta kanske inte alls är överensstämmande med den. Nu får du höra den osanna historien om volymmätningen.

Läraren kommer in med en kartong full med glasburkar. Eleverna ska bilda små grupper och hämta fyra fem burkar samt vatten i en större burk. Uppgiften är den samma: ta reda på vilken burk som är störst och vilken minst? Aktivitet pågår. Läraren går runt och tittar och lyssnar. Hon ställer inga frågor. Alla svar får beröm. Timmen tar slut och ingen sammanfattning hinner göras. Allt förblir så som det var innan uppgiften gjordes, om inte elevers tänkande utvecklades av andra elever i samma grupp. Eleverna hade kul. Läraren kunde vara nöjd för det och för att hon hade använt laborativt material i sin undervisning.

Furness poängterar vikten av att skapa möjligheter för barn att göra matematiska erfarenheter. Inte ens i den osanna historien, som ändå är mest elevorienterad, hinner detta förmodligen hända.

Men vad menar jag med kollisionen? Jag borde väl mena samma som Furness, att elever måste ges mer tid att undersöka verkligheten. Det gör jag dessvärre inte, utan snarare nästan motsatsen. Jag är i min lärargärning på väg att gå mot allt större lärarstyrning. Mot undervisandet. Inte utan att det smärtar.

När jag tittar i Furness bok, hur han har dukat upp volymmätningsexperimentet i förskolan, ser jag att han har möjliggjort mätinstrument: han har dukat fram flaskor och burkar av betydligt större skillnader i storleken än vad jag gjorde, och han nämner även sked. I bilden ser jag även ett graderat litermått. Han skriver dock, att man börjar med att fylla på och hålla ut för att sedan börja jämföra och räkna.¹⁰ Inför framtiden i verkligheten får jag här med mig nästa fråga: hur stor är...?

På jakt efter de ursprungliga tankarna

Vattenexperimentet grundar sig på tron att det går att få fram barns ur-tankar, tankar, som kanske skulle vara just dem som mänskligheten alltid har haft eller alltid har som barn. Tanken är inte så olik antropologernas strävan mot att förstå seder och bruk hos människor som levtt isolerade i djungel eller på avlägsna öar. Antropologen ska in och förstå andra

¹⁰ Ibid.s.71

kulturer för att bättre kunna förstå sin egen, men kanske också för att bevisa hur mycket mera utvecklade våra västerländska civilisationer är.

På matematikfortbildningskursen för över tio år sedan fick jag lära mig att de ”felaktiga” svaren är intressantare än de rätta. Att jag har anammat den tanken syns tydligt i min analys av elevsvaren. De ”felaktiga” svaren upptar nästan hela min tankeverksamhet. Jag försöker ”sätta mig in i kulturen” och tänka som barn gör. De upptäckterna att vattnet rinner över när burken är mindre eller skapandet av måttenheter viftar jag nästan bort i en bisats. De rätta svaren tycks visa att eleverna redan har blivit smittade av vår civilisations matematiska tänkande.

Skolans uppgift är att föra barn in i kulturen, det kan man inte komma ifrån. Men finns det inte en risk att vi tystar ner annorlunda tankar, som kunde ha varit fruktbara om de hade fått möjlighet att utvecklas? När jag säger att jag lyssnar på elevers tankar, gör jag det inte bara i syfte att bättre kunna ändra på dem? Borde inte elever skydda sina tankar och inte avslöja dem för en slug inkräktare, en vuxen kolonistör som jag?

DEL II

Tolkning och förståelse

Jag har skapat, beskrivit och analyserat en episod ur min lärarvardag. Inte det allra vanligaste förekommande undervisningsexemplet, men dock inom det möjligas gränser. Jag tror att fördelen med att *inte* beskriva rena rutinhandlingar är att det blir lättare att betrakta det som hänt. Det finns mera att reflektera över. Det nya och ovana skärper inte bara min iakttagelseförmåga i själva situationen, det tydliggör också skillnaden mot det vardagliga. Det invanda blir synlig genom det annorlunda. De egna misstagen känns lättare att ta då de händer i ovana situationer. De kan klassas som ”engångshändelser”.

Jag gjorde ett experiment för att kunna betrakta min lärarverksamhet noggrannare och med eftertanke. Den enda skillnaden i situationer med mitt agerande som lärare som jag kunde se var att jag var lite mer vaksam och uppmärksam på både elevernas och mitt handlande och att jag skrev upp elevernas svar direkt efter experimentet. Jag har svårt att analysera mitt beteende i situationer mera än så innan det har gått mer tid. I slutet av essän får ni läsa vad jag ser när det har gått drygt ett år. Men redan nu finns mycket att säga om efterarbetet, när jag har suttit med mina anteckningar och mina minnesbilder, när jag försökt förstå och komma vidare. Olika texter, matematikpedagogiska och filosofiska, öppnar upp mina ögon för att se vad som ”egentligen” hände när jag gjorde experimentet med mina elever. Eller rättare sagt, hur det som hände kan tolkas och förstås på olika sätt.

Till mina ledsagare i den här delen av min essä, resan i tolkning och förståelse, har jag valt Jacob Meløe, Steen Wackerhausen och Marcia så Cavalcante Schuback.

Först får Jacob Meløe visa vägen. Jag använder några av hans frågor och begrepp såsom de är presenterade i kompendiet *Tre artikler av Jacob Meløe*. Meløe anser att det primära vetenskapsteoretiska problemet i att förstå eller tolka det som människorna gör är följande: Vad är det vi gör när vi gör det? Vad är det vi förstår, när vi förstår en utsaga eller en handling? Vad är det vi inte förstår, när vi inte förstår?

Hur kan vi lära oss att förstå det vi inte förstår?¹¹ Innan jag går vidare i hans teori använder jag mig av hans frågor för att försöka se vad jag och eleverna gjorde när vi utförde vattenmätningsexperimentet. Jag utvidgar Meløes frågor till att omfatta både vad vi gjorde och hur det var att göra det vi gjorde. Trots att mina tankar om hur jag tror att eleverna uppfattade det som de och jag gjorde nästan uteslutande bygger på mina egna antaganden,

¹¹ Jacob Meløe 1979, s.1

anser jag, att dessa har ett värde genom att de belyser hur jag som lärare och även som auskulterande forskare tänker om mina elevers tankar. För en lärare är detta det oftast förekommande sättet att analysera sin undervisning. Det finns ytterst sällan filmatiseringar av situationer att tillgå. Eller andra sakkunniga vuxna i rummet med vilka läraren skulle kunna diskutera sina iakttagelser. Med andra ord gör jag här ett försök att beskriva en del av lärares yrkespraxis, nämligen hur läraren gör när hon försöker förstå elevers (matematiska) tänkande. Eftersom jag betraktar den självupplevda verkligheten, är det mer reflektion än observation jag åstadkommer. Nu till Melöes första fråga:

Vad är det vi gör när vi gör det?

Rollerna, den som är lärarens och den som är elevens är givna av tradition, men också bestämda av varje lärares förhållningssätt gentemot skolan som institution till förhållningssätt mot de elever läraren för tillfället är satt att leda.

Genom att skolan för närvarande är målstyrd har den enskilde läraren förhållandevis större frihet än om skolan skulle vara uppgiftsstyrd. Läraren får inom vissa ramar agera på egen hand bara hon kan visa fram åtminstone något så när godtagbara resultat. Ofta bygger lärare upp sin egen läraryslosofi och sin egen pedagogik under åren och arbetar enligt dessa om inga hinder tillstöter. Så har det i alla fall varit med mig. Jag har tagit lite intryck här och där och testat lite olika saker, ibland har det varit några större nya tankar som har ändrat en del, men i det stora hela har jag trott på mitt sätt att arbeta. Förra våren (2007) hände det så något, som fick mig att börja tvivla. Jag ska berätta.

Vi hade pratat om ental och tiotal under några matematiklektioner i slutet av vårterminen i årskurs ett. I min fråga, som berörde vilka som är entalen och tiotalen i talen 42 och 34 svarar min elev Daisy:

- I det första talet är 2 ental och 4 tiotal, och i den andra är 3 ental och 4 tiotal. Jag ber henne att titta på 34:n en gång till, men hon ger samma svar. Hon verkar vara helt övertygad. Därför frågar jag: - Hur tänker du? Och då svarar hon utan att tveka: - Eftersom fyran är större än trean, måste fyran vara tiotal. Tio är ju mera en ett.

Jag kände igen situationen och hörde mig själv fortsätta med att be andra elever att lyssna på Daisys svar och förklaring. Jag lyfte upp Daisy och hennes tänkande och bad andra elever att försöka förklara hur hon tänkte. Men istället för att känna mig som lyckad pedagog, kände jag mig plötslig tveksam. Vad gjorde jag egentligen? Befäste jag Daisys felaktiga tankar?

Belönade jag någon som inte var så bra på matematik? Hur skulle de andra eleverna reagera nästa gång?

Inom den svenska skolan har man länge poängterat vikten av att i undervisningen utgå från barnen och deras tänkande. Detta sätt att arbeta med barnen är stimulerande och intressant för läraren, ingen undervisningssituation blir den andra lik. Trots att undervisningens innehåll eller syftet med undervisningen kan vara likartad årskull efter årskull, leder barnens olika respons på undervisningen åt olika håll. För att ta ett enkelt exempel: i en idrottsintresserad klass hämtar man gärna även matematikuppgifter från idrottens värld i form av olika resultat, eller diskuterar samarbete med hjälp av regler i olika lagsporter. Förutom gruppens intressen, låter man också de enskilda elevernas tankar och funderingar styra undervisningen i olika grad. I den svenska grundskolans läroplan poängteras det särskilt under ämnet matematik vikten av att barn får tilltro till sitt eget tänkande. Att kunna ha tilltro till sitt tänkande förutsätter att man både uppmuntras att tänka själv och att man tränas att bli medveten om sitt tänkande och övas upp att visualisera och verbalisera det. Ibland kan man nå så långt att även klasskamraterna kan följa varandras tankegångar, inte bara läraren.

Vad var då problemet?

Under många år kretsade mina problem i min yrkesövning runt frågorna hur jag skulle bli lyhörd och icke-dömande inför elevernas ibland överraskande tankar, eller hur jag tålmodigt skulle leda eleverna till "rätta" tankebanor utan att rusa iväg och undervisa om de "rätta" sättet att tänka. Att jag även skulle låta eleverna vändas i sina tankar utan att på en gång hjälpa dem ingick i min undervisningsstrategi.

De senaste åren hade dock inneburit en växande oro inom mig.

Hade jag gått för långt i att tillåta och uppmuntra eleverna att tänka fritt och därigenom i själva fallet lämnat dem i sticket? Hade jag skapat obalans mellan att föra eleverna in i kulturen och att förbereda dem till att skapa nytt? Jag började alltså problematisera det som jag i många år hade varit mäktigt stolt över i min lärargärning.

Vattenmätningsexperimentet avviker något från det vanliga sättet att arbeta, även från *mitt* vanliga sätt att arbeta. Den kunde klassas under rubriken fördiagnos, med filosofiska ord kunde man säga att jag försöker ta reda på elevernas förförståelse för att därefter kunna placera min undervisning på rätt nivå. Trots att vi gjorde en lyckad uppföljande övning i syfte att skapa mätningenheter, kom det att ta över ett halvt år innan jag var beredd att *undervisa* om volym. Uppgiften kan också placeras under rubriken problemlösning i par. Placeringen under den rubriken lättar på mitt ansvar att följa upp svaren ytterligare. Så här i efterhand vill jag gärna lätta mitt samvete och bestämmer att placera den just där. Vilka är då reglerna för en problemlösningssuppgift i skolan? Problemet ska vara tillräckligt utmanande. Alla elever måste kunna delta i det lösande arbetet. Lösningarna ska presenteras. Allra bäst är om alla

lösningar kan presenteras för alla och om man tillsammans kan diskutera dem. Det är inte alltid möjligt av olika skäl, men det hindrar inte att proceduren blivit genomförd och att det har fyllt sitt syfte: eleverna har lärt sig/övat sig att lösa (matematiska) problem.

Nu kan jag alltså benämna vad jag gjorde. Namnet beror som synes inte bara av det som görs utan också av vad som händer efteråt.

Just nu ser jag vad jag *inte* ser just nu: jag ser inte alla de regler som påverkar situationen, vilka frågor en helt utomstående skulle ställa om hon skulle iaktta eleverna och mig i aktion. Vad kan eleverna ha tänkt om det vi gjorde? Uppfattade de att detta var matematik? Jag sa ju att vi ska leka med vatten. Jag är ganska övertygad om att de förstod att detta var en problemlösningssituation. Under vårterminen i årskurs ett hade eleverna fått sortera olika föremål och lista ut sorteringsprinciper (långa pinnar, sträva pinnar, röda knappar, knappar med fyra hål...) i våra eftermiddagsgrupper. Vi hade också mätt sträckor med sudd, pennor, med oss själva osv. Så vi hade även varit inne i mätningens princip: mätning kräver mått. Uppgiften att leta fram den största och minsta burken var inte så olik dessa övningar. Den var lika öppen och det fanns många möjliga sätt att ta sig an och lösa den.

Det som jag tycker mig se nu, är att eleverna serverade mig dels gamla lösningar och dels utvecklade och testade de fram nya. Lösningarna som har med saftkalas eller småsyskon att göra tror jag var gamla, måhända inte helt medvetandegjorda innan experimentet gjordes. Försöken med att skapa mätinstrument och att mäta med hjälp av linjal var nog nyare eller skapta i situationen. Linjalerna låg väl synliga på bänken. Jag kan givetvis inte vara säker. Jag kan bara stödja mitt påstående med att jag upplevde elevers upptäckarmöda och upptäckarglädje. Och det var stor skillnad mellan det här experimentet och det följande experimentet, när vi letade efter mätenheter. Det sistnämnda tyckte eleverna var rent av tråkigt.

Vad är det vi förstår när vi förstår en utsaga eller en handling?

Den här frågan kan tolkas på många sätt. Den ytliga tolkningen kan vara att jag som lärare förstår att mina elever levererar mig lösningar på det av mig ställda problemet. De gör vad de ska. För den som inte är lärare kan den iakttagelsen verka trivial. Dessvärre är det inte alls givet att eleverna gör vad de borde. Dels händer det att de sysslar med något helt annat, eller att de inte har förstått vad läraren vill att de ska göra. I det här fallet arbetar eleverna koncentrerat med uppgiften. Några berättar och några visar hur de gjorde. Elevers utsagor och handlingar är adekvata i situationen. Eleverna har förstått vad läraren vill. Men som jag tydligt har visat i min analys av elevers svar har jag som lärare missförstått eller inte förstått

alls mycket av det som eleverna visade eller berättade för mig. Det vet jag inte om eleverna insåg.

Vad kunde jag ha förstått?

Om jag hade vetat mera om mätinstrumentens historiska tillkomst och med hjälp av den kunskapen kunnat placera elevens svar på en skala från den enkla till den mera utvecklade, hade jag nog förstått mycket mer. Jag har i många år haft stort intresse för matematikens utveckling och för sådant som "mätningens idé" och använt den kunskapen i min undervisning. Ändå faller jag här pladask.

Innan jag hämtar mer kunskap från matematisk litteratur, vill jag göra ett försök att placera elevsvaren på en "utvecklingslinje". Så här ser min tredje analys av elevsvaren ut:

Jag tittade med ögonen och jämförde. (Grupp 5)

Av de svar som jag fick är detta att betrakta som minst utvecklat. Här är vattennivån avgörande, burkarnas storlek tar eleverna inte hänsyn till.

Vi höllde i olika mycket vatten i burkarna. De burkar, som var mest fyllda var ju de största. (Grupp 3)

Här har eleverna börjat laborera med vattennivån, men tar fortfarande inte hänsyn till burkarnas storlek.

Vi uppskattade längd och bredd. Vi använde inte vatten. (Grupp 7)

Här börjar eleverna inse att burkarnas storlek har betydelse.

Vi vägde med händerna. Den tyngsta burken var störst. Vi fick lite problem med att en burk var av plast. (Grupp 6)

Här är eleverna på väg att avgöra burkarnas storlek genom att väga dem.

Vi fyllde en burk och höllde ut vattnet i en annan. Då såg vi vilken var störst av dem två. Om det rann över, var den andra burken större. Om den inte blev full, så var den andra burken mindre. Vi plockade alltid bort den minsta burken. Vi gjorde så med alla burkar. Det var lätt. (Grupp 9)

Jag var ju mest förtjust över det här svaret, då eleverna där använder ”min” lösning. Här löser eleverna problemet praktiskt, men skapar inte några mätinstrument. I det avseendet är inte lösningen så avancerad, den bygger på proportionaliteten i situationen, den är situationsbunden. Jag ska inte gå in på vad det säger om min intelligens. Mina sexton- och nittonåriga söner levererar det här svaret, när jag utmanar dem att lösa problemet i huvudet. Jag ska inte gå in på vad det säger om mina uppfostringsresultat.

Vi höllde i vattnet från de olika burkarna i en kvadratisk lösgodisburk. (Faktiskt i tvåburkar!) Sedan jämförde vi vattennivån för att avgöra vilken burk var störst. (Grupp 1)

Här är eleverna på väg att eliminera burkarna och att skaffa ett pålitligt mätinstrument genom att använda likformiga burkar.

Vi tyckte att flaskan var störst. Men när vi började mäta med vatten, var den inte det alls det. (Grupp 8)

Vi höllde ut vatten från flaskan i de olika burkarna. Mer vatten kvar i flaskan betyder att burken är mindre. Eller är det tvärtom? (Grupp 2)

Här använder eleverna flaskan nästan som ett graderat mätinstrument (som t.ex. litermått).

Om vattnet rinner över, så är den burken störst. (Grupp 4)

Det här svaret hamnar utanför skalan. Här tror jag mig förstå att eleverna tänker antingen på ”fullhet” eller på hur mycket man *får* i stället för hur mycket man *har*. De bortser helt från burkarnas storlek. Det här svaret besvärar mig mest och är en stöttesten men också en motor för min tankeverksamhet.

Här vill jag göra en tilläggsfråga, som inte härstammar från Melöe utan är inspirerad av min yngsta sons skolminnen. Frågan lyder:

Vad är det eleverna tror att läraren vill höra, eller vad är det eleverna tror att läraren tror att de tror och förstår?

Min nu sextonåriga son delade med sig av sina tidiga skolminnen, när han fick veta vad jag tänker skriva om.

”Jag kommer ihåg när jag gick i sexårsverksamheten. Då ville fröknarna att vi skulle rita om hur vi trodde att det blir vatten på jorden. Jag visste hur det egentligen låg till med vattnets kretslopp, men jag visste, att fröknarna skulle bli gladare om jag ritade någonting annat. Speciellt den ena som pratade mycket om Jesus med oss. Så jag ritade två änglar som står på moln och håller ner vatten med varsin vattenkanna. Och fröknarna tyckte att det var en fin bild.”

Jag är totalt omedveten om ifall mina elever försökte glädja mig eller skydda mig på liknande sätt när de levererade sina svar.

Vad är det vi inte förstår, när vi inte förstår?

Jacob Melöe syftar med den här frågan på kulturkompetensen, eller bristen på den. Men han menar också att utan egna liknande erfarenheter kan vi inte förstå vad andra gör: har vi inte varit på en fiskebåt har vi svårt att förstå hur arbetet där fungerar.

I mitt fall förstår jag alltså inte elevers försök att skapa mätinstrument eller att få och ha hänger samman i deras tankevärld. Melöes svar till mig skulle nog vara att jag saknar erfarenheter av lika eller liknande situationer. Och det gör jag ju. Trots att jag som lärare har olika möjligheter att skaffa mig erfarenheter. Den första möjligheten är att komma ihåg vad jag själv gjorde och tänkte som barn, den andra är att jag kan ha fått erfara något via mina egna barn, den tredje att jag har fått erfara något via mina elever, den fjärde att jag har fått vetskap genom utbildning eller genom att ha läst eller diskuterat med mina kollegor.

Piagets exempel om låga, breda, höga och smala glas har jag erfårit på alla dessa sätt. Men längre än dit räcker inte mina erfarenheter. Jag minns att jag lekte mycket med vatten som liten. Jag diskade min dockservis i diskhon i köket och lekte med sand och vatten vid stranden. Det är möjligt att jag i det hållandet har insett storleksordningen av mina koppar och burkar. Däremot tror jag att jag har lärt mig volymmåtten i skolan. På den tiden (i mitten på sextiotalet i Finland) ingick det nog inte i undervisningen att utsätta elever för den här sortens problem som jag nu gör – enligt den nutida läroplanens intentioner. Om mina egna barn funderade över burkars storlekar när de var små, hemma eller i skolan, så är det inget jag har några minnesbilder av. Som jag har visat så har jag inte heller lärt mig nämnvärt om detta genom mina elever under de gångna åren. Och Lärarhögskolan eller

matematikfortbildningskursen tog inte heller upp sådant, i alla fall inte så att jag minns det. I litteraturen som är inriktad mot förskolan har jag läst mycket om vikten av att ta reda på hur barn tänker, men inte just om hur barn tänker om mätning. (I den litteraturen lämnar man det också helt åt läraren att senare bygga upp sin undervisning på barnens tankar.) Nu har jag alltså genom min egen tankemöda tolkat mig till ny förståelse. Nu tror jag att jag förstår. Jag har skaffat mig tankeerfarenhet. Låter inte det lite misstänkt? Förståelsen har inte infunnit sig i en konkret situation, jag har inte blött mina händer.

Att jag inte förstod kan också bero på att jag hade för låga eller för begränsade förväntningar, trots att jag inbillade mig att jag var med i situationer med öppna sinnen. Det visar sig att jag kunde ha vidare tankar först när jag inte längre var inne i situationerna. När jag inte samtidigt behövde agera. Så mycket nytt hände att jag bara hann observera och reagera.

Eleverna då? Vad förstod de inte? Jag var på väg att påstå att de inte förstod att använda den minsta burken som mätningsinstrument. Men det är väl snarare så att de saknade den kunskapen eller erfarenheten. (De fick den sedan i samband med den senare övningen.) Skulle eleverna kunnat förstå varandras lösningar? Troligen i alla fall delvis, speciellt om *jag* hade förstått dem och därmed hade kunnat tydliggöra och leda diskussionen. Ju mera jag går in på det här desto mera misslyckad känner jag mig. Jag kan föreställa mig hur andra lärare som läser detta gottar sig i visheten att de minsann skulle ha förstått allt på en gång. I Finland har jag hört följande skämt: Hur många lärare behövs det för att byta en glödlampa? Hundra stycken. En byter lampan och nittionio säger: Men så kan man väl inte göra! Nå, nu har jag i alla fall gjort det, försökt att byta lampan. Få se om jag kan få den att lysa också. (OBS! Exemplet gäller inte i Norge. De norska lärarna agerar ensamma. De håller lampan mot hålet och väntar på att jordens rotation ska skruva in den)¹². I Sverige lämnar vi lampbyten åt de av samhället avsedda instanser. Eller om det händer i skolan, låter vi eleverna att komma på hur det ska göras. Under tiden vandrar vi i mörkret.

Hur kan vi lära oss att förstå det vi inte förstår?

Jacob Meløe gör en tredelning i kunnig, okunnig och död blick. Med den kunniga blicken ser vi det som finns att se och vi vet det.¹³ I mitt fall hade jag inte en chans att se med den kunniga blicken då jag inte visste vad som fanns att se. Jag visste dock att jag inte visste, jag gav mig medvetet in på ett äventyr. Så jag får en poäng fast förlorar nio. (Dessvärre händer det att jag som lärare hamnar i okända trakter helt oförberedd.) Hade jag då en okunnig blick,

¹² Nyberg 2005, s.25

¹³ Meløe 1979, s.23-27

då jag visste att jag saknar begrepp eller tekniker. Nja. Jag hade ju inte en helt okunnig blick heller, jag letade ju efter spirande matematiska tänkesätt. Meløe skriver att det finns många grader av kunnighet eller okunnighet.

Den som ser med den döda blicken ser inte vad som finns att se men förstår inte det.¹⁴

Dessvärre hade jag nog inslag av detta också när jag inte alls förstod elevernas försök till att skapa mätinstrument av godislådor. Jag hoppas innerligt att blicken inte var dödande också: initiativdödande.

Hur kan vi lära oss att förstå det vi inte förstår? Meløe skriver, att vi kan förstå genom våra egna erfarenheter också när de liknar den andres erfarenheter. Om systemen eller situationer har tillräckligt många likheter med det vi själva har erfarenheter av.¹⁵ Jag tror också på berättelsens makt. Det skulle nog finnas ännu mindre förståelse mot det annorlunda och främmande, om vi inte genom inlevelse kunde skaffa oss erfarenheter att förstå med.

Det som jag gör med mitt skrivande är att jag genomlyser mina erfarenheter med olika ljuskällor. Med hjälp av Meløes begrepp och frågor har jag lärt mig att förstå en bit av det jag inte förstod. Jag har gjort erfarenheter, men jag har inte förstått vad som hände. Jag har med andra ord gjort erfarenheter av att inte förstå och även dubbelt upp, erfarenheter av att inte förstå att inte förstå. Men hur kan jag då tro mig att kunna förstå efteråt? Är det så att den erfarenheten, som jag gjorde utan att förstå, kan plockas fram och speglas mot sig själv? Att jag kan betrakta detta i repris? För att det är *min* erfarenhet, för att jag har inte *bara* varit åskådare till det som hänt? Det som jag inte har förstått men ändå har förstått att jag inte har förstått, fortsätter att utsättas för tänkande och analyserande i min hjärna. För att hjärnan vill skapa balans eller placera bitarna på rätta ställen. I den processen ökar förståelsen och då kan även delar av detta som jag inte förstod att jag inte förstod bli hanterbart. Jag upplever, att jag både hjälper till men också bara följer med. Jag bearbetar erfarenheter. I den processen ändras de. Själva erfarenheterna är desamma, men jag förstår dem på ett annat sätt. Därmed får jag olika tolkningsmöjligheter. Det återstår att se vad som förädlas till ”kunskap”. Vad jag får med mig till nya möten med mina elever, det blir spännande att se. Eller som nu närmast, till mötet med en ny text. På vägen dit kan vi lyssna på Platon, som låter Sokrates säga följande i Menon: ”Men att vi blir bättre människor, modigare och mindre slöa, om vi tror att man måste söka efter det som man inte vet – att vi blir bättre då än om vi tror att det som vi inte har

¹⁴ Ibid.s.27

¹⁵ Ibid. s.21

kunskap om är omöjligt att finna och att man inte heller bör söka efter det – den saken skulle jag vara beredd att slåss för så gott jag kan i både ord och handling.”¹⁶

Steen Wackerhausen anser, som Mellöe, att förståelsen kräver att den som ska förstå den andra har liknande erfarenheter själv. Wackerhausen har tyngdpunkten i förståelsen av de kroppsliga upplevelserna. ”Words and sentences do not produce the taste of strawberry, only strawberries do.” Men om du har smakat på jordgubbar och kommer ihåg hur de smakade, kan du framkalla ekot av din upplevelse när du lyssnar på den andres berättelse.¹⁷

Med hjälp av Wackerhausen kan jag nu betrakta en annan sorts förståelse: förståelsen av känslan av att lösa problem. Förståelsen av tankemödan, förståelsen av att försöka fånga och formulera sina tankar. Och glädjen av att lyckas. Den förförståelsen har jag genom mina egna erfarenheter redan som ett litet barn. Min pappa brukade nämligen roa sig med att svara på mina frågor, t.ex. ”Hur gör man lakrits?” med en motfråga: ”Vad tror du själv?” Det roliga för honom bestod i att jag producerade fram svar i stil med: ”Man tar något svart och stoppar det i ett mörkt ställe där det luktar lakrits.” Jag ställdes inför det omöjliga och fick fabulera fritt. Pappa visste för det mesta inte heller det rätta svaret, därav motfrågan, så jag slapp att bli tillrättavisad efteråt. Jag har fått historien berättat för mig otaliga gånger, antagligen för att jag verkar så envist allvetande. Själv känner jag en stor tacksamhet för att jag utsattes för sådana omöjliga utmaningar. På gott och ont har jag bevarat viljan och tron på att kunna tänka själv, även över saker som jag inte vet så mycket om. Och jag har även bevarat den insikten att de vuxna/auktoriteterna inte heller alltid vet svaret på allt. De här erfarenheterna har varit viktiga för mig att föra vidare till mina elever. I det avseendet kunde jag förstå mina elever väl när de utförde vattenmättnings-experimentet. Därför var det också viktigt för mig att försöka vara ”neutral” inför deras svar. För att de skulle få behålla upptäckarglädjen. Eller var det för att dölja min okunskap? Som lärare ska man sträva efter att elever skapar tilltro till sitt eget tänkande, men också att få elever att komma vidare och att styra dem på ”rätta” spår. Det sistnämnda kan motverka möjligheten av att låta elever känna glädje – trots ”fel” svar. Det är ju läraren som ska vara den kunniga, den som kan alla svar och alla vägar dit. Den ”riktiga” läraren skulle aldrig utsätta *sig själv* för ett vattenmätningsexperiment utan att i förväg känna till alla möjliga elevsvar. Den ”riktiga” läraren skulle då dessvärre också vara låst i sin ”lärarcentrism”. Wackerhausen anser att för att kunna förstå det som är främmande för en,

¹⁶ Platon 2001, s.43

¹⁷ Wackerhausen, 1999 s.8

måste man vara modig och våga utsätta sig för risker. Risker som är såväl emotionella som intellektuella. För genom att förstå det främmande ändras man även själv.¹⁸

Enligt Wackerhausen har jag alltså varit modig i mitt försök att förstå mina elevers tankar. Jag borde kanske inte alls känna mig som en dålig lärare för att jag inte visste allt innan eller att jag inte fattade allt på en gång. Jag sökte ju medvetet efter ny förståelse. Har den nya förståelsen då också ändrat mig? Än så länge har jag inget svar.

Intighetens tid och rum

I min vandring från oförståelsen och missförståelsen till en nyvunnen förståelse tänker jag nu stanna mitt i. Jag tänker vistas i intighetens tid och rum tillsammans med Marcia Sá Cavalcante Schuback.

Jag läser hennes essä Lovtal till intet väldigt noggrant för att förstå och få förklaring till vad jag egentligen försöker göra i den här essän. Det finns en överhängande risk att jag missförstår henne för mina egna syften. Återigen försöker jag fånga min förståelseprocess. Den här gången handlar det *inte* om att förstå sådant som jag möjligen har förstått som barn men glömt, utan att förstå sådant som jag inte har förstått förut. Hennes text ger mig verktyg att förstå bättre, djupare och kanske även på ett annat sätt, det som jag försöker förstå: elevers matematiska tänkande och hur jag som pedagog kan utveckla deras tänkande. Hur jag kan utveckla deras tänkande på ett bra sätt.

Och först och främst: vad är det som händer i oss när vi är på väg att förstå, eller precis har gjort det.

Enligt Marcia Sá Cavalcante Schuback har det hermeneutiska tänkandet inneburit en förvandling i hur vi definierar själva tänkandet. Denna förvandling kan sammanfattas som en öppenhet för det andra och för differensen. Tänkandets uppgift har utvidgats: tänkandet ger oss inte bara kunskap *om*, utan strävar framför allt efter förståelse *av* och *för*.¹⁹

Att som lärare kunna utgå från elevers tänkande, kan tyckas kräva att alla dessa tre uppgifter fullföljs: läraren måste ha/skaffa sig kunskap *om* det som ska undervisas, hur det kan undervisas och kunskap *om* (de aktuella) elevernas tankar och kunskap. I mitt exempel om volymmätning behövdes kunskap om följande: hur man kan undervisa om volymmätning (med förståelse) och hur elever tänker om volym (mätning). Genom experimentet var det möjligt att få fram elevernas dåvarande kunskap och tankar *om* volym. Däremot var det svårt för mig att förstå det. Hela tankeprocessen runt elevsvaren ledde så småningom till att jag

¹⁸ Ibid.s.17-19

¹⁹ Sá Cavalcante Schuback 2006, s.155

ansåg att jag nådde en förståelse *av* att jag lyckades sätta mig in i deras tankevärld. Parallellt med denna förståelseprocess upptäckte jag att jag saknade kunskap *om* utvecklingen av barns matematiska tänkande, i detta fall barns tänkande om volym. Jag saknade också närmare kunskap om volymmätningens historiska utveckling; min tanke var ju att barn möjligen följer samma utveckling som mänsklighetens matematiska tänkande. Min förståelse *för*, förståelse för att kunna leda eleverna till det matematiska vetandet och ökad förståelse, saknades också. För att rädda mitt eget skinn kan jag givetvis ställa frågan: Och vem bryr sig? Det gör i alla fall inte elevernas matematikbok. Efter genomgång av olika tredimensionella former konstaterar den lakoniskt: ”Liter och deciliter är volymenheter. En liter är tio deciliter.”²⁰ Och sedan räknar vi på. ”Varför måste du alltid komplicera allt?” upprepar min omgivning sin eviga fråga. ”Saker är som de är”. Men jag, jag ger inte upp för det, utan komplicerar saker ytterligare: Varför är saker som de är? Kunde de inte vara på annat sätt? Hur kan de förstås? Mellan förståelsen om elevernas tänkande, deras världsuppfattning, och förståelsen om den matematiska kunskapen finns ett mellanläge. Ett mellanläge där jag nyfiket tittar åt båda håll. Det är nästan som om jag förvandlas till en levande förståelse. I det läget väcks också den didaktiska frågan: hur leder jag mina elever från deras utgångsläge till matematikens sätt att tänka? Det är en central pedagogisk fråga. Jag anser att det är lätt att inse vikten av och att kräva det av oss pedagoger, men att det inte alls är så enkelt att göra det. Att förstå hur barn tänker, hur varje enskilt barn tänker, eller att kunna ställa rätt frågor vid rätt tillfälle med ett riktigt syfte på ett lämpligt sätt är varken vanligt eller lätt. Om man ändå lyckas med det, är det sällsynt, berömvärt och skönt. Detta är mer som en aristotelisk fronesis²¹ än en vanlig upplevelse i pedagogens vardag. Det är därför jag har börjat tvivla på att jag någonsin skulle kunna grunda all min undervisning på elevers tankar.

Jag envisas dock att tro att även eleverna måste göras medvetna om sin förståelse. Det räcker inte att jag förstår hur de tänker. (Plötsligt känner jag motstånd mot att kalla det för *förförståelse*. Det är ju den förståelsen de har, den som de lever med. De har den inte i första hand i väntan på någonting annat.) Att få eleverna att synliggöra sina egna tankar är ett av mina syften när jag utsätter dem för att utföra vattenexperimentet. Jag vill veta hur de tänker och förstår, men jag vill också skapa metakognition: få elever att se på sitt eget tänkande. I en grupp får jag också svaret, att ”först trodde vi att flaskan var störst för det såg ut att vara det, men sedan visade det sig att den inte var det”. Eleverna berättar om sin förståelse före och efter. Genom att utföra experimentet hade de lämnat sitt gamla sätt att tänka (eller sin

²⁰ Haapaniemi&alii 2007, s.100

²¹ Aristoteles 1993, s. 164

hypotes) och uppfunnit ett nytt. De gjorde det helt själva utan lärares inblandning. (En del elever gör detta. Men inte alla, vilket jag även får tydligt bekräftad i min intervju med en erfaren speciallärare. Det är på den här punkten lärare kan ha övertro på elevernas förmåga. Övertro eller envishet: eleven ska inte gå vidare innan hon har upptäckt och förstått. I värsta fall även konsekvensen: ingen ska få kunna mera än den svagaste eleven.) Alla elever kunde berätta eller visa hur de gjorde. Ingen sade: ”jag bara vet”.

Ovanför, eller sammanblandad med denna process, är processen om lärarens och min förståelse om min förståelse. Jag har försökt fånga in och beskriva den, också genom negation med hjälp av Mellöes begrepp kunnig, okunnig och död blick. Jag försöker även få tag på och beskriva, förstå och förklara den större förståelseprocessen som jag är inne i: förståelsen av min motvilliga strävan att ändra mitt sätt att tänka och vara lärare.

Så Cavalcante Schuback skriver att när tänkandet omdefinieras som konsten att förstå, handlar det inte bara om att göra det främmande ”kunskapsobjekt” bekant, utan även om att främmandegöra och ifrågasätta det redan bekanta sättet att nå och få kunskap om något.²²

Att ifrågasätta det redan bekanta sättet att nå och få kunskap kan skapa osäkerhet och vara smärtsamt. Ömsom är det smärtsamt för individen själv, ömsom för omgivningen. Jag försöker tydliggöra detta i följande exempel, som handlar om min förra elevkull.

När en utomstående hörde mina elever att säga att de inte förstår (att det i vissa fall är smidigare använda addition i stället för subtraktion för att få fram differensen, t.ex. $93-83$ är enklare att räkna $83+X=93$), tolkade hon det till att jag är en dålig lärare som inte kan undervisa/förklara/leda från punkt A till punkt B. Hon verkade bli rädd för att eleverna vågade säga att de inte fattade. Totalt missförstånd, tyckte jag då. För det första för att jag hade ju lagt stor vikt på att få mina elever att säga till så snart de inte förstod. Och för det andra, det finns väl inga raka vägar? Förståelsen vidgas ju i en cirkelrörelse, vidgas och fördjupas. Nu när jag är lite mera bokfrälst, kan jag medge att det kanske finns en del vältrampade stigar som är möjliga för barn att följa. Att det kanske går att slippa alldeles för många stunder av ovisshet och icke-förståelse. Och att jag som lärare måste ha, inte som James Bond ”licens to kill” utan ”licens to teach”. Rätten att visa elever dessa stigar, även på bekostnad av det fria tänkandet och individualiseringen. Att lärandet består av upptäckter och förståelse, men också av tillämpning och träning, av inpräntande och inrotande, yttre och inre övertygande. I min gryende övertygelse av detta börjar mitt gamla sätt att tänka kännas främmande. Lika mycket som jag som vuxen kan känna motstånd mot att ändra min förståelse och tänkande, måste väl eleverna också göra det. Det nya sättet att tänka kanske

inte alltid känns som en lättnad. Eller att det invanda upplevs så mycket tryggare. Som i min nuvarande klass, en årskurs tvåa, där några av eleverna envisades räkna ut uppgifter som $58-43$ eller $35+29$ genom att flytta på läskapsyler en och en, utan att gruppera dem i tiogrupper. Hur jag än, i samklang med matematikboken, försökte påpeka vinsten i att gruppera dem, blängde de bara på mig som ilskna hästar under sina luggar och fortsatte flytta på kapsyler – och nu hade jag ju stört dem också så de hade tappat räkningen och fick börja om från början! Dumma fröken.

Enligt Sá Cavalcante Schuback har hermeneutiken infört en dimension i den teoretiska attityden där det egna främmandegörs samtidigt som det främmande görs bekant. Mötet med ”det andra” utgör den horisont där det redan bekanta, det redan tänkta och sagda blir främmande inför sig självt. I detta möte kan vi upptäcka i det redan kända och i det redan tänka och sagda, det som *inte* blev känt, tänkt och sagt.

Att vi får möjlighet att främmandegöra de egna tankekategorierna, den egna dimensionen eller horisonten i mötet med det främmande, ger oss samtidigt en möjlighet till självförvandling. Att tänka kommer då innebära att tänka *ur* och *med* erfarenheten, snarare än att blott tänka *om* det som erfars.²³

Här skriver Sá Cavalcante Schuback det som jag fick en aning om och försökte formulera tidigare i min essä (utan att ens riktigt förstå själv). Så här skrev jag: ”Det som jag gör med mitt skrivande är att jag genomlyser mina erfarenheter med olika ljuskällor. Med hjälp av Melöes begrepp och frågor har jag lärt mig att förstå en bit av det jag inte förstod. Jag har gjort erfarenheter, men jag har inte förstått vad som hände. Jag har med andra ord gjort erfarenheter av att inte förstå och även dubbelt upp, erfarenheter av att inte förstå att jag inte förstår. Men hur kan jag då tro mig att kunna förstå efteråt? Är det så att den erfarenheten, som jag gjorde utan att förstå, kan plockas fram och speglas mot sig själv? Att jag kan betrakta detta i repris? För att det är *min* erfarenhet. För att jag har inte *bara* varit åskådare till det som hänt? Det som jag i början inte hade förstått men dock förstått att jag inte hade förstått, fortsätter att utsättas för tänkande och analyserande av min hjärna. För att hjärnan vill skapa balans eller placera bitarna på rätta ställen. I den processen ökar förståelsen och då kan även delar av detta som jag inte förstod att jag inte förstod bli hanterbart. Jag upplever att jag både hjälper till men också bara följer med. Jag bearbetar erfarenheter. I den processen ändras de. Själva erfarenheterna är samma, men jag förstår dem på ett annat sätt. Därmed får jag olika tolkningsmöjligheter.” Jag försökte formulera hur ickeförståelsen skulle kunna användas

²² Sá Cavalcante Schuback 2006, s.155

²³ Ibid. s.156

som hjälpmedel för att förstå det som jag inte förstår. Så Cavalcante Schuback beskriver hur den nya förståelsen kan hjälpa oss att upptäcka okända, otänkta och osagda sidor i den gamla förståelsen. Jag verkar skruva till det ytterligare när jag tror att det oförstådda skulle kunna belysa det oförstådda. Låt mig behålla den tanken ett tag till. Nu ska vi återvända till min lärarverklighet:

När jag ett halvt år senare går in för att undervisa om volym har jag försökt bygga en bro från elevernas gamla förståelse till den nya. Det ligger en stor sten mitt på bron, som jag måste få eleverna att slänga ner i vattnet. Stenen är tanken om att *det finns mer när det rinner över*. Enligt Sá Cavalcante Schuback betyder tänkandet att man förvandlar sig själv. Att förstå ur och med erfarenhet, d.v.s. att förvandla sig själv i en tänkande förståelse. Det innebär kort sagt den ”oändliga uppgiften” att bli det som förstås.²⁴

I mitt fall betyder detta att bli det som förstås olika saker. Dels måste jag försöka ”bli” mina elever, dvs. tänka som dem, för att kunna förstå varför de tänker som de gör. Men jag måste också ”bli” själva mätande av volymen för att kunna hitta utvecklingen i hur man tänker om mätandet. Jag vill kunna hitta den absoluta början. Dessa två förståelser är primära processer. I den här essän försöker jag också ”bli” den läraren jag är just nu. Läraren som befinner sig mitt i en förändringsprocess.

Att bli det som förstås kan enligt Sá Cavalcante Schuback te sig besynnerlig för ett modernt kunskapsideal, som strävar efter objektivitet och neutralitet. I en mildare variant kan förståelsen uppfattas som en möjlighet att träda in i det andras sfär. Då utgör inlevelsen eller empatin egentligen inte en självförvandling, utan blott en sorts tillfällig vistelse i det andras inre.²⁵

Denna tillfälliga vistelse i det andras inre är även det ett fascinerande tillstånd. För mig som lärare kändes det bra att kunna uppfatta alla de ”funktionella” sätt att mäta volym som mina elever hade. Men den största tillfredställelsen fick jag ändå när jag efter en långvarig vandring i förundran över tanken om att *det är mer när det rinner över*, äntligen fick ett svar. Då vistades jag inte bara i elevers tankevärld utan då återupplivades även mina gamla tankar och blev en del av mig igen. Så här gick det till:

Först ett drygt halvt år efter att vi hade gjort vattenexperimentet kände jag mig beredd att diskutera det med mina elever. Den ytliga anledningen att göra det just då var att vi i matematikboken hade kommit till kapitlet Liter och deciliter. Den pedagogiska anledningen var att jag tillstyrkt av Newtons bok Undervisa för förståelse hade lyckats organisera

²⁴ Ibid. s.156

²⁵ Ibid. s. 156

elevsvaren. Nu kände jag att jag hade hittat tankegången från den första till den mest matematiska. Jag arbetade i smågrupper efter min plan, som såg ut så här:

”Undervisningstillfälle med tillhörande diskussion som grundar sig på de tankar eleverna visade mig med vattenexperimentet i höstas.

1. Lika stora muggar fylls med lika mycket/lika lite vatten. Vatten hålls ut från en genomsynlig ograderad kanna.

Fråga 1: I vilken mugg är det mest vatten? Hur vet man det?

2. I en mugg fylls mera vatten.

Fråga 2: I vilken är det mest? Hur vet man det?

3. Muggarna byts till olika stora glasburkar. De fylls så att vattennivån ligger i samma höjd.

Fråga 3: I vilken är det mest? Hur vet man det?

4. Glasburkarna fylls så att vattennivån ligger i olika höjd, gärna så att de breda burkarna har lägre och de höga och smala har högre vattennivå.

Fråga 4: I vilken är det mest? Hur vet man det? Hur kan man ta reda på det?

Här kanske man får fram ”frökens lösning” där man håller i samma vattenmängd i olika burkar. Då bör man diskutera frågan, om det i längden är en praktisk metod, eller om man borde hitta på något smartare sätt. Ett sätt att veta exakt hur stora burkarna är eller hur mycket vatten de innehåller.

5. Två muggar fylls så att de är proppfulla. I en av muggarna fylls vatten så att det rinner över.

Fråga 5: I vilken mugg är det mest vatten?

Här ska man alltså föra den filosofiska frågan och ha –diskussionen.

(Muggarna är kvar på bordet. Kannan är kvar på bordet. I hemliga lådan kan fröken ha liter- och decilitermått.)

Var uppmärksam på elevernas svar och resonemang.

Lite senare kan läraren ta fram rättblock och fundera med eleverna, om det går att veta hur stora de är *utan* att man fyller dem med vatten.”

Jag började diskussionerna med att be eleverna att tänka tillbaka på vattenexperimenten. Till min stora glädje kom alla väldigt tydligt ihåg hur de hade gjort och tänkt och alla var ivriga att prata om det. Den här ivern och glädjen som eleverna visade övertygade mig än en gång om att vi hade arbetat med något som kändes betydelsefullt. Vad var det? Var det bara upptäckten hur man kan få reda på burkarnas storlek? Eller var det en upplevelse av att lära sig någonting själv? Kommer jag att få möjligheten att förstå hur eleverna upplevde att de lärde just detta? Mina tankar var dock på annat håll, jag stannade inte för att diskutera den filosofiska aspekten, jag skred till verket och gjorde som jag hade planerat.

Alla elever i alla grupper verkade hänga med i resonemanget från början till slut. I första gruppen blev hoppet till liter och deciliter lite abrupt, men jag lyckades bättre i den andra gruppen. I tredje gruppen åkte vi i fantasin ända till Paris för att se det exakta litermåttet som förvaras där bakom bom och lås.

Punkt 5 var den mest spännande för mig. Skulle eleverna fortfarande tycka att det är mera när det rinner över. Först var det väldigt noga att muggarna verkligen var exakt lika fulla, jag fick justera detta länge. När alla var övertygade om att det inte gick att fylla på mera i dem, började jag i alla fall hålla på mera vatten i den ena muggen. Det rann över in i den stora plastburken som jag hade lagt muggarna i för att hindra vattnet att rinna på bordet.

– I vilken mugg är det mest i nu?

– I den som det rinner över, svarade eleverna.

– Men hur kan det vara mera? Jag förstår inte hur det kan vara mera när ni precis sa att de är exakt lika fulla, och att det inte går att fylla på mera, frågade jag.

– Det som rinner över hör ju till den muggen som du håller i.

Så enkelt var det. Det var ett få och ha – perspektiv eleverna hade. Det hade jag tänkt ut, fast elevernas sätt att tänka om det var mycket mer jordnära än mitt yrande om kärlek och syskonrivalitet. Popcorn som fylls på går att plocka upp. De hör till den som fått dem tilldelade till sig. Ingen annan får ta dem. Hade inte jag sagt så till mina barn? Många gånger!

– Okej. Men om vi skulle vara på en sandstrand och jag skulle hålla på så här, då skulle det som rinner över rinna ner i sanden. Det skulle man inte kunna dricka.

– Nehej. Ja då skulle det vara lika mycket i båda muggarna.

I den andra av dessa tre grupper tyckte eleverna att det som rinner över inte ska räknas med, det kan man ju inte dricka. Ur den vetenskapliga synpunkten finns det återigen en svaghet i bevisningen. Jag kan inte veta om eleverna hade pratats vid mellan gångerna. Den första och tredje gruppen var dock helt ense om att det vattnet som rinner över gör att det finns mera, eller att den som får den muggen, får och har mera.

När jag nu hade hittat linjen i undervisningen, försvann min tidigare lösning att hålla vatten från den större till den mindre. Den behövdes inte. Var den onödig från början också? Nu har jag löst ett problem och fått ett nytt.

Åter till Sá Cavalcante Schuback. Hon skriver om betydelsen av det mellanrum som ligger mellan det egna och det främmande, och framför allt också redan *inom* det egna och det främmande. Enligt henne är det just detta ”mellan” som utgör övergångens liv eller självförvandlingens rum och tid.²⁶

Nu ska jag visa upp all min dumhet och påstå att vi vistades i självförvandlingens rum, både jag och mina elever, när vi resonerade oss fram till att det som rinner över kanske hör till muggens ägare men inte är *i* muggen. För eleverna blev det en matematisering av verkligheten, för mig en förståelse av hur man också kan uppfatta saken helt logiskt och helt efter vanligt förekommande erfarenheter. Det som hade varit främmande för mig blev självklart och det som hade varit självklart för eleverna blev ”det som inte ingår i matematisk sätt att mäta”. Jag önskar att jag lyckades ”normalisera” elevernas tankar men ändå tillåta och godkänna deras tidigare sätt att tänka. Att jag klarade av att ge dem bekräftelse på att de tänker rätt, men att det här krävs något annat. Deras ”mellan” kanske blev kort, mitt ”mellan” hade varat ett halvt år. Eleverna tog steget till något nytt och jag blev påmind om något som jag bara hade glömt. Att undervisa och leva med yngre barn ter sig som en resa tillbaka till de okända marker där stigarna inte är vältrampade. Jag som lärare måste klara av att lämna mina stigar för en stund och inte tillåta dem att begränsa min förståelse. Jag har alltid varit fascinerad av att försöka tänka nya, otänkta tankar och att gå framåt. Den fascinationen som jag på senare tider har känt för yngre barns tänkande är troligen av samma art. Det är en fascination av det ursprungstillståndet när stigarna *ännu* inte finns. Stigar och vägar mellan dessa två tillstånd har inte intresserat mig så mycket. Eller snarare ska jag uttrycka mig så här: jag har inte varit så road av att själv gå längs dessa vägar. Vägar i sig har intresserat mig till och med *för* mycket. Därav omgivningens ständiga klagan: Komplitera det inte så mycket! Det är som det är och alltid har varit.

Tanken om förståelsen som självförvandling är mycket tilltalande. Jag tar dock först upp den negativa sidan. Jag minns tydligt hur jag i slutfasen av mina studier vid 24 års ålder började oro mig för att ha kommit så långt bort från andra i mina tankar och blivit så ”udda”, att ingen annan skulle hitta dit (speciellt inte någon man, ogift som jag var). Att det hade varit bättre att inte veta så mycket och inte ha tänkt så mycket själv. För mig som pedagog och för eleverna som växande människor är det av stort värde att vi hittar varandras tankar och kan vandra tillsammans. Det är på den punkten jag känner att (matematik) undervisning som tar sin startpunkt från vuxnas sätt att tänka och systematisera, riskerar att bli endast utantillärning eller tillämpning. Att den inte får eleverna att förvandla sina världar och sig själva.

Balansgången att å ena sidan lyssna in och förstå eleverna och å andra sidan att leda dem in i kulturen är svår. Faran för förödande normalisering och likriktning lurar under bron som det elaka trollet i sagan om Bockarna Bruse. Jag som vuxen står rätt så stadigt på bron med min förståelse av världen, och jag kan oftast gå frivilligt in i den nya förståelsens mellanrum. Men eleverna förutsätts att nästan bosätta sig där: så många gamla sätt att tänka ska rensas och smältas samman med de nya sätten att förstå och tolka världen. Hjärnornas elasticitet sätts verkligen på prov. Och pedagogens ärliga syften.

Enligt Sá Cavalcante Schuback är en förutsättning för självförvandling att individualiteten betraktas som kraft och inte som ting, som öppenheten hos detta ”mellan” och inte som ett något i sig. Att vistas i denna övergångens rumslighet och tidslighet innebär i själva verket att utveckla en intimitet med intets öppna möjligheter. Detta mittemellan beskriver enligt henne själva övergångens skeende, snarare än ”något” som övergår från ett tillstånd till ett annat, eller från en position till en annan. På så vis är det tomt på innehåll och preciseringar. Det är intighet.²⁷ Hon verkar beskriva det positiva tvivlet: man vet vaken ut eller in men är lugn och förväntansfull. Fast man är på väg att lämna eller omvärdera det gamla tänkandet så rusar man inte febrilt in i något nytt. Intighetens tid och rum kan vara växandets och lärandets rum; lärandet tolkad här som ändrad eller vidgad förståelse.

Sá Cavalcante Schuback anser att i stället för att fråga hur tänkandet möter och uppfattar det andra, bör vi fråga hur tänkandet kan genomgå en självförvandling. Hon använder en metafor: tänkandet förvandlas genom att kondensera eller avdunsta, genom att uttömmas, frigöras från sig självt och förlora sin stabilitet – alltså genom att tillåta sig själv en vistelse i övergångens skeende.²⁸

²⁶ Ibid. s.158

²⁷ Ibid. s.159

²⁸ Ibid. s.160

Jag har fått för mig att jag som lärare bör vara försiktig med hur mycket och hur ofta jag introducerar nya och omvälvande tankar för mina elever. Jag tycker att vi måste låta tankarna mogna. För att använda Sá Cavalcante Schubacks metafor kunde man kanske säga att vi måste låta tankarna svalna till vätska igen (dock inte till is!). Erfarenheter av alldeles dimmiga elever efter för kraftig undervisning bör få oss att inse betydelsen av avkylning. Och om det finns så mycket att det rinner över blir det inget kvar, har vi ju precis kommit överens om.

Inflytandets dilemma

Sá Cavalcante Schuback skriver att när det andra – en text, ett ord, en tanke en idé – tar oss i besittning, upplever vi en dimension av tänkandet som kan kallas för *inflytande*. Hon tycker att vi idag lever i en märklig filosofisk situation. Samtidigt som snart sagt varje filosof uppträder som specialist på en annans tankevärld och på så vis har blivit influerad av en annan, anses det skamligt att leva under en annans inflytande.²⁹

Är inte detta skolans problem också? Efter andra världskrigets erfarenheter av demagogiska ledare har vi varit rädda för att påverka och leda. Vi är rädda för att om makten *kan* missbrukas så *kommer* den att missbrukas. Så pedagoger ska inte leda och påverka, de ska bara lyssna på sina elever och handleda. Med makten följer ansvar. Avsäger vi oss makten behöver vi inte heller ta ansvar.

Vi blandar ihop begreppen information och kunskap för att kunna påstå att allt förnyas och omkullkastas i accelerande fart – bara för att slippa undervisa och kräva kunskaper. Vi förblindas av farten i den tekniska utvecklingen och tror att den kan ersätta den grundläggande kunskapsutvecklingen. Eller att de eviga sanningarna kommer att förnyas och bytas ut i samma takt. I strävan att *inte* utöva inflytande tillåter vi kaos och anarki. Se sanningen i vitögat, Pirjo – visst härstammar din rädsla inför att undervisa dina elever från dessa tankar också. Du lever under ett skamligt inflytande av läroplanens konstruktivism. Elever ska själva hämta sin egen kunskap från världen. Lärare kan förse dem med bitarna men inte utsätta dem för påverkan av en förutbestämd systematik i form av en lärobok. Varken läraren eller läroboken ska styra innehållet under lektionerna. Speciellt läroboken i matematik anses vara farlig för elevernas utveckling. Laborationer, spel och stenciler ska stå för materialet, helst i individanpassad form.

²⁹ Ibid. s.161

När jag vandrar med Sá Cavalcante Schuback känner jag hur hon tar mig till ett högt berg där tankarna blir tydligare och utsikten klarare. Men emellanåt vandrar vi sakta i ett snärjigt buskage och hittar nya underbara stigar. Ibland går jag helt själv en liten bit längre bort. Det händer både när jag känner att jag förstår, men också när jag inte förstår eller missförstår. Jag tillåter mig att göra detta – och undrar om jag låter mina elever att göra likadant? Låter jag dem känna glädje i intighetens tid och rum? Eller försöker jag skynda på? Trampar sönder deras rara blommor? Leder dem vilse? Eller ännu värre: leder dem fort ”rätt”.

Genom vattenmätningsexperimentet verkar jag nu ha kommit till vägens ände. Att utgå helt från elevers tankar i min undervisning verkar inte vara möjligt, då elever tänker så olika och är på så olika nivåer i sitt tänkande. Ändå är det just det som jag vill göra.

DEL III

It is well known that reseach seldom goes as planned. What to do? Report all moves back and forth, hesitations, and mistakes? This can be turned into an art, but most often it is not. Lie, therefore, and suffer?³⁰

Jag envisas med att redovisa min tankeresas, även om jag i efterhand skulle kunna rätta till och försköna.

Ingen är så klok som den som är efterklok. Jag vill dock även själv kunna betrakta hur vissa tankar mognar till och vissa tynar bort eller blommar upp i en ny skepnad under det dryga året som händelserna och skrivandet äger rum. Läsandet av nya texter, läsandet av min egen text och diskussioner med människor i min omgivning ändrar mitt förståelse. Du, min läsare, får ha tålamod.

Samtal

”Debatten, själva jakten, är vårt egentliga byte; driver vi den dåligt eller dumt finns det ingen ursäkt, men missar vi bytet är det en annan sak. Ty vi är födda att söka sanningen; att äga den tillkommer en högre makt. /.../ Världen är bara en skola i sökande.”³¹

”Mina tankar motsäger och kritiserar mig själv så ofta att det går på ett ut om det är någon annan som gör det, särskilt som jag aldrig ger den andres kritik större betydelse än jag själv har lust med.”³²

I min essä hittills har jag funderat över mitt sätt att tänka på och att använda mig av elevernas tankar i matematikundervisningen. Efter att dels ha gjort ett litet experiment med mina elever och dels för att för andra året i rad ha använt mig av en traditionell finsk matematikbok i min undervisning, har mina gamla tankar om matematikundervisning kommit i gungning. Som en etapp i min resa har jag nu stannat hos några kloka vägvisare. Enligt Max van Manen behöver vi andra människors erfarenheter för att de gör oss mer erfarna. Andras erfarenheter hjälper oss komma närmare fenomenet, att förstå den bättre.³³ Jag ville veta hur erfarna speciallärare ställer sig inför tanken att utgå från elevers tänkande i undervisningen. För att komma vidare med mina funderingar gjorde jag under vårterminen 2008 tre separata intervjusamtal med tre erfarna speciallärare. Två av dem arbetar vid samma skola som jag och den tredje känner jag från min tidigare arbetsplats. Innan jag gjorde intervjuerna hade jag redan hunnit skriva de två

³⁰ Czarniawska 2006, s.124

³¹ Montaigne 1994, s. 212-213

³² Ibid. s. 208

³³ van Manen 199, s. 62-63

första kapitel i den här essän. Under arbetets gång hade jag diskuterat med mina kollegor och känt av intresset för frågan att ta vara på barns tänkande i matematiken. För att ge några av mina kollegor tillfälle att få tänka i fred och att kunna prata till punkt bestämde jag mig för att spela in deras svar. Valet av att intervjua speciallärare och inte klasslärare kändes naturligt för mig då jag utgick ifrån att speciallärare har bättre möjligheter och större behov av att lyssna på elevers tankar. De träffar ju ofta elever som ”tänker fel” och de möter dem i enrum för att reda ut just detta. Den här arbetshypotesen kom dock delvis på skam, som vi får se senare i texten. Max van Manen anser att när vi ”lånar” andra människors erfarenheter och deras reflektioner över dessa förstår vi den djupare meningen eller betydelsen av en aspekt i den mänskliga erfarenheten i hela mänskliga erfarenhetens kontext. När vi för en diskuterande intervju kan vi komma in på att samtala om erfarenhetens mening.³⁴ Mina intervjuer hade denna samtalskaraktär och de gav mig nya tankar och infallsvinklar.

Dessa intervjuer, som blev tre till antalet, har jag återgivit och analyserat i sin helhet i min essä om fältarbete. Här tar jag upp sådant som jag vill lyfta fram i det här sammanhanget: glömskan, vuxenperspektivet, lärarens roll mellan eleverna och matematiken och de legitima berättelserna.

Glömskan

Även om en av mina intervjuade minns flera tankar, som elever har haft och som har besvärat henne, verkar det ändå som om alla mina tre intervjuade har glömt mycket. Trots att jag upptäckte min egen glömska när jag läste mina anteckningar om volymmätningsexperimentet, som jag (även) hade gjort för sex år sedan, blev jag ändå en aning besviken och samtidigt fundersam. Varför glömmet vi så pass viktiga saker? Är det så att när vi har löst tankeknutar, så glöms de bort. Vi går stärkta vidare mot nya utmaningar. En av mina samtalspartners berättar att hon möter avvikande elevtankar hela tiden och att hon brukar skriva upp dem. Därefter blir de dock liggande och begrävda i pappershögen. Lärare, och speciellt speciallärare, borde ha tid att föra protokoll om sina ”diagnoser” och ”behandlingar” såsom läkare gör. I det arkivet kunde man säkert hitta många återkommande elevtankar. En annan möjlig förklaring för ”glömskan” är att det är för känsligt att börja prata med elever om deras tankar när de har hamnat hos en speciallärare. Speciallärare är kanske försiktiga med att ta fram elevers ”felaktiga” funderingar. Att elever får gå till specialläraren är redan ett bevis på att något inte är som det ska. Det kan trots allt vara lättare att få fram alla tankar i en

³⁴ van Manen 1990, s.62, 66

klassrumssituation, särskilt när man går in i nya saker. Då förutsätts eleverna inte att veta och kunna, utan att fundera och undra. Annorlunda tankar blir inte så stigmatiserande då.

Hans-Georg Gadamer ger mig ett annat svar. Han skriver i *Sanning och metod* att glömskan inte bara är ett bortfall och en brist utan en livsbetingelse för anden. Endast genom glömskan får anden en möjlighet till total förnyelse, en förmåga att se allt med friska ögon, så att det redan förtrogna kan smälta samman med det som skedde nyss och bilda en enhet med flera nivåer.³⁵ Enligt Gadamer bör vi glömma för att kunna möta det nya med öppna sinnen. Detta är viktigt i speciallärares yrkesutövning, då de strävar efter att förstå varje elev som en egen individ. Glömskan blir då kanske deras bästa arbetsredskap!

Vuxenperspektivet

På min fråga om en matematikbok eller ett arbetssätt skulle kunna hindra eleverna att hamna fel, svarar en av mina intervjuade:

”Om boken är bra. Men felet med alla böcker är att de är gjorda av vuxna och då utgår de från vuxenperspektivet. Vuxna har gjort så bra böcker som de har förmått. Mer kan vi inte kräva av oss”, skrattar hon. Hon har en mångårig erfarenhet av att barn inte tänker som vuxna och har en önskan om att kunna förmildra detta faktum.

”Det andra felet är att böckerna ofta är för korta, kunskaperna hinner inte bli förstådda eller nötas in ordentligt. Och ofta hinner eleverna gå vilse alldeles för länge innan vi upptäcker detta.” Jag vet innan jag ens börjar intervjua henne att hennes finska skolbakgrund kommer att färga hennes svar. Senare i essän får jag en inblick i vilka gamla pedagoger som ligger bakom hennes (och mina) tankar. ”Det finska arvet”, övertygelsen om att okuvlig vilja (och hårt arbete) kan ta en genom den gråaste stenen, blir tydligt för mig. Min finska intervjuade lyfter upp frågan om vuxenperspektivet även i ett annat sammanhang. ”Är vuxnas röda tråd samma som barnens? Laboreringen är ofta färdigplanerad av läraren. Frågan är hur eleven förstår detta? Hur ska man kunna vända detta så att barnet skulle genom laborationer visa hur det tänker?” Ibland har jag lyckats se glimtar av detta. Det försökte jag även göra i mitt vattenexperiment, men jag är inte längre så säker på att det är en framkomlig väg. Det kanske bara är en vacker tanke. The having of wonderful ideas som vi inte har tid med. Som jag inte har tillräckligt erfarenhetskunskap till.

Frågan om matematikbokens eller arbetssättets betydelse syftade åt två håll: dels mot den praxisen att inte alls ha någon matematikbok under de första skolåren, och dels mot diskussionen om de finska matematikböcker som vi har börjat använda i vår skola och som

ställer högre krav på eleverna. Jag ville även föra fram mina egna tankar när jag intervjuade den svenska specialläraren som arbetar med mina elever. Hon tror inte att något material kan hindra elever från att tänka och hamna fel. Det behövs alltid en vuxen, ett bollbank, som i dialog reder ut tankarna. Hon tror dock på min teori att materialet kan ha konstruerats så att det avslöjar eller hindrar uppkomsten av de vanligaste felen eleverna i alla tider gör. Hon tycker att hon ser när eleverna löser uppgifter hur de hamnar fel. Det ser hon hela tiden. Det är då hon backar tillbaka och reder ut vad det är som eleven inte förstår. Om att vissa sorters uppgifter skulle visa på vissa sorters fel tänkande förblir en hypotes, en möjlig tanke att fortsätta att tänka på för oss båda. Efter ett tag hamnar vi på frågan om matematikinläringen sker linjärt. Det tror vi inte att den alltid gör. Och så tycker vi att matematiken är stor och mångsidig. Det förblir osagt, om vi med det menar, att det är svårt att överhuvudtaget ha en enda sorts bok som omfattar allt.

Lärarens roll mellan elever och matematiken

Trots att jag bara intervjuade tre speciallärare, tyckte jag mig att kunna placera dem på en linje utifrån deras manifesterade syn på lärarens uppgift. I ena ändan av linjen är barnen och deras värld och i andra ändan matematiken som kultur. Alla tre intervjupersoner hamnar givetvis mittemellan dessa två poler, men ändå på lite olika ställen. Dessa poler kunde också presentera två olika synsätt: att läraren ska föra eleven till matematiken eller att läraren ska föra matematiken till eleven. Jag tror att i praktiken rör lärare sig ganska fritt mellan dessa två sätt att tänka och agera. I min masteressä är ett av mina dilemman just min förflyttning på den axeln; från den som för barnen till matematiken, till den som för matematiken till barnen. När jag nu har haft tillfälle att lyssna på dessa tre lärarröster, kan jag se lite mer nyanserat på mitt dilemma.

Alla mina intervjuade har helt nyligen deltagit i fortbildningskurser i matematik och genom dessa blivit påverkade av den senaste forskningen. En forskare som alla nämner i intervjuerna är Madeleine Löwing. Hon skriver i sin bok *Matematikundervisningens dilemma. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet* att syftet med skolans matematikundervisning är att eleverna skall tillägna sig skolans mål. Den omvända tanken, d.v.s. att elevernas aktuella kunskaper skulle ge upphov till (avbildas på) undervisningens mål saknar enligt henne verklighetsförankring.³⁶ Det är starkt sagt. Det motsäger rätt så grundligt mitt försök att basera volymmättningsundervisningen på de elevtankar som jag med stor möda hade fått fram. När

³⁵ Gadamer 1997, s.30

³⁶ Löwing 2006, s. 78-79

jag fördjupar mig i hennes tanke känner jag både lättnad och sorg. Samtidigt som jag tydligt inser omöjligheten att hinna arbeta så, finns ändå önskan kvar att kunna göra så. Löwings bok är baserad på hennes doktorsavhandling. Hon har suttit med på matematiklektioner, filmat och bandat in diskussioner mellan lärare och elever på olika högstadieskolor. Efter att ha analyserat insamlat data ger hon en rätt dystert bild av tillståndet i den svenska matematikundervisningen. För att förbättra kvaliteten i den föreslår hon (återgång till?) lärarledd sammanhållen undervisning. Hennes tolkning av begreppet undervisning innefattar den evolutionära synen på rationalitet i den vetenskapliga processen. Det innebär enligt henne att alla förändringar av begrepp är gradvisa och handlar om omvärderingar och omtolkningar av fenomen. Den här uppfattningen motsvarar en inlärningsnivå där det kategoriska kravet är att *eleven måste övertygas om det rationella i att överge eller modifiera en uppfattning till förmån för en annan.*³⁷ Trögheten i denna process blir belyst i en av mina intervjuer. Jag diskuterar mitt exempel om mina elever som envisas med att räkna stora tal genom att flytta läskkapsyler en och en med en av mina intervjuade. Hon har en liknande exempel av mycket äldre elever. När vi har pratat en tid om den frågan, ställer vi en hypotes, att eleverna kanske måste få använda det trygga men i längden krångliga sättet tills de är mogna att ta steget vidare. Som jag förstår det så lägger Löwing ansvaret över att eleven övertygas till att ändra sin uppfattning i sista hand på läraren.

De legitima berättelserna

För att förstå ett samhälle eller delar av det är det enligt Barbara Czarniawska viktigt att upptäcka dess repertoar av legitima berättelser och hur dessa har utvecklats.³⁸ Vilka berättelser är legitima i skolans värld?

Genom mina intervjusamtal fick jag veta det som mina intervjuade ville berätta. Det finns inga garantier för att de berättade det som de tänker och tror. Eller att jag fick veta vad de gör eller vad de innerst inne tänker om det de gör. Frågor som; hur vill den intervjuade framstå som person eller som representant för sitt yrke inför den som intervjuar?, vem kommer att få läsa om det som sägs?, kan det komma att användas mot en?, förblir osagda men finns säkert i allas tankar. Det är mycket som kan spela in. Jag är medveten om att jag själv ligger på gränsen till ett yrkesmässigt självmord när jag öppet medger att jag inte alltid förstår hur elever tänker. Eller att jag faktiskt är på väg att överge hela upplägget att ens försöka bry mig

³⁷ Ibid. s. 80

³⁸ Czarniawska 2006, s.5

om det och att börja (enbart) undervisa. Diskussionen om elevdemokratien och föräldrasamverkan hör också till de ämnen där bara legitima berättelser kommer till ytan. För mig känns dessa legitima sanningar, mantror, väldigt utmanande. Så snart många tycker likadant, eller säger likadant, vilket inte behöver vara samma sak, blir jag misstänksam. Även och kanske just därför att jag själv en gång (eller fortfarande) har tyckt som de. Jag kan ibland se hur tankarna sprids och uttalas utan att de tänks.

Enligt Czarniawska är det viktigt att förstå att intervjuerna representerar ingenting annat än sig själva.³⁹ Van Manen går så långt att han påstår att det inte är så viktigt att försäkra sig om att den berättade händelsen hände precis så som den berättas. Det viktiga i berättelsen är att den är möjlig, att den är trogen för upplevelsen.⁴⁰ Frågan om elevers tänkande är i viss mån en kuggfråga, när det står i Läroplanen (Lpo 94) att undervisningen skall anpassas till varje elevs förutsättningar och behov. Den skall främja elevernas fortsatta lärande och kunskapsutveckling. Utgångspunkten i undervisningen ska vara elevernas bakgrund, tidigare erfarenheter, språk och kunskaper.⁴¹ Det hade därmed varit omöjligt att svara att man *inte* utgår från elevernas tänkande. Likväl definieras utbildning och fostran i Läroplanen som i djupare mening en fråga om att överföra och utveckla ett kulturarv – värden, traditioner, språk, kunskaper – från en generation till nästa. Skolan skall förmedla de mer beständiga kunskaper som utgör en gemensam referensram alla i samhället behöver.⁴² Det innebär, att vår uppgift är att föra eleverna in i kulturen. Frågan som jag försökte ställa till mina intervjuade var hur stort utrymmet mellan dessa två poler kan vara och hur mycket av detta utrymme mina intervjuade använder i sin dagliga yrkesutövning, i ärligt och idogt sökande efter elevers och samhällets bästa. Jag gjorde bara tre intervjuer och fick ändå fram tre rätt så olika synsätt. Utrymmet verkar med andra ord vara rätt så stort.

³⁹ Czarniawska 2006, s.49

⁴⁰ van Manen 1990, s.65

⁴¹ Lpo 94, s.4

⁴² Ibid. s.5

Att ha underbara idéer

När intervjuerna var färdigskrivna började jag läsa Eleanor Duckworths böcker *The Having of Wonderful Ideas (1987)* och *"Tell me more" Listening to Learners Explain (2001)*. Dessa böcker fick mig att förstå hur Piagets tankar om barns tänkande och lärande hade påverkat mina tankar om undervisning. Att i efterhand reda ut var tankar och impulser har sitt ursprung är inte helt lätt, speciellt när man även måste räkna med de egna erfarenheternas och det egna tänkandets påverkan. Då jag först kom i kontakt med dessa böcker måste påverkan ha skett via andra kanaler. Viktigaste är dock upptäckten och igenkännandet. Genom att jag läste dessa böcker blev mina (gamla) tankar och intentioner synliga för mig. Jag ska i följande granska närmare några av Duckworths tankar.

Hon beskriver hela sin undervisningsprojekt på följande sätt:

"We sometimes call this work teaching/learning research on learning that can be done only by someone who is committed to helping someone else to learn. /.../ The idea is to listen, to have our learners tell us *their* thoughts."⁴³ Citaten innehåller mycket. Duckworth betraktar undervisning från flera håll: dels som undervisning, dels som iakttagande av undervisnings- och inlärningsprocessen. Läraren agerar i två roller: en som undervisare och en som forskare. För mig har detta sätt att se på mitt arbete varit det som har gett mig ork och lust i de ibland till synes enkla och triviala uppgifter som jag arbetar med. Jag har haft huvudsakligen tre frågor vad gäller min verksamhet: hur tänker jag, hur tänker materialet/vetenskapen i fråga och hur tänker eleven, både innan undervisning har ägt rum och i mötet med undervisningsmaterialet. Att sedan foga ihop alla dessa bitar har inte varit lätt.

Vattenexperimentet visar att om jag verkligen får reda på alla elevtankar, så blir det svårt att försöka utgå från dem i min undervisning. I min vanliga yrkespraxis har jag nog bara brukat lyssna på de mest högljudda tankarna, eller tagit fasta på de tankar som jag själv har förstått och kunnat ge svar på.

"We encourage people to say things (or write stories or make maps) that they are not sure about. We find it essential for people to express their understanding and their questions as much and as freely as possible, and one of the things we constantly work at is finding ways to encourage people to do that. So we ask questions that do not have a single answer, questions

⁴³ Duckworth 2001, s.181

for which everyone would have something to say: “What do you notice?” Show us how you did.”⁴⁴

Duckworth beskriver även mina intentioner, inte bara med vattenexperimentet utan också med undervisningen i stort. Jag känner motstånd för att berätta något för eleverna utan att först ha frågat efter deras tankar, eller att undervisa utan att låta eleverna vara medskapare i kunskapen.

“We notice when a person seems to want to say something, and we ask what is on his or her mind. We ask for comments on what the others in a group have just said. And we never disparage what a learner says.”⁴⁵

Jag är inte säker att jag alltid lyckas med att ha den här frågande och positiva attityden mot mina elever, men det är min strävan. Jag själv fungerar som eleven när jag försöker förstå något på riktigt: jag tillåter mig själv att tänka fritt och galet och vänder och vrider saker, ställer dumma frågor till min omgivning, gärna för dem som jag betraktar som experter. Och jag önskar att bli mött med förståelse och tålmod. När jag sedan tror att jag har förstått försöker jag förklara saker på ett enkelt sätt med hjälp av barnnära exempel. Inte bara för att mina elever skulle kunna förstå utan lika mycket för min egen skull. Processen att tänka, undersöka, fråga och till slut försöka förklara vad jag har förstått är viktig för mig och därför önskar jag att kunna låta mina elever att genomgå den också.

“Encouraging the learners to say what they think has three main purposes. First, and most obvious, it is a good way for the rest of us (teacher and fellow students) to learn what is on their minds. Second, as they try to say what they think about something, their thoughts often become clearer. Third, it encourages them to take their own ideas seriously.”⁴⁶

Detta är den brännande punkten i det hela. Läraren behöver få reda på elevers förförståelse, men själva processen att formulera sina egna tankar och lyssna på sig själv är också viktig. Hur många gånger har inte jag eller mina elever gett svar på vår egen fråga så snart vi har lyckats formulera den. Men det är bra att ha någon som lyssnar, någon som är intresserad av att höra både frågan och svaret. Annars förblir det tyst i huvudet.

“We believe /.../ that one’s own knowledge – tentative and incompetent though it may be – is all one ever has; and that the only way to develop it further is to pay attention to it, figure out what needs to be further thought about, modify it, and keep striving to make it more adequate to one’s experiences. But it takes work on the part of a teacher to convey that view of the

⁴⁴ Ibid. s.183-184

⁴⁵ Ibid. s.183-184

⁴⁶ Ibid. s.183-184

importance of one's own knowledge. /.../ This, too, is difficult when ideas go against ones of our own which we find important.”⁴⁷

Jag vill påstå att jag lyckas ganska bra med att få eleverna att bli medvetna om sina egna tankar och att inse vikten av att förstå själv. Det räcker inte att klasskompisen kan eller förstår, alla måste göra det. Ibland lyckas jag så bra att eleverna insisterar på att lita *för* mycket på sitt eget tänkande och blir nästan resistent för min inblandning i deras inlärningsprocesser. Det som jag däremot har stora problem med är att få tiden att räcka till för att slutföra alla dessa tankeprojekt. Jag får eleverna att berätta hur de tänker, men det stannar ofta där. Vattenmätningsexperimentet är ett typiskt exempel på detta. Att tiden inte räcker till att göra så här (även om jag direkt skulle förstå hur eleverna tänker, vilket inte alltid är fallet) är en av orsakerna som har gjort att jag har börjat tvivla på mitt sätt att undervisa. Från det motsatta hållet trycker min avsky mot inmatningsundervisning. Där sitter jag mitt emellan, mitt i dilemmat. En liten lösning i dilemmat har varit en stark begränsning av diskussionsämnet. När alla elever försöker lösa exakt samma räkneuppgift eller problem räcker min kapacitet (och de andra elevernas) till att lyssna på varandras frågor och tankar. Då händer det ofta att jag hinner förstå på en gång och kan hjälpa eleven vidare i sina tankar. Genom att förenkla min lärarvardag har jag gjort en stor vinst: när jag hinner tänka och förstå så kan jag erbjuda samma erfarenhet för alla elever samtidigt. Men visst, många gånger skyndar jag att ge ”rätt” svar, särskilt om jag inte alls förstår hur eleven tänker.

“We see how difficult, and even painful, it can be to change our ideas. This depends on how entwined they are with other ideas, beliefs, wishes, and thoughts. The more entwined, the more difficult, because changing ideas means giving up ones that may have been important to us”.⁴⁸ Hur svårt det är att lämna sina invanda tankesätt ser jag tydligt när vi går från addition till multiplikation, eller för den delen, hoppar tillbaka till additionsalgoritmen efter att ha ägnat oss åt multiplikation med minnessiffror. Först vill eleverna inte lämna sitt gamla tankesätt, men när de sedan har lyckats med det, vill de inte återgå till det ”gamla”. Jag kan se i deras ansikstuttryck och kroppsspråk hur deras hjärnor tvärbromsar. En av mina elever, ja Daisy förstås, blir alltid sur och arg och börjar skrika och larma när hon inte förstår. Hon är arg på mig som inte lyckas förklara, men ändå mest arg på sin hjärna som sviker henne. När hon sedan förstår, lyser hon som en sol.

“In many of the stories we see how early experiences, only partially understood, over time contribute to the construction of larger ideas. We see the importance to a learner of feeling

⁴⁷ Ibid. s.184

⁴⁸ Ibid. s.185

that his or her ideas will be taken seriously. This feeling of safety turns out to be essential if one is to take the risk of trying out an idea – that is, to take the risk of trying to learn”.⁴⁹

I ärlighetens namn måste jag säga att jag ofta har trott att det är något allvarligt fel på mig och att jag inte borde tillåtas att arbeta som lärare, när jag har försökt göra detta som Duckworth här beskriver. Läsandet av hennes böcker får mig att sucka av lättnad: mina tankar om undervisning härstammar någonstans från Piaget via för mig numera bortglömda vägar. Jag är inte helt ute och cyklar. När sedan igenkännandets sötma har smält bort, hamnar jag återigen i problemet med tid. Men detta, att eleverna ska ha tilltro till sitt eget tänkande, är ett av strävansmålen i matematik i den svenska skolans kursplaner. Det är eftersträvansvärt. Det är inspirerande att ha ”underbara idéer”, att komma på, att förstå och att även utveckla eller uppfinna nytt. Även om det nya skulle vara något som redan existerar.

“A powerful pedagogical point can be made from this. /.../ The point has two aspects: First, the right question at the right time can move children to peaks in their thinking that result in significant steps forward and real intellectual excitement; and, second, although it is almost impossible for an adult to know exactly the right time to ask a specific question of a specific child – especially for a teacher who is concerned with 30 or more children – children can raise the right question for themselves if the setting is right. Once the right question is raised, they are moved to tax themselves to the fullest to find an answer. The answers did not come easily in any of these three cases, but the children were prepared to work them through. Having confidence in one’s ideas does not mean “I know my ideas are right”; it means “I am willing to try out my ideas.”⁵⁰

Detta är väldigt intressant, men vilken tid det kan ta. Det känns som att barn lämnas för mycket åt sig själva. Att de så småningom ska hitta alla svar bara vi ger dem de rätta omständigheterna och de rätta frågorna.

Skulle inte en Sokrates ändå vara på sin plats här? Inte bara för att ställa den första frågan, utan även att fortsätta hjälpa barnet att föda fram sina tankar? Även om det finns en uppenbar risk att jag som lärare leker ”gissa vad jag tänker – leken”, så tycker jag att eleverna inte bör lämnas åt sitt öde för ofta. Eleverna kan inte få styra sitt eget lärande för mycket i skolan.

“What happens to children’s curiosity and resourcefulness later in their childhood? Why do so few continue to have their own wonderful ideas? I think part of the answer is that intellectual breakthroughs come to be less and less valued. Either they are dismissed as being trivial - - - or else they are discouraged as being unacceptable – like discovering how it feels

⁴⁹ Ibid. s.185

⁵⁰ Duckworth 1987, s.5

to wear shoes on the wrong feet, or asking questions that are socially embarrassing, or destroying something to see what it's like inside. The effect is to discourage children from exploring their own ideas and to make them feel that they have no important ideas of their own, only silly or evil ones".⁵¹

Här tar hon upp en viktig synpunkt: vi måste lyssna på barn så att de känner sig värdefulla och att de kan bygga upp sin tro på sitt eget tänkande. Här är vi dock farligt nära att bannlysa undervisningen.

Även om vi låtsas att barn får ett utrymme för sina tankar och experiment, så finns det även ett annat tryck som kan döda det egna tänkandet. Det är all den kunskapsmassan som skolan ska inplantera i eleverna. Det går inte att bara få eleverna att förstå principerna i olika vetenskaper, de måste också memorera och automatisera en stor mängd kunskaper. Det tydligaste exemplet inom matematiken är multiplikationstabellerna.

Tänkandet tar tid. Duckworth ger ett exempel på hur lärare arbetade under hennes ledning i åtta veckor, 1-3 timmar per vecka, för att undersöka densitet. De arbetar med ett konkret material och ställer upp olika hypoteser som de testar. Texten är intressant för mig att läsa då jag heller aldrig riktigt fattat vad det är som gör att saker flyter eller sjunker. Duckworth är ute efter att gruppens tankar ska utvecklas till ett resultat som alla förstår och som är förankrad även genom alla felaktiga hypoteser som uppstår och testas. Under den sjätte sessionen får de besök av en fysiker, som är intresserad av detta Piaget-Inhelder sättet att arbeta. Fysikern går mer eller mindre in i att undervisa gruppen och Duckworth önskar honom så långt bort som peppar växer. Till hennes stora glädje förstår inte gruppmedlemmarna vad han försöker lära dem.

När experimentet är slut skriver alla medlemmar om sina erfarenheter. Många har börjat förstå hur allt hänger ihop men inte alla.⁵² Jag förstår tanken bakom experimentet men känner mig likväl frustrerad å medlemmarnas vägar – så mycket tid och möda gick åt utan resultat. Eller är det ett resultat att man lärde sig att ställa egna hypoteser och testa dem? Kanske. Jag vet faktiskt inte vad jag ska tänka. Här får jag något som liknar mitt vattenmätningsexperiment beskrivet från en annan lärares synvinkel. Hon beskriver en nästan total elevstyrning i projektet, även tanken om att utforska densitet föds i gruppen. Duckworth har bara tagit fram material och frågat vad de skulle vilja ta reda på med hjälp av detta material. Jag hade i alla fall en tydlig fråga: vilken burk är störst och vilken är minst? Jag känner dock igen Duckworths grundtanke. På lågstadiet kallas det "egen forskning". Läraren

⁵¹ Duckworth 1987, s.6

⁵² Ibid.s.1-41

frågar eleverna vad de vill veta och ber dem sedan att ta reda på detta, oftast genom att de läser om saken i böckerna. ”Forskningen” består av att skriva av texten och rita av bilderna i ett forskningshäfte. Eleverna brukar tycka att det är intressant, och det är för all del nyttigt att träna både läsning och skrivning med så unga elever. Frågan är vad de lär sig och om tiden kunde användas bättre? Jag tänker inte ge något svar på den frågan.

Duckworth lovordar även upplevelsen av att dra fel slutsatser, att inte veta, att ha en känsla av att inte riktigt förstå än. Hon anser, att lärare borde ge de funderingar som växer av att inte veta lika stort värde än till vetandet av de rätta svaren.⁵³ Att kunskapsprocessen, även när den inte flyter friktionsfritt eller när den för tillfälle inte leder någon vart, har ett värde i sig. Den medvetandegör eleven om dess egna sätt att lära sig. Jag värdesätter den tanken och jag har praktiserat den med mina elever, fast jag har nog hjälpt dem att komma vidare. Men ska eleverna få sådana erfarenheter gång på gång? Ska de bara ”lära sig att lära”? Ska inte lärandet ha något innehåll? Är det inte meningen att de ska få njuta av kulturens skatter? Måste vi verkligen klara av att förstå allting själva? Att förstå allt genom egna erfarenheter? Kan vi inte använda andras idéer som underlag i vårt tänkande? Kan vi inte acceptera att bli undervisade och vägleda?

Sten Kaijser, som är professor emeritus i matematik vid Uppsala universitet, har insett att många av de viktigaste framstegen i matematiken är uppfinningar och inte upptäckter.⁵⁴ Det kan tolkas som att inte ens all tid i världen skulle få mina elever att på egen hand komma på alla de viktiga matematiska sanningar, om ens några. Elever måste föras in och invigas i kulturen. De ska fås att tänka i kulturen, inte utanför den.

Och vi ska inte betrakta detta som en illgärning mot barnens tänkande.

Så när jag berättar för mina elever om en persisk matematiker, Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi som uppfann algoritmer, och hittar på en historia hur han tröttnade på att räkna i huvudet, så bjuder jag in dem att förstå *hans* tankar. Jag undervisar inte om den enda rätta läran, om det enda sättet att tänka och räkna, men jag introducerar en matematikers tankar som är värda att fundera över och testa. Så långt är det bra. Vi är kvar i mellanrummet mellan det egna tänkandet och försöket att förstå andras tankar. Sedan möter vi matematikbokens krassa verklighet och tvingas till att öva algoritmräkning. Många av mina elever behåller sitt sätt att räkna i huvudet, de ställer upp för frökens skull, men struntar i att markera minnessiffror och växlingar. De kan ju räkna utan dessa. Vi kolliderar när jag inte godkänner deras rätta svar på proven då de inte har skrivit upp proceduren. Jag gör detta med

⁵³ Ibid. s.68-69

⁵⁴ Nämnaren 3, 2008, s.36

förklaringen: vi övar algoritmer. Därmed tvingar jag mina elever till att tänka som någon annan. Jag vet varför (algoritmer är praktiska när man räknar med stora tal) men jag mår dåligt. Jag har lurat mina elever när jag har uppmuntrat dem att tänka själva. Plötsligt gäller det inte. Året efter, när vi återigen ska traggla med algoritmer, löser några elever dilemmat på ett rebelliskt sätt. Jag skriver mera om det senare.

Tomas Kroksmark undrar vad det är inom matematiken och naturvetenskaperna som gör att dess didaktik kan knytas till Piaget på ett så gynnsamt sätt, att dessa discipliner håller sig fast vid dessa tankar i motsatts till den allmänna kritiken mot idealismen och konstruktivismen? Kroksmark undrar, men svarar inte.⁵⁵ Mitt personliga svar skulle vara att det är så intressant att låta barn ha sina idéer och att vi är rädda för att de försvinner om barn blir undervisade. Vi tror att barn ruvar på någon mystisk och ursprunglig hemlighet inom sig och vi vill så gärna bli delaktiga, eller åtminstone lyckas att se glimten av den.

När jag mitt i detta essäskrivande och tänkande deltar i julmässan, tycker jag mig höra hur kyrkoherden pratar om det lilla Jesusbarnet i dessa termer. Att Jesus redan som nyfödd bär med sig himlens hemlighet. Att vi ska låta oss ledas av barnet. Jag förstår att prästen pratar symboliskt, men tanken om barnets ”allvetande” verkar finnas med som ett stråk i kristendomen, inte bara hos Platon. Vi både överskattar och underskattar barn: vi tror att de kan tänka ut allting själv samtidigt som vi är rädda för att de blir skadade av kulturen.

Läsandet av Eleanor Duckworths böcker gav mig insikten om vad det var jag på olika sätt hade försökt göra med mina elever under det senaste femton åren, inte bara i matematiken utan i stort sett i alla skolämnen. Jag kände igen mig och blev inspirerad av hennes böcker. Hennes noggranna beskrivningar om processer där man utgick från elevernas tankar i skrivinläring, diktanalys, kartritning eller densitet påminde mig om mina egna försök med mina elever under åren. Jag hade utsatt mina elever för mycket eget tänkande och letande i allt från grammatiska regler till samhällets grundprinciper eller ordningen i livets uppkomst. Vi hade letat efter pusselbitar och lagt ihop dem tillsammans. Vi hade konstruerat och kommit fram till de existerande reglerna själva. Jag hade blivit mer och mer försiktig med att ge färdiga svar. Jag var helt övertygad om att när eleverna fick skapa sitt eget kunnande skulle den bli grundlig och bestående. Den här övertygelsen finns kvar, men tankarna om hur man kommer dit har dock börjat vackla. Det är mitt dilemma.

Möte med andra pedagogiska tänkare

Jag är inte ute efter att fördjupa mig i pedagogikens historia, men när jag nu på mina irrvägar har råkat på Tomas Krokmarks bok *Den tidlösa pedagogiken*, så kan jag inte låta bli att lyfta upp några pedagogiska tänkares texter. Jag gör det för att förstå hur jag tänker och hur den andra traditionen, som börjar bli allt tydligare för mig, den som ser ut att finnas i finska matematikböcker, tänker. De flesta lärare har väl någon gång likt Odysseus seglat i pedagogikens okända hav och lockats av sirenernas lockrop eller av ren nyfikenhet stigit i land på främmande öar, som ibland har visat sig vara bebodda av enögda monster. Eller måhända har det varit kommunpolitikernas megafonförstärkta lockrop som har styrt oss en hit och en dit: Individualisering! Demokrati! Jämlikhet! Likvärdighet!

Min frågeställning i den här essän är: ska jag utgå från elevers tankar eller ska jag utgå från läroämnet, i mitt fall matematiken, i min undervisning? Hur färgas lärarrollen av det jag väljer och hur och vad lär sig eleverna? Jag har beskrivit mitt tvivel över att inte helt lyckas utgå från elevernas tankar och problematiserat den motsträviga ändringen i min lärarroll som huvudsakligen har orsakats av mötet med en annan undervisningstradition, den som manifesteras i de finska matematikböckerna. Jag har glidit från att iaktta elevers utveckling till att undervisa dem, och inte bara att undervisa elever utan snarast att undervisa elever i matematik. Den stora faran har varit att jag skulle förändras till en lärare som *bara* undervisar i matematik utan hänsyn till eleverna.

När jag nu möter Johan Amos Comenius (1592-1670) tankar, känns det som om jag hittar grundtanken som genomsyrar de finska böckerna. Comenius anser att alla kan lära allt, även om vägen till kunskapen kan vara lång och krävande. Han lanserar i sin bok *Didactica Magna* en tillförlitlig och god metod, som får till stånd att alla vid unga år rustas för allt som är av betydelse för detta och även det tillkommande livet. Han redovisar ett system som enligt honom lätt och säkert kan förverkliga detta. Han är ingen utopist utan väl medveten om elevernas olika förutsättningar att lära sig. Han anser ändå att alla kan lära allt genom konkret undervisning och samtal. Detta ska anpassas efter ”barnens uppfattning”. Undervisning är för Comenius en fråga om att försiktigt sköta och vaka över eleven i en långsamt framåtskridande och utvecklande process. Om läraren vill hjälpa eleven i hans utveckling måste läraren förstå hans natur, intellektuella nivå och behov.

⁵⁵ Krokmark 2003, s.429

Comenius skriver att undervisning bör ske med gradvis stegrad svårighetsgrad, genom bildning och tillägnande av kunskapskulturella helheter där strukturer, innehåll och metoder i den didaktiska verksamheten bör bilda grunden i undervisningen.⁵⁶

Comenius anser att läraren ska kräva att alla lär sig allt, så att vem som helst när som helst kan sammanfatta lektionens innehåll. Om så inte är fallet, måste läraren granska sin undervisning. Upprepning ses som en bra metod för inläring, både den upprepningen som läraren står för och läxläsningen morgon och kväll. Upprepningen tillförsäkrar att även den trögaste kommer att fatta och kan hålla jämna steg med de övriga.⁵⁷ Jag blir ordentligt glad av att läsa Comenius text då han rätt så exakt skriver mina erfarenheter av användandet av finska matematikböcker: med idogt förklarande och diskuterande och med tillräckligt mycket laborationer och övning hänger alla elever med. ”Begåvningen” minskar bara tiden och mödan som behöver läggas ned, det är inte den som styr hur långt eleven kan komma. Läraren anpassar kunskapen till barnens nivå och försäkrar sig om att eleven lär sig. Att alla elever kan lära sig allt. Jag får för mig att det är den tron och strävan som vi har tappat i Sverige. Alla förutsätts inte att kunna lära sig allt; vi kallar det för individualisering och elevanpassning när vi ger eleverna individuella arbetsuppgifter, fast egentligen handlar det om en tidig sortering. Vi ger upp hoppet redan i årskurs ett. Vi standardiserar arbetsinsatsen på bekostnad av inlärningsmängden. De finska matematikböckernas metodik verkar däremot stå för den comenianska grundsynen. De förutsätter att alla kan lära allt. Jag börjar närma den här grundsynen, att lärarens insatser och elevens hårda arbete lönar sig. Jag övertygas om detta genom *learning by doing*, genom att jag arbetar med dessa böcker och ser att eleverna lär sig mer och grundligare än förut.

En annan pedagogisk text som rör mig starkt i Kroksmarks bok är Hanna Arendts artikel *Bildningens kris*. Arendt vädrar ordentligt i det reformpedagogiska rummet genom sin skrivelse, som trots att den är utgiven 1961 fortfarande känns aktuell. Hon tar upp olika antaganden som hon anser ligga till grund för utbildningens kris i dåtidens USA. Det antagandet som berör mig mest är att man utgår ifrån att det finns en autonom barnvärld som barn måste styra själva utan vuxnas inblandning. Den auktoritet som säger vad alla ska göra finns inom själva barngruppen.⁵⁸ Det är inte svårt att ana den tanken i svenska elevers individuella utvecklingsplaner, eget arbete och elevdemokratin. Arendt anser att när barn har

⁵⁶ Kroksmark 2003, s.115-124

⁵⁷ Ibid.s.136

⁵⁸ Ibid. s.483

frigjorts från vuxnas auktoritet har de inte fått det bättre utan sämre då de i stället har hamnat under majoritetens tyranni.⁵⁹

Vill man driva den här tesen lite längre kan man påstå att när man som lärare utgår från eleverna och deras tänkande, kan man också hamna under majoritetens tyranni. Man stannar där de flesta är och vågar inte försöka driva dem vidare. Eller om många tycker att uppgiften är svår eller tråkig så låter man den bli halvgjord. Lärandet i den svenska skolan ska ju vara lustfyllt. Då kan det inte vara svårt eller kräva ansträngning. Men tillbaka till Arendt, som påpekar att i stället för att vuxna skulle ta sitt vuxenansvar och låta den växande generationen bekanta sig med den kulturen som finns och har varit, säger vuxna till barnen att inte ens de vet hur man ska bete sig i den här konstiga världen. Barn ska försöka klara sig själva så gott det går och de får absolut inte ställa de vuxna till svars.⁶⁰ Hur ska den kommande generationen kunna åstadkomma något bättre än de förra, om de inte ges de verktyg och de kunskaper som mänskligheten hittills har uppfunnit? Vad ska den kunna utveckla och ifrågasätta, om den ska upptäcka och uppfinna allting själv?

Bildningen betyder, enligt Arendt, att vi bestämmer oss för att vi älskar våra barn tillräckligt mycket för att inte utesluta dem från vår värld och lämna dem att klara sig själva, eller frånhåller dem möjligheten att sätta igång något nytt, utan istället förbereder dem för uppgiften att förnya en gemensam värld.⁶¹

Arendt har rätt, a having of wonderful ideas kan inte ske utanför kulturen utan de verktyg som kulturen kan erbjuda oss. Barn föds inte med färdiga idéer, de måste invigas i kulturen med vuxnas hjälp så att de sedan i sinom tid kan förbättra, förnya eller förändra den.

Vygotskijs tankar om lärande

Lev Vygotskij åberopas allt oftare som den nya vägvisaren inom skolan. Hans åsikter ifrågasätter ofta Piagets och även andra reformpedagogers tankar. Hans tankar om hur lärandet går till är det som lyfts upp i olika sammanhang. Vygotskij beskriver att varje högre psykologisk process existerar först på ett yttre socialt plan, innan den blir en inre, individuell process; den är i utgångsläget en social process mellan två eller flera människor. Man bör dock inte uppfatta internaliseringsprocessen som en överföring av yttre social aktivitet till ett på förhand existerande medvetandeplan. Det är nämligen just genom internaliseringsprocessen som detta medvetandeplan bildas.⁶² Lärarens eller den klokare

⁵⁹ Ibid. s.484.

⁶⁰ Ibid. s.491-492

⁶¹ Ibid. s..495

⁶² Bråten 1996, s.16

kompisens medverkan är därmed avgörande. Här kan jag se en klok Sokrates träda fram, en Sokrates som inte utgår från att allt vetande redan finns, men som med sina frågor kan väcka elevens logiska tänkande. Som hjälper honom att bygga vidare på det som han redan vet.

Enligt hans synsätt lämnas inte eleverna åt sig själva, de ska inte själv upptäcka eller uppfinna saker utan de leds till kunskapens källa av en som vet mer. Läraren ska ha en aktiv roll. Något av detta jag kanske lyckades göra när jag långt efter volymmätningsexperimentet *undervisade* mina elever om burkarnas storlek.

Vygotskij anser att den sociala aspekten av mänsklig erfarenhet och mellanmännisklig kommunikation gör att individen kan tillägna sig och införliva det enorma förrådet av andras upplevelser.⁶³

Enligt Vygotskij är det med andra ord inte meningen att alla ska erfara allt personligen, eller att alla så småningom mognar till kunskap. Vi behöver inte uppleva, upptäcka och uppfinna allt själva. Vi behöver bara förstå och det kan vi få hjälp med av andra.

Enligt Vygotskij kan social interaktion på många sätt beskrivas som en utväxling och överföring av ett kulturellt förråd; som samverkan i ett kulturellt rum som också har en bestämd historisk förankring.⁶⁴ Samverkan i ett kulturellt rum låter som en kompromiss mellan att låta elever uppfinna allting själva och att föreläsa för dem. Eleverna och läraren infinner sig i ett förutbestämt kulturellt rum och försöker förstå dess innehåll och tillkomst tillsammans. Visserligen kan jag tycka, att jag tog mina elever till ett förutbestämt kulturellt rum när de skulle reda ut vilken burk som innehöll mest vatten. De skulle ju inte bestämma över sitt forskningsinnehåll själv såsom eleverna i Duckworths projekt gör. Men det känns som om rummet blev för stort, eller att det utvidgades till en hel lägenhet. Jag hade ingen möjlighet att följa upp elevernas olika tankar ens efteråt.

Vygotskij avsåg med den närmaste utvecklingszonen den interaktionsprocess som äger rum mellan spontana och vetenskapliga begrepp. Denna zon kan ha en vidare betydelse, genom att den understryker vikten av tillrättalagd dialog och intersubjektivitet för att individen ska kunna utveckla psykologiska processer till en högre kulturell nivå. Denna betoning av dialog och intersubjektivitet innebär också att man erkänner att eleven själv är aktivt agerande subjekt i den pedagogiska processen. I själva verket spelar eleven huvudrollen i detta arbete.⁶⁵

⁶³ Ibid. s.14

⁶⁴ Ibid. s.15

⁶⁵ Ibid. s.23-24

Eleven förutsätts att vara aktiv och skapande, men läraren har tagit med henne in i ett kulturellt rum. Vi vistas inte i de individuella tankevärldar som varje enskild elev har med sig till skolan. Vi startar inte resan där. Jag är helt öppen för att kolossalt ha missuppfattat allt prat om individualisering och individuella utvecklingsplaner som ska upprättas i samråd med eleverna och deras föräldrar, eller den demokratiska samplaneringen av lektioner som ska göras inför varje arbetspass. Men jag har för mig att vi har gått för långt i strävan att låta eleverna på detta sätt vara ”delaktiga” i sitt lärande. Hur ska de veta vad de ska välja då de inte ens vet vad det finns att välja? Eller vad som behövs för att komma vidare i kunskapsutvecklingen? Räcker det inte att de anstränger sig att lära sig det som de vuxna som arbetar på Skolverket och vi vuxna som arbetar i skolan har ansett vara viktigt. Inte kan vi väl förhandla om innehållet, tidpunkten och arbetssättet med varje enskild elev varje gång något ska läras. Jag anser att skolan ska ha ett tydligt och demokratiskt bestämt innehåll, gärna likartat i hela landet, och att lärare ska göra sitt bästa för att alla elever lär sig detta. Och alla elever ska göra sitt bästa för att lära sig. Med stöd av all den hjälpen de behöver. Som det är nu råder det alldeles för stor valfrihet för enskilda kommuner, enskilda skolor, enskilda lärare och enskilda elever att välja och vraka. Vi måste enas om innehållet i de kulturella rummen vi ska vistas i. Undervisningsdialogen, där den ena parten vet mer och är intresserad av att hjälpa den andra att bygga upp sin kunskap och förståelse, är däremot den sortens rättvis och demokratisk arbetsform som jag kan skriva under. Alla elever ges tillfälle att förstå och lära sig de grundläggande kunskaper som vi anser att de behöver inför framtiden. Vi tillåter dem inte att välja bort dessa i elevdemokratins namn. I stället för att eleverna ska tvingas rösta om saker de inte förstår, ska läraren vara lyhörd mot elever. Jag är övertygad om att inget internet kan ersätta dialogen mellan läraren och eleven, inte ens i fråga om vuxna, och särskilt inte vad det gäller barn. Och nej, inga läroböcker kan heller ersätta dialogen, men bra läroböcker kan fokusera dialogen på väsentliga saker.

Vygotskij menar att utvecklingsprocessen närmast släpar efter inlärningsprocessen. Det vill säga att psykologisk utveckling inte går framför och skapar förutsättning för undervisning och lärande utan att utvecklingen i stället kommer efter lärandet och är beroende av detta.⁶⁶ Det är Piaget som vi har lyssnat på när vi har väntat på mognaden och inte vågat gå vidare. Enligt Vygotskij är det vuxnas ansvar att visa vägen. Om vi enbart lyssnar på elever och lyfter upp deras tankar finns det en risk att vi inte kommer vidare eller att vi går vilse. Eller om vi stannar på samma plats för länge i väntan på att allas förståelse infinner sig. Min matematiklärare i gymnasiet brukade säga att förståelsen kommer med det efterföljande tåget.

Det tål att tänka på, även om det inte blev så i hans undervisning. Eller i alla fall var en del av mina tåg väldigt försenade. Vissa tåg kom visst aldrig fram. Förståelsens sakta rörelse, vistelsen i intighetens mellanrum, övervinnandet av motståndet mot ändringar – allt detta kräver tid.

Enligt Vygotskij leder undervisningen utvecklingen framåt; framgångsrik pedagogik är därför alltid orienterad mot individens framtida utveckling.⁶⁷ Undervisningen stannar inte där eleverna redan är, det är bara startpunkten. En god pedagogik stannar inte vid vad eleverna redan kan.

För att få tid för meningsfulla undervisningsdialoger som kan leda utvecklingen framåt har jag börjat, i samklang med den finska matematikbokens lärarhandledning, hålla mina elever samlade. När alla ska arbeta med samma arbetsmoment, sparar vi inte bara tid utan maximerar även diskussionsutrymmet för alla. I stället för att demokratiskt dela undervisningstiden så att alla får två minuter per lektion av min tid, får alla tio-femton minuter i början av varje lektion. Därefter kan kamraten bredvid hjälpa till och jag får tid att hjälpa dem som ändå inte riktigt förstår. Har individualiseringen fått ge plats åt demokratin när ingen får räkna i sin egen takt? Om man förstår demokratin som allas rätt att få lära allt kan det kanske ändå kallas för individualisering när några får mer tid av läraren för att nå gemensamma mål.

Jag insåg inte övningens och repetitionens stora vikt innan jag mötte de tjocka finska matematikböckerna. Eleverna ska ha räknat 400 sidor varje år och då är inte extrauppgifterna inräknade. Hem och träna varje kväll, då kan läraren ta upp nya saker under varje lektion. Vygotskij anser att människans livsresa inte behöver upprepa hela historien. Vi inleder omedelbart en interaktion med människor som både finns och har funnits. Detta sker bland annat genom artefakter.⁶⁸ Det är uppfriskande att få en gammal kär tanke motsatt. Med närmare eftertanke måste jag ge Vygotskij rätt. Fast någon sorts utvecklingsgång bör väl tankarna ha, även om den inte är utvecklingshistoriskt baserad? Varför skulle eleverna annars tycka att romerska siffrorna verkar enklare att förstå än våra indisk-arabiska, eller att mäta med föremål är enklare än att mäta med standardiserade mått?

Enligt Strandberg finns det en god intention i svenska förskolor och skolor att sätta barnet i centrum, att utgå från barnet och att börja där barnet är. Denna föresats tror Strandberg har tillkommit som en del i strävan att göra lärande begriplig och intressant för barn. Vygotskijs

⁶⁶ Ibid. s.24-25

⁶⁷ Ibid. s.25

⁶⁸ Strandberg 2006, s. 99

perspektiv problematiserar enligt honom detta synsätt genom att sätta själva interaktionen i centrum. Den enda spännande instruktionen är den som ligger steget före utvecklingen.⁶⁹

Det stora problemet nu ligger i det att läraren inte har någon möjlighet att ge spännande instruktioner eller föra utvecklande samtal med varje enskild elev. Eleverna måste hållas någorlunda samman så att dessa diskussioner kan bli möjliga och vettiga. Att de kan föras med hela klassen så att alla tankar kan komma fram och bli hörda.

Vygotsky ser läraren som både utmanare och deltagare.⁷⁰ Piaget såg nog läraren mera som en iakttagare. Under vattenmätningsexperimentet intar jag en passiv, lyssnande roll. Utmaningen består av uppgiften, men jag utmanar inte elever med mina frågor under deras arbetsprocess, jag snarare medvetet undviker att göra detta för att få fram autentiska tankar. När jag undervisar med hjälp av matematikboken står uppgifterna för utmaningar. Jag blir deltagare i den bemärkelsen att jag försöker förstå hur elever uppfattar det som jag försöker lära dem. Och när de inte förstår, försöker jag uppfatta var det brister. Den här processen tar ibland flera dagar, vilket jag öppet deklarerar för mina elever. Jag berättar för dem tre dagar senare att nu har jag förstått vad Edith sa, hon menade nog så här. Då tittar mina elever förstående på mig och säger: tog det verkligen så lång tid för dig, vi fattade det på en gång. Du borde ha frågat oss.

Enligt Strandberg är Vygotskijs teori om utvecklingszonerna intressant och det som tydligast skiljer honom från gängse teorier inom utvecklingspsykologin. Vygotskij nöjde sig inte med att förklara vad barnet kan och vad barnet är utan han uppmärksammade vad barnet ännu inte är. Han såg inte utvecklingen som en passiv mognad. Han uppmärksammade att utvecklingen kan organiseras; genom aktivitet, interaktion och delaktighet. Lärarens roll blir inte iakttagarens eller handledarens utan organiserarens och diskussionsledarens.

Gunilla Lindqvist har givit ut texter från Vygotskijs Pedagogisk psykologi och kommenterat dem som historia och aktualitet i sin bok *Vygotskij och skolan*. Innan jag tar upp annat vill jag bara förbigående säga, apropå mina samtal med speciallärarna, att även Vygotskij poängterar nyttan av glömskan och hänvisar till Themistokles, som i förslaget att han skulle lära sig att minnas svarade: "Lär mig hellre att glömma." Vygotskij anser att glömskan hjälper oss att bete på annorlunda och på ett smidigt sätt.⁷¹

Vygotskij har intressanta åsikter om åskådligheten i undervisningen. Han anser att åskådlighet innebär att man undandörjer tankeovrigheter för barnet. Om allt som framställs för barnet

⁶⁹ Ibid. s.144

⁷⁰ Ibid. s.153.

⁷¹ Lindqvist 1999, s.93

dels undervisas genom personlig erfarenhet, och dels på ett tillgängligt, åskådligt och förenklat sätt paralyserar detta i längden vanan till självständigt tänkande. Om vi bara lär oss det som vi kan ha personliga erfarenheter av, så begränsas våra möjligheter att lära oss av andras erfarenheter.⁷² Jag förstår Vygotskijs strävan, men håller inte helt med. Jag anser att en av de viktigaste uppgifterna läraren har är just att med alla medel åskådliggöra det som ska läras. Det må vara så att alla elever inte behöver detta, men det finns alltid ett antal som gör det. Detta blir jag varse gång på gång när jag försöker hoppa över de laborativa momenten som ingår i genomgången av ett nytt matematikinnehåll. Jag lever till och med den övertygelsen att allt går att förklara för alla bara man har förstått saken ordentligt själv. Lindqvists kommentarer och reflektioner över Vygotskijs text ger mig mera än enbart läsandet av hans texter. Detta sker ju givetvis helt i Vygotskijs anda, han poängterar ju starkt lärarens medierande roll mellan texten och eleven. Lindqvist skriver att här i väst tolkas undervisningen ofta antingen som en fråga om elevens perspektiv eller lärarens styrning och förmedling. Kritiken mot läraren som förmedlare har drivits så långt att läraren till och med kan känna sig överflödig i elevernas kunskapsprocess. Om eleven bara får ta hand sin egen inläring så ordnar sig allt. Om man betraktar kunskap som en individuell process blir läraren en organisatör av olika betingelser runt lärandet. Hon blir också en kontrollant av kunskap, och det är läroboken eller information från internet som skall läras in. I den processen finns ingen mediator, bara en pseudomediator, med vilken man inte kan föra en dialog. Läraren kan nämligen knappast föra en dialog med varje elev i hans sökande efter kunskap. Samtalet, när det ändå uppstår, blir lätt ytligt. Läraren kontrollerar snarare resultatet av processen än själva processen. Läraren förlorar sin medierande roll och hon är inte längre den som ger struktur åt, tolkar och levandegör stoffet för eleven. Med detta organisatoriska synsätt bortser man från de viktigaste aspekterna i kunskapsprocessen, nämligen kunskapens sociala och dialogiska sida samt texten och innehållet, som behöver levandegöras och gestaltas på många olika sätt. Och det är just där som läraren enligt Lindqvist har sin pedagogiska kunskap och därmed sin huvuduppgift. Själva texten, undervisningsstoffet, bör stå i centrum och skapa mötet mellan elev och lärare. Att levandegöra en text är en medierande uppgift som sätter tolkningen och meningsskapandet i centrum.⁷³

För att komplicera detta lite vill jag tillägga att det är mycket vanligt i alla fall på skolans tidigare stadier att läraren själv producerar undervisningsmaterialet. Olika hemsidor som

⁷² Ibid. s.123

⁷³ Ibid. s.253

lektion.se eller burkar.nu är levande bevis på detta förfarandet. Det anses som högst professionellt, speciellt inom matematikundervisningen, att inte luta sig mot ett läromedel. Läraren ska granska läromedel och plocka de bästa bitarna av varje. Detta svartvita halvt olagligt kopierade mischmasch anses ge de bästa förutsättningarna för elevers matematiklärande. Lärarens tid går åt till att skaffa fram eller skapa undervisningsmaterial i stället för att ägna sig åt att tänka ut *hur* innehållet ska läras ut och in. Möjligheterna att föra pedagogiska diskussioner i lärarkollegiet minimeras också då alla har olika material. Nej, jag är inte ute efter att skapa klonade lärare som gör samma saker under samma klockslag, verkligen inte, men jag skulle efter tjugo års klippande, klistrande och kopierande gärna arbeta efter välstrukturerade läroböcker. Läroböcker som var gjorda av den pedagogiska eliten och godkända av Skolverket, som garanterat skulle se till att eleverna uppfyller alla de gemensamt uppsatta målen, där färgbilderna skulle vara ritade av konstnärer och fotografierna tagna av yrkesfotografer. Vad jag skulle må. (Go home, Pirjo! Man ska ta seden dit man kommer.)

Nu när jag knappt har producerat en enda matematikstencil på snart tre år, ser jag hur mycket mer tanketid jag har fått över till själva undervisningen och efterarbetet. Och hur duktig jag än var förr, så har jag varit dubbelt så duktig nu när jag har haft bra material att utgå ifrån. När jag läser vidare i Lindqvists bok märker jag till min förvåning att Lev Vygotskij var med när jag gjorde mitt vattenmätningsexperiment. Han kommenterar den nämligen så här: ”Ett slående faktum som hittills undgått kritikernas uppmärksamhet är att de forskare som studerar skolbarnets tankeutveckling utgår från den principiella premissen om att dessa processer är oberoende av skolundervisningen. De betraktar barnets slutledning och uppfattningsförmåga, dess föreställning av världen och tolkning av fysiska orsaksförhållanden och dess behärskning av logiska tankeformer och abstrakt logik, som om dessa processer uppstod av sig själva helt utan inflytande från skolundervisningen.”⁷⁴

Ja du Lev, hundra tio år efter din födelse leker jag med vatten och letar efter mina elevers förförståelse som ska vara ofördärvad av skolundervisningen. Dessvärre hittar jag den också i det skicket, fast eleverna har gått mer än ett år i skolan. Vilket är värst, att *jag* bortser från skolans påverkan på elevers tänkande eller att mina elever gör det?

Enligt Tomas Kroksmarks tolkning av Vygotskijs tankar är det en viktig teoretisk skillnad mellan att konstruera en verklighet och att en sådan uppstår genom delaktighet och kultur.⁷⁵ Eleverna ska inte konstruera sin kunskap själva av sina egna tankar och erfarenheter, utan de

⁷⁴ Ibid. s.260

ska invigas i kulturens sätt att tänka. Precis detta invigande har jag försökt att undvika när jag på många möjliga sätt har försökt få mina elever att komma på saker själva. Samtidigt som jag har önskat att de skulle komma på samma slutsatser som vi vuxna, som kulturen, har jag velat lämna dörren öppen till något nytt och oväntat som skulle kunna komma från dem själva. Och hur jag än gör på annat sätt nu, hur jag än har tagit på mig en starkare lärarroll och ser hur den bär frukt, så likväl vill jag fortfarande åt elevers hemliga tankar.

Krokmark konstaterar att det inte är särskilt svårt att se att Vygotsky riktade sin pedagogiska och didaktiska uppmärksamhet mot den egenartade form för samarbete som sker mellan lärare och elev och som är själva essensen i undervisnings- och lärandeprocessen. Krokmark beskriver progressionen i Vygotskijs tankar om lärandet i fyra steg, där det första steget utgörs med hjälp av den mer kapable, som kan vara en vuxen eller ett barn. Steg två består av utvecklingen som sker med hjälp av självet. I steg tre inträffar internalisering, automatisering och fossilisering och i steg fyra deinternalisering, återgång till tidigare steg.⁷⁶

Här tycker jag mig att se en viktig skillnad mellan Piaget och Vygotskij. Piaget börjar från steg två, han iakttar barnets tankar, det som barnet kan och hur det visar sig. Han förutsätter att tankesätten är biologiskt determinerade, att olika sätt att tänka är typiska för barn i olika utvecklingsstadier. Han forskar inte varifrån barns tankar härstammar. Jag har gjort som Piaget, både i mitt vattenexperiment men också i min undervisning i stort. Det kallas för att läraren utgår från eleverna när hon frågar efter vad de vet – låt oss säga om räven. Läraren frågar, och undervisar kanske lite, men hon frågar inte nästa dag vad eleverna har lärt sig. Nej, då pratar alla om björnen, och det är oftast samma elever som vet. Det blir inte bättre när det handlar om att förstå matematik. De som kan, kan. De som inte kan, känner sig dumma. Detta kan säkert betraktas som en vulgärtolkning av Piaget, men jag vill påstå att den är väl utspridd. Vygotskij intresserar sig också för elevers tankar och kunskaper, men han tycks samla in dem till allmänt betraktande för att kunna gå vidare, för att utveckla eller utmana dessa tankar. Han relaterar tankarna mot undervisningsinnehållet. Därefter ges alla möjlighet att fördjupa sig, att lära sig, att automatisera. Sedan bygger läraren vidare på det som alla har lärt sig. Vygotskij anser att de viktigaste dimensionerna består av metoden att utveckla elevens kunskapsutveckling på ett systematiskt sätt och av den tankegemenskap som gör att elevens spontana och oreflekterade begrepp kommer i kontakt med och transformeras till vetenskapliga begrepp.⁷⁷ Fasen där eleven efter undervisningsdiskussionen sätter i gång att

⁷⁵ Krokmark 2003, s.447

⁷⁶ Ibid. s.451

⁷⁷ Ibid. s.452

arbeta självständigt är intressant. Jag har några elever som i den här fasen pratar högt för sig själva, förklarar för sig själva vad de gör och hur de ska göra. Jag minns från min egen skoltid att även jag gjorde så. Mina klasskamrater brukade skoja om att det gäller att sitta nära Pirjo när vi har matteprov, för då kan man lyssna ut rätta svar. Jag minns också tydligt, att jag ofta förde en egen diskussion med mig själv om det som läraren undervisade om. Inte sällan förenklade jag siffrorna eller föreställde mig något exempel från verkliga livet. Man kan undra om jag någonsin slutade med det förfarandet. Består inte den här essän i mångt och mycket just om försöken att förstå och förklara för mig själv vad som händer och vad andra menar med det de skriver och säger? Är inte denna text egentligen en inre inlärningsmonolog, ett försök att placera mitt tänkande i kulturens tankekontext? Men låt oss vända tillbaka till där vi var.

Piagetläraren möter barnen där de är, men lämnar dem där också. Barn anses kunna utvecklas på egen kraft, och visst gör de det också. Olika mycket åt olika håll och i sin egen takt. Vi har detta som ideal i skolan och tycker att det är demokratiskt och rättvist mot individen. Och vem kan säga emot detta? Problemet uppstår när vi börjar fråga efter resultat eller jämföra våra elever med eleverna i andra länder. Där är vi nu.

Vygotskij möter barn där de är, men tar dem vidare, ser till att de lär sig det nya ordentligt och tar vid där de möttes förra gången. Så här kan jag grovt sett även beskriva min gamla och min nya matematikundervisning. Om det i början av essän smärtade mig att behöva lämna det gamla, så smärtar det nu att jag inte gjort det långt tidigare. Ja, det är jämna plågor hur jag än gör.

Möte med en annan undervisningstradition

Parallellt med mitt essäskrivande har jag undervisat mina elever på ett annat sätt än förr. Genom lärarhandledningar och det praktiska arbetet med de finska matematikböckerna har jag fått en inblick i det finska sättet att se på matematik och matematikundervisning. Utan annat bevis än hörsägen vill jag säga att det finska sättet antagligen är mycket likt det internationellt rådande sättet. Måhända även likt det sättet som matematik undervisades i Sverige förr i tiden. Jag vill därmed påpeka att jag inte är ute efter att prisa eller fördöma det finska tankesättet, utan använder det som ett praktiskt exempel på ett annorlunda sätt att se på matematikundervisning.

De största skillnaderna mellan min tidigare och nuvarande matematikundervisning har varit följande. Den första matematikundervisningen i de finska matematikböckerna börjar från ett mycket tidigare stadie än vad som är brukligt i de svenska matematikböckerna. Många sidor

ägnas åt att grundlägga förståelsen av räknandets princip. Talområdet vidgas sakta. Efter den första terminens bok sätter man fart. När man efter vårterminen i årskurs två har räknat genom fyra gedigna matematikböcker har man i stort sett nått även de av Skolverket nyligen höjda minimimålen i årskurs tre. Hela årskurs tre har vi således studerat ”överkurs”, som består av multiplikationsalgoritmer med två minnessiffror, division med rest, räknesättens ordningsföljd parenteser, avancerat bråkräkning o.s.v. Det vill säga att alla elever gör detta. ”Hemligheten” bakom resultatet är enkel och låter även i mina öron som väldigt gammaldags: sammanhållen klassundervisning, genomgångar, laborationer och diskussioner i början av varje lektion, läxa fyra dagar i veckan för de elever som behöver mera tid, prov med jämna mellanrum och speciallärarhjälp direkt när problem uppstår. Jag är inte förvånad över att de duktiga eleverna klarar detta, men jag är förvånad över att *alla* gör det. Självklart är alla inte bästa i klassen, men nivån ligger betydligt högre än tidigare. Läsning av Comenius och även Pestalozzi (1746-1827) bekräftar att detta arbetssätt har gamla anor. Vygotskijs tankar blir bekräftade genom att jag börjar från kulturens sätt att se på matematiken och att vi använder pararbete efter genomgångar och undervisningsdiskussioner. I stället för att börja från elevernas tankar börjar jag från matematiken. Först därefter diskuterar jag med eleverna. I sanningens namn måste jag tillägga att emellanåt gör jag ändå tvärtom. Både när jag introducerar något nytt och när jag vill försäkra mig om att eleverna har förstått. Jag tillåter inte att matematiklektioner försvinner om det så skulle inträffa en jordbävning och inte bara en idrottsdag. I detta annorlunda sätt att arbeta har jag behövt föräldrarnas fulla stöd. Föräldrarna har fått mycket information via dagliga kontakter med mig (och med matematikboken som åker fram och tillbaka i skolväskan), veckobrev och på föräldramöten. Genom att använda dessa matematikböcker har jag utmanat mitt gamla sätt att tänka samtidigt som jag har motsatt mig många rådande principer i den svenska skolan vad det gäller läxor, prov och individualisering. Resultaten har övertygat även de föräldrar som har varit mot läxor och delvis även mot prov. Vilka föräldrar vill inte att deras barn lär sig mycket i skolan? Varje gång vi vuxna har undrat, om barn verkligen kan kunna så mycket redan nu, så har vi upprepat frasen: men går det i Finland så måste det gå här. Och så har vi återgått till arbetet. Lyckat resultat, men vad har hänt med lyssnandet och utvecklandet av elevers tankar, elevers egna upptäckter via laborationer, upplyftandet av betydelsen av fel svar, de matematiska principernas uppvisande, den stora matematiken som finns i konst med mera. Kort sagt med allt detta som jag upplevde som värdefullt i min tidigare matematikundervisning. Har detta fått ge vika för all räknande och inlärande av de förbjudna algoritmerna? När tiden har behövts till att träna inför prov? Har min rädsla och motsträvighet visat sig vara befogad?

Svaret är ett stort nej. Jag har lyckats lyfta fram och lägga in stora delar av det värdefulla i min gamla undervisning in i dessa nya, strama ramar. När alla elever har tänkt på samma uppgifter samtidigt har jag fått se så mycket (fel)tänkande som jag inte hade trott skulle vara möjligt att upptäcka. Jag har känt att boken riktigt har velat lyfta fram alla möjliga tankefallor för allas betraktande. Vi har med bokens hjälp gått noggrant genom många elevtankar, inte alls bara lärt oss "hur man gör".

Det pratas och skrivs mycket i media om behovet av att höja kraven i den svenska skolundervisningen, både i vad gäller kunskaperna i svenska språket och i matematik.

Kommunerna, som har ansvaret över att så sker, satsar på att fortbilda lärare. I höstas deltog även jag i min hemkommuns matematikfortbildningskurs. Förändringens vindar var tydliga även där, men jag fick en känsla av att det blåser en storm som vi inte vet hur vi ska handskas med utan att blåsa omkull. Många lärare går i försvar för det invanda, eller nekar sanningshalten av internationella undersökningar. Det är lätt att räkna ut att jag upplevdes som störande när jag berättade om vilka resultat mina elever når med enkla medel.

Desto mer jag har gjort på ett annat sätt, desto tydligare har jag börjat inse alla myter som råder kring undervisningen i Sverige. Myter som jag har trott på själv. Det blir som Sá Cavalcante Schuback beskriver, att mötet med "det andra" utgör den horisont där det redan bekanta, det redan tänkta och sagda blir främmande inför sig självt. I detta möte kan vi upptäcka i det redan kända, i det redan tänka och sagda, det som *inte* blev känt, tänkt och sagt. Att vi får möjlighet att främmandegöra de egna tankekategorierna, den egna dimensionen eller horisonten i mötet med det främmande, ger oss samtidigt en möjlighet till självförvandling. Att tänka kommer då innebära att tänka *ur* och *med* erfarenheten, snarare än att blott tänka *om* det som erfars.⁷⁸ Nu citerar jag henne en gång till i ett större sammanhang: nu beskriver det hon säger om hermeneutiken också min utveckling som lärare i matematik. Hur jag med hjälp av det nya, motsträvigt börjar inse tankesätten i det gamla. Samtidigt som jag ser det nya genom det gamla. Även hennes bild om förståelsen som avdunstning och kondensering går att använda för att beskriva min utvecklingsprocess. När jag började använda de nya böckerna och det nya sättet att undervisa, visste jag att jag var på väg att lämna det gamla, men inte helt och fullt vart det skulle leda. Mina tankar avdunstade av det gamla vattnet och kondenserades så småningom till nytt vatten, ny förståelse. Skvättar av det gamla vattnet är kvar och blandar sig i det nya. Men en del av de gamla tankarna har torkat bort för gott.

⁷⁸ Sá Cavalcante Schuback 2006, s.156

De rara blommorna då? Elevers egna tankar? Där smärtar det lite i mig. Jag har faktiskt nästan undvikit att ens gå till dessa ängar, jag har tagit eleverna till färdigplöjda åkrar och låtit dem leka där. Jag har snarare ställt frågan: vad tycker ni om det här? Istället för att försöka tränga mig in i deras innersta tankar. Visst har jag fått höra deras tankar, men det har varit tankar om dessa åkrar och om de lekar jag har lärt dem att leka. Paradoxalt nog brände jag mig med vattenmätningsexperimentet.

En av de tankar som har fått ge vika är tanken om att matematiken finns överallt och att allt är matematik. En i och för sig vacker tanke som används som mantra. Ja, matematiken finns överallt, men så är fallet med allt annat också: språket finns överallt (även i matematiken, så som kommunens matematikutbildningskurs heter: SPIM – språket i matematiken), biologin finns överallt, fysiken finns överallt, konsten finns överallt och så vidare. Problemet är att vi drar fel slutsatser av detta. Om matematiken nu finns överallt, så tror vi att vi kan börja varsomhelst och plocka fram vadsomhelst i vilken ordning som helst. Så har jag gjort förr, och jag hör att jag inte har varit ensam om det. Jag har velat visa hela den matematiska världen för mina elever, låta dem upptäcka och förundras. Jag har inte betraktat matematik lika mycket som ett verktygsämne som jag gör nu. Genom att visa världen har jag trott att eleverna också upptäcker och lär sig själva. Bara för att i början av min förra årskurs tre upptäcka att hälften av dessa mina begåvade elever inte kunde räkna $5+3$. Tanken att matematiken finns överallt bör nog svaras med att ja, så är det, men det matematiska vetandet är däremot samlad i böcker, och att vetandet om hur man kan undervisa elever om detta vetande är samlad i matematikläroböcker. Jag roar mig med tanken att fråga personen, som fortsätter att påstå att matematiken finns överallt, varifrån hennes egna matematiska vetande härstammar? Om den härstammar från hennes uppväxtmiljö, låt oss säga från en lantgård? Sedan ska jag passa på att bjuda henne hem på middag. När hon sedan undrar var maten finns, så ska jag svara att maten inte finns på tallriken utan maten finns överallt. Grisen är kvar i stian; och vinet – ja det är kvar på fältet i södra Frankrike. För bara några år sedan kunde jag dessvärre ha bjudit hem mig själv. För då jag var också helt överväldigad av tanken att matematiken finns överallt och att allt är matematik. Jag minns hur mina femteklassare, som hade mig som lärare precis när jag gick på den tidigare matematikfortbildningskursen, skämtade om mig. Så här sa de: ”Pirjo, varför skriver du olika saker på vårt schema när vi ändå bara har matematik hela dagarna. Även om du börjar läsa i religionsboken hur Jesus red med åsnan till Jerusalem, så rätt som det är så är vi inom kort fullt upptagna av att räkna åsnans medelhastighet.”

Kritiken som jag nu riktar mot matematikundervisningen ska med andra ord betraktas som

kritik mot mig själv. Och hela essän som ett sökande efter orsaker till att den kritiken behövs. Den stora vändningen i läsundervisningen i Sverige skedde för några år sedan. Då insåg vi att för att bli en god läsare måste man läsa mycket, så mycket att tiden i skolan inte räcker till. En stor del av övningen måste göras hemma. Vi slutade tro att ”det kommer”. Jag tror att vi måste inse att samma sak gäller matematik. Vi måste ge eleverna gedigna verktyg, och det kräver övning och träning tills många saker automatiseras. Automatiseras så att eleverna, precis som i läsning inte längre behöver använda sin hjärnkapacitet för att känna igen bokstäver och ord, inte längre behöver använda sina fingrar eller rita streck för att veta hur mycket sex gånger sju är. Utan att tankemödan kan ägnas åt att förstå textens innehåll och problemets kärna. Först när eleverna äger sina matematiska verktyg kan de inse att hela världen är full av matematik. Det är ju därför vi vuxna kan se det för vi har redan våra i barndomen inövade verktyg. För elever gäller det att först få kunskap som öppnar ögonen att se. Vi borde kanske lyssna mindre på Dewey, som anser att skolan är alltför fokuserad på lärare och läromedel ⁷⁹, och mera på Pestalozzi (1746-1827), som menar att metoder som lärs till lärare skall vara sådana att läraren förstår hur de ska användas på rätt sätt.⁸⁰ Då uppstår det inga problem för eleven i lärandets svåra konst. Och bra läromedel kan användas även av lärare som inte äger nödvändig kunskap i det aktuella ämnet. Genom att noggrant följa läromedlets ordning kan den okunnige läraren undervisa lika säkert som den kunnige.⁸¹ Även om lärare givetvis ska utbildas så att de är kunniga.

Som en liten tröst för mig själv och för alla som anser att verktygsträning är förödande tråkigt och mentalt avtrubbande vill jag berätta följande exempel. När vi hade arbetat med additions- och subtraktionsalgoritmer med minnessiffra och växling, hade jag en lektion om alla sätt att räkna fel. Senare läste jag i Duckworths bok ett liknande exempel om en rättstavningslektion, där eleverna uppmanades att skriva upp på tavlan alla sätt de tror att vissa engelska ord stavas. Lektionen är ett exempel på att ”göra tvärtom” eller att undersöka metodens, i det här fallet algoritmens egenskaper, möjligheter och begränsningar. Frågan som ställs är: vad händer om? Den ovan beskrivna lektionen finns ”inte i boken” så alla tvingas till att lyssna och att vara med och delta. Nej, alla gör inte det, och jag väcker dem med mina frågor. Det finns dock en entusiastisk stämning i klassen och eleverna lyssnar extra bra, eftersom detta görs dagen innan vi ska ha prov. Lektionen är en förhöjd repetition av en liknande lektion i årskurs två, vilket en del kommer ihåg. Efter en introduktion som jag gör genom att börja räkna fel på tavlan,

⁷⁹ Kroksmark 2003, s.375

⁸⁰ Ibid. s.287

⁸¹ Kroksmark 2003, s.287

kommer eleverna igång och börjar föreslå olika sätt att räkna fel. Det vanligaste är att man i subtraktion vänder på siffror, kan man inte ta bort 9 från 5 så gör man tvärtom. En av mina elever minns hur hon ”överväxlade” i en subtraktionsalgoritm. Hon skulle ta bort 5 från 6, men växlade en tia och fick efter subtraktionen 11 kvar. Då visste hon inte hur hon skulle handskas med den. Sammanlagt fick vi fram över tio olika sätt att göra fel i additions- och subtraktionsalgoritmer.

I årskurs tre har eleverna fått räkna även långa additioner och subtraktioner samt blandade uppgifter. Långa additioner med minnessiffran 2 har varit lite förbryllande. Förbudet att inte ställa additions- och subtraktionsuppgifter under varandra trodde jag att eleverna hade accepterat. Men en dag upptäckte jag att några elever i smyg hade ställt upp många subtraktioner under varandra:

$$\begin{array}{r} 347 \\ 23 \\ 11 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

Och de hade fått det att fungera! De hade helt enkelt fortsatt att undersöka algoritmens möjligheter och trotsat både bokens och lärarens anvisningar! Jag kom givetvis igång och testade om det även fungerar om man behöver växla, och det gör det. Antagligen även om man skulle behöva växla flera tior o.s.v. Visar inte detta även prov på en bra huvudräkningsförmåga förutom eftersträvansvärda funderingar om de matematiska modellernas möjligheter. Dessa elever överträffar matematikundervisningens mål genom att inte bara förstå och använda, utan också delvis utveckla de matematiska modellerna! De använder sin kapacitet att utveckla kulturen. Hur mycket mer behöver jag bli överbevisad att det fungerar att undervisa i matematik utan att det dödar elevers eget tänkande.

Mitt intresse för piagetiska ”fel” svar har inte försvunnit. Jag ska ge ett annat exempel, som hade en stor betydelse även för min förståelse av matematiken.

Efter hårdträning med multiplikation hade vi börjat behandla division. I årskurs två hade vi gjort delning med hjälp av ett konkret material och grupperat bilder i boken. När vi nu hade repeterat detta, började vi utföra både delnings- och innehållsdivision. Efter genomgången gick jag runt och hjälpte eleverna. Jag stannade hos Edith. Hon har delat 16 med 4 och fått svaret 0. Jag förstod inte, och därför frågade jag henne: ”Men du har ju så många, varför får ingen

någoting?” ”Det är klart att de får, men sedan finns ju ingenting kvar, så svaret är 0. Det är bara det, att det inte finns sådant svarsalternativ här i boken, som jag skulle kunna kryssa över.” Mina elever är vana att berätta om sina tankar och fråga när de inte förstår. De är också vana vid att *jag* inte alltid förstår vad de försöker förklara, och att jag säger det. Nu var jag så förvånad att jag bara hämtade 16 plastlock och satte Edith att dela dem mellan fyra. Då fick hon rätt svar. Två nätter senare förstod jag hur hon hade tänkt. Det var ju genialt! Hon hade ju utfört delningsdivision, och delar man bort allt man har så har man ju ingenting kvar. Nu kunde jag börja nästa matematiklektion med genomgång av delnings- och innehållsdivision med hjälp av Ediths tanke. I delningsdivision ”försvinner” sakerna, i innehållsdivision stoppar man sakerna i påsar eller lådor, men behåller dem själv. Skulle Ediths tanke blivit tänkt om hon inte hade behövt utföra den uppgiften i boken samtidigt med de andra eleverna. Och skulle min oförståelse besvärat mig om inte hela klassen skulle kunnat få nytta av hennes tanke? Om inte min fokus var i division utan på alla de individuella matematikuppgifter som eleverna i sin egen takt skulle ha varit i gång att utföra?

En av mina stora farhågor innan jag utbildade mig till lärare var hur alla elever ska kunna förutsättas att vara intresserade av samma saker samtidigt. Jag tyckte att det kändes fel och grymt mot barnen. Det kanske det är också, men alternativet, den individuella studiegången känns numera ännu grymmare.

Myter om undervisningen

När jag lyssnar på debatten om tillståndet i den svenska skolan, läser i dagstidningar eller diskuterar med min omgivning, möter jag nästan dagligen skolans legitima berättelser. Jag upplever att några av dessa har förvandlats till myter. Få tycks fundera varifrån dessa ”sanningar” härstammar eller vad de grundar sig på.

Jag ska följa ett litet sidospår och betrakta lite närmare de myter som jag blivit varse om. Några myter har jag undrat över sen gammalt, men många har blivit synliga för mig först under den här resan som jag försöker fånga i skrift i min essä.

Skolprestationen likställs många gånger med människovärdet. Därför får den inte värderas eller mätas med prov och betyg. Det skulle vara kränkande för individen. Ändå säger vi att Kajsa är en dålig läsare och gör detta till en egenskap hos Kajsa. Om vi istället skulle säga att Kajsa läser dåligt, skulle vi prata om prestation, om en ännu inte nådd färdighet. Så när jag gör mätningsexperimentet med mina elever, är jag försiktig med att värdera elevernas svar även av denna anledning. Kunskap är nära förknippad med personen, något som man har, istället för att vara något som alla kan skaffa sig. Om vi i skolan endast intresserar oss för den

kunskap som eleverna redan har med sig, ja då är det orättvist. Men om vi skulle fokusera på det vi har lärt eleverna i skolan, skulle vi i mycket större utsträckning inse betydelsen av den gemensamt nedlagda arbetsinsatsen. Och den kan vi både värdera och påverka.

Så länge vi anser att inläring mest grundar sig på begåvning är vi farligt ute. Vi kan ju inte värdera elever efter deras begåvning lika lite som vi kan värdera dem efter deras utseende eller talanger. Begåvning är nära förknippad med ens personlighet. När vi vill göra gällande att alla elever är lika värda påstår vi att de också måste vara lika begåvade, och då får vi problem. Vi ser att alla inte presterar lika bra. Det kan inte bero på begåvning för den påstår vi vara samma för alla. Då slutar vi helt enkelt att värdera skolprestation och sänker kraven för att få skillnaderna i skolprestationer utsuddade. Att alla kan lika mycket blir liktydigt med att alla kan lika lite. När ingen är bättre, kan ingen heller vara sämre. Kravsänkningen har varit tydligast i matematikämnet. Svenska elevers matematikkunskaper sjunker inte bara i internationella jämförelser, den sjunker även årskull efter årskull enligt den senaste TIMMS – undersökningen.⁸²

Individualisering är ett begrepp som är knepigt. En utspridd tolkning av individualisering är att alla ska få gå i sin egen takt. Dessvärre ska de dock komma i mål samtidigt. Och detta är ju omöjligt. När vi ser att alla inte når de gemensamt uppsatta målen, har vi därför börjat individualisera dem. När vi på skolans tidigare stadier låter elever gå i sin egen takt i matematik, måste matematikböckerna på senare år innehålla olika nivåer. Vår ”omtanke” om eleverna sorterar dem i olika fack redan när de börjar skolan. Fast det tydligt kan läsas i Läroplanen att vi har gemensamma utbildningsmål, tolkar skolorna gärna dessa mål neråt och definierar och konkretiserar bara minimimål. Individualisering verkar sällan bestå av att någon behöver arbeta mer för samma sak, det verkar vara en demokratisk rättighet att halka efter och lära sig bara (själv)valda bitar.

En populär arbetsform med de yngre eleverna är s.k. eget arbete, som eleven har fått välja själv. Eftersom ordet *eget* också innebär att eleven helst ska klara av arbetet utan hjälp av läraren, innebär det att eleven arbetar med så enkla uppgifter att hon inte lär sig något nytt. Så länge det handlar om färdighetsträning är det helt i sin ordning. Eget arbete innebär att alla sysslar med sitt. Då uppstår ingen diskussion och det råder en behaglig tystnad i klassen. Om uppgifterna råkar vara lite svårare, springer läraren som en skållad råtta mellan sina elever utan att riktigt hinna ägna sig åt någons frågor. För matematikens del har detta arbetssätt lett till s.k. tyst räkning. Eleverna räknar själva sida efter sida i boken. För att detta individuella

⁸² Skolverket 2008

arbete ska fungera måste matematikböckerna vara självinstruerande och tillräckligt lätta. Det är lätt att räkna ut att läraren gärna köper in lätta och korta matematikböcker, eller drar några kopior från olika böcker. Det intressanta är att vi sedan från detta arbetssätt drar slutsatsen att matematikböcker är roten till att det onda. Matematikböcker ska bannlysas för de styr för mycket. Matematik finns inte i böckerna utan i verkligheten säger vi. Vi har kopplat bort läraren och undervisningen och skyller på livlösa ting.

Läxornas vara eller inte vara har diskuterats mycket. Många, både lärare och föräldrar, anser att skolarbete ska avklaras under skoltiden. På fritiden kan man träna fotboll eller ishockey fyra kvällar i veckan. Om eleven skulle behöva träna på att läsa, skriva och räkna hemma, skulle det innebära inskränkning på elevens fritid. Som argument mot läxor ges också föräldrarnas ojämna förmåga att hjälpa sina barn. Om alla föräldrar inte kan hjälpa sina barn med läxor ska ingen göra det. Demokrati kan tolkas på många sätt, i fråga om läxor kan man lätt lösa problemet med att skolan erbjuder läxhjälp.

Skolans uppgift har länge varit diffus. Skolan har satts till att lösa alla samhällsproblem. Så snart det uppstår något problem, låt oss säga att vi blir överviktiga för att vi äter fel och rör oss för lite, så lämnas det gärna över till skolan. Tiden till att röra på sig minst en halv timme per dag ska tas någonstans ifrån, i praktiken från undervisningen, men det får inte sägas högt. Och vi lärare är ett luttrat och uppfinningsrikt släkte: vi börjar göra engelska promenader eller har skolgårdsmatematik. Detta gör skolorna i stället för att utöka antalet gymnastiklektioner och på det viset göra det synligt att 150 minuter matematik förvandlades till gymnastik. Jag kan dock skönja en viss uppstramningsvilja angående skolans roll i samhället och även inom skolan.

Dessa myter vävs ofta samman till legitima berättelser om hur vi ska arbeta i skolan, vad är bäst för barn och hur barn lär sig. Vi lärare tar dessa myter för givna och ifrågasätter dem inte, för vi vill inte framstå som odemokratiska eller bakåtsträvande.

DEL V

Att betrakta sin verksamhet: att förstå själv och att få andra att förstå

I min essä har jag försökt beskriva förändringar i mitt sätt att se på undervisning och inläring. Essän har blivit en sorts resedagbok där jag vid resans början inte riktigt visste vart jag skulle landa. Utgångspunkten var mitt tvivel: gör jag rätt när jag gör som jag gör? Jag började med att gräva där jag stod – jag gjorde ett vattenmätningsexperiment med mina elever. Jag ”överdrev” processen och genomförde den så grundligt som jag alltid hade önskat att kunna göra men aldrig hade tagit mig tid till. Det tog mig ett halvt år att ro i land projektet med att förstå vad mina elever, så som jag kunde tolka det hade de visat mig av sitt tänkande. Därefter kände jag mig redo att undervisa bort det största ”missförståndet”, tanken att det är mer i burken om det rinner över. Alla de andra elevtankarna fick vara, jag mäktade inte med att återkoppla dem till mina elever. Även om jag kände mig okunnig och dum när jag förstod hur lite jag hade förstått av elevernas tankar under lektionerna, så gladde det mig intellektuellt att så småningom förstå. Jag stannade i processen att pendla mellan oförståelse, missförstånd och gryende förståelse och fick hjälp till att analysera detta av Sá Cavalcante Schubacks artikel *Lovtal till intet*. När jag fördjupade mig i Eleanor Duckworths sätt att undervisa, blev jag varse om att jag inte bara hade ”hittat på” min pedagogik utan att det fanns fler som gjorde som jag. ”Värre” än jag till och med. Duckworth hjälpte mig att sätta ord på det jag hade gjort. Genom hennes noggranna beskrivningar kunde jag se mitt arbetssätt utifrån. Jag hade som hon utgått från eleverna, förlitat mig på deras kraft att lösa problem och på att hitta sitt eget kunnande. Jag hade undvikit att föreläsa, att visa, men dock bevarat min roll som igångsättare, sammanfattare och utmanare. Vad jag förstår gjorde jag detta i något högre grad än vad Duckworth vill göra gällande i sina exempel. Vid sidan av allt detta började det hända oförutsedda saker. Jag hade börjat använda finska matematikböcker i min undervisning för att de såg ut att ha en trygg studiegång och kunde ta eleverna längre än vad som var brukligt i Sverige. Jag hade hört pratet om hur det var omöjligt att göra som i Finland, då det där fanns en helt annan skolkultur. Jag hade inte förstått vad det var som menades. Jag tyckte att jag bara hade valt en ny bok, inte importerat en annan kultur. Jag litade inte ens riktigt på boken utan använde den parallellt med de bästa bitarna av min gamla matematikundervisning. Det var mycket som jag undrade, men det som störde mig mest i boken var att den ofta gick väldigt rakt på sak utan förberedelser. I min essä tar jag upp bokens volymmätning som exempel. Jag hann inte alltid gå mellan boken och eleverna så som jag önskade. Tiden gick

och böckerna avverkades. Regelbundna prov och mina iakttagelser visade att eleverna lärde sig matematik i rask takt. Ändå diskuterade vi och tog upp ”felaktiga” tankar och gjorde på annat sätt än i boken. Den stora förändringen blev att vi inte skapade matematik, vi diskuterade och försökte förstå det färdigskapta, det som fanns i boken. Jag kände att jag ställde mig på elevernas sida, att vi närmade oss matematiken tillsammans. Jag hjälpte dem att förstå genom att lyssna på deras tankar. Det kanske var mitt motstånd mot boken som skapade ett positivt mellanrum mellan eleverna och matematiken. Ett mellanrum som tillät alla våra frågor och gav oss en möjlighet att inte bara rakt av acceptera allt som stod i boken. Boken var en representant av en annan matematikkultur. Vi närmade oss den nyfiket men också med en viss misstanke. Elevernas föräldrar berättade för mig hur de handskades hemma med bokens problemlösningar i de fall de kändes för svåra. De viftade bort dem med ”ja men sådana här finska problem förstår väl bara de som bor i Finland” och då var det inte mer med det. Fröken skulle få förklara. Jag har inte skrivit så mycket om mina elevers föräldrar, fast de har spelat en stor roll i det hela. Det skrevs och pratades mycket om skolan och matematikundervisningen i media under den tiden. Det kan ha bidragit till att föräldrarna för det mesta var positivt inställda till att deras barn skulle nå längre än vad som var brukligt. De flesta accepterade också att elevernas arbetsinsats blev större, att det kunde vara läxa fyra gånger i veckan och att sjukfrånvaro och ledighet skulle innebära extra insatser hemma. Jag hade kontinuerlig läxhjälp vid behov, vilket underlättade för några föräldrar. Proven väckte inte heller något motstånd, de bemöttes tvärtemot med ett stort allvar. Genom att läxorna fanns i samma bok som genomgångarna och andra övningar, fick föräldrarna en bra inblick över skolmatematikens innehåll. Förr arbetade mina elever för det mesta bara i skolan och hade sällan någon läxa. Eller så bestod läxan av en stencil. Föräldrarna hölls på det viset rätt så ovetande och utanför. Man skulle kunna skriva en hel essä om bara attityder och allmänna åsikter mot läxor. Jag hade tur som fick föräldrarna att inse läxornas betydelse. Med facit i handen kan jag konstatera att läxorna har haft en stor del i elevernas framgång.

Jag har omvärderat lärarens roll, min roll i undervisningen. Jag har börjat agera mera som en ledsagare in i kulturen och mindre som en medvandrare i elevtankarnas djungel. Jag har ifrågasatt ”förbudet” att som lärare veta mera och veta bättre, samtidigt som jag har börjat lita på att experterna kan producera pålitliga läroböcker. När jag fick läsa Arendts kritik mot den amerikanska femtiotalspedagogiken och när jag läste om Vygotskijs tankar om undervisning, fick jag stöd för denna förändring. Detta har främst skett inom min matematikundervisning, men det har även börjat färga andra delar av undervisningen också. Jag vill dock fortfarande ge eleverna valfrihet i vissa sammanhang, till exempel i val av sina skönlitterära läxböcker

eller av innehållet i sina skrivlängor. Men jag ser att min styrning har ökat. Jag har börjat ta min utgångspunkt från kunskap som finns inom kulturen och inte i första hand från elevernas tankar. Arendts påstående, att vi älskar våra barn genom att lära dem det bästa vi har skapat och åstadkommit hittills, fortsätter att ändra mina gamla tankar om undervisning och barn. Individualiseringsbegreppet har fått genomgå en total förvandling. Från att eleverna skulle få lära sig (själva!) olika saker i sin egen takt har jag omdefinierat individualiseringen till att alla har rätt att få ställa så mycket frågor och få så mycket förklaringar och handledning att de med rätt övertägd övning kan hålla jämn takt med sina klasskamrater. Jag hävdar att *detta* är demokratiskt. Alla har rätt att lära sig allt. De som har haft lättare för sig har fått extra stimulans eller har fått mer tid att satsa på andra områden.

I stället för att allt skulle stå och falla med lärarens arbetsinsatser har jag lagt en del av ansvaret för skolarbetet tillbaka på eleven. Jag har betonat att det också är elevens sak att försöka förstå och lära sig, inte bara lärarens. Jag har flyttat mig som lärare ifrån att utgå från eleverna mot att utgå från matematiken. Även om jag fortfarande kan tycka att jag tar eleverna till matematiken, så är tyngdpunkten i min undervisning den motsatta, att jag tar matematiken till eleverna. Jag skjuter varken eleverna eller matematiken framför mig utan jag drar eleverna och matematiken närmare varandra. Jag tolkar elevernas tankar till matematik och matematikens tankar för eleverna. Jag inser betydelsen av Vygotskijs tanke om den optimala inlärningszonen, det vill säga att läraren utmanar elevens tankar och lyfter dem steget längre vid varje möte. Läraren är en aktiv ledare i inlärningsprocessen. Men jag vill också tro på Comenius och Pestalozzi, vilka anser att alla elever är lärbara. Att den verkliga individualiseringen sker i mötet mellan elever och läraren samt i form av elevens egen tanke- och arbetsinsats. Vi vistas inte bara samtidigt i samma klassrum, vi vistas samtidigt i den gemensamma kulturens rum och försöker förstå dess innehåll tillsammans.

Att förstå sin egen förståelse

Jag ska nu ge mig i kast med att förstå det som har hänt mig under min resa med hermeneutiska termer. Jag använder Hans-Georg Gadamer som min ledsagare. Genom att göra det följer jag min egen förståelseresa, min resa mot att förstå hermeneutik som en möjlig väg att förklara och förstå min verklighet. Jag är medveten om att jag bara är på väg. Gadamer skriver i *Sanning och metod* att hermeneutikens uppgift grundar sig på en polaritet av förtrogenhet och främlingskap och att detta emellan är hermeneutikens verkliga rum.⁸³

⁸³ Gadamer 1960/ 1997, s.142

Jag har försökt att förstå min gamla förståelse, mitt gamla synsätt och sätt att agera på som pedagog genom ett konkret exempel. Jag har följt Gadamers råd att när vi vill förstå vill vi rentav förstärka [författarens] argument.⁸⁴ Jag har gått till botten med mitt vattenexperiment. Den förståelsen krävde mycket tankemöda och tid. När jag insåg vad jag tänkte, fördjupade jag mig in i dessa tankesätt, letade efter deras rötter och hittade först och främst Piaget i Duckworths texter. Genom hennes exempel fick jag ett tillfälle att betrakta min verksamhet utifrån. "We see how difficult, and even painful, it can be to change our ideas. This depends on how entwined they are with other ideas, beliefs, wishes, and thoughts. The more entwined, the more difficult, because changing ideas means giving up ones that may have been important to us."⁸⁵ Hennes ord lämnar mig inte i fred. Duckworth påminner mig om smärtan: att ändra sina tankar är inte bara ett intellektuellt projekt, det är i högsta grad även ett emotionellt. Tankarna existerar inte skilda från varandra utan är hoptrasslade i en härva. Hur jag ser på undervisning är starkt knutet till hur jag ser på barn, hur jag tänker om kunskap och om hur den konstrueras. Och även hur jag vill bli betraktad som lärare och vad jag önskar att mina elever ska utvecklas till. När jag började ändra på några tankar, följde de andra med till ytan. Jag skakade loss och satte tillbaka de tankar och övertygelser som jag ville behålla medan jag ändrade och tog bort andra. Under matematikfortbildningskursen blev det tydligt för mig att Duckworth pekar på en viktig sak. Bara att en sådan tanke som att matematikbokens roll i undervisningen är så infekterad, att det knappt gick att diskutera den frågan under kursen. Så många andra tankar, synsätt och önskningar är sammanblandade med den. Strävan att utgå från elevers tankar och intressen, önskan att alla får arbeta i sin egen takt, tron på att eleverna kan konstruera sin kunskap själva strider mot det arbetssättet där alla elever med lärarens ledning gör samma saker samtidigt. Det strider mot det arbetssättet där boken anses diktera arbetsgången.

Efter att ha tittat bakåt vände jag mig framåt i detta förståelsens mellanrum och började inse hur matematikboken som vi hade börjat använda förde med sig den finska undervisningstraditionen. Jag hade inte förväntat mig att möta den traditionen annat än ytligt, i form av läxor, repetitioner och prov. Men det fanns mer, och om det som jag hittade är något "finskt" eller om allt bara beror på att jag började acceptera att boken kan visa vägen, får förbli osagt. Jag började se det gamla och delar av det började kännas främmande. Det nya hade jag inte helt förstått. Där var jag i väntrummet.

⁸⁴ Ibid. s.138

⁸⁵ Duckworth 2001, s.185

Jag kände mig alldeles lugn och trygg såsom jag ofta gör under pågående katastrofer. Mina elever hade nått så stora kunskaper i matematiken att jag bara hade att gilla läget.

Alla dessa emellan: emellan elevers förförståelse och traditionen, emellan elevers förförståelse och lärarens förförståelse av detta, emellan lärarens egen förståelse och traditionen. Alla dessa emellan är lärandets tid och rum.

Gadamer påpekar att eftersom hermeneutiken har en mellanställning mellan förtrogenhet och främlingskap blir dess uppgift inte att utveckla någon förståelsens metodik, utan att reda ut de betingelser under vilka förståelsen äger rum. De fördomar och förhandsmeningar, som ockuperar tolkarens medvetande, står henne inte fritt till förfogande. Hon kan inte själv på förhand skilja de produktiva fördomarna, som möjliggör förståelse, från dem som hindrar förståelse och leder till missförstånd.⁸⁶

Vilka har då varit mina produktiva fördomar och vilka fördomar har hindrat förståelse och lett till missförstånd?

Den viktigaste produktiva fördom som jag kan se har varit att de finska matematikböckerna ger eleverna vidare och djupare matematiska kunskaper i snabbare takt än de svenska motsvarigheterna. Vad som exakt hindrade eleverna från att nå så långt med mitt gamla sätt att undervisa var väldigt oklart för mig i början. Först i höstas, efter att hade fördjupat mig i Piagets tankar, började jag höra vad som sades runt omkring mig. Vad som sades om eleverna, om individualisering, om demokrati och om matematiken. Jag hade arbetat i två år delvis parallellt med det nya och det gamla innan jag började se det gamla med nya ögon. Innan jag blev medveten om de fördomar som hindrade mig att se det välmentade men feltänkta i min gamla undervisning. Hur jag än skulle önska att mina elever skulle få uppleva glädjen att komma på, upptäcka och uppfinna matematikens lagar och förbundenheter helt själva genom konkret arbete med olika fenomen, så måste jag nog inse att detta inte är möjligt. Varken inom den tidsram vi förfogar över, eller med tanke på hur mycket möda det har krävts av mänskligheten att komma på dessa lagar. Jag måste inse att mitt vuxenansvar innebär att jag lär mina elever, att jag presenterar kulturens uppfinningar för dem. Att jag tidigare i all välvilja i själva verket hade lämnat mina elever åt sitt öde.

Förstår jag mig bättre nu? Det kan jag inte säga, jag håller med Gadamer som skriver att verklig förståelse är ingen bättre förståelse, varken i betydelsen av sakligt bättre förståelse genom klargjorda begrepp, eller i betydelsen av att medvetenheten skulle vara överlägsen den omedvetna produktionen. Det räcker att säga att man förstår *annorlunda, i den mån man över*

⁸⁶ Gadamer 1960/1997 s.142

*huvud taget förstår.*⁸⁷ I mitt fall gäller denna förståelse än så länge bara bakåt, mot mitt gamla sätt att se på elever och undervisning. Den finska traditionen, som är gammal men ”ny” för mig, förstår jag inte till fullo än. Den förståelsen är under process. Även om den finska traditionen är gammal, är den ny för mig. Också i den bemärkelsen att jag aldrig har närmat mig den ur ett lärarperspektiv. Jag försöker inte bara förstå den som en historiskt död fakta, utan som för mig ett nytt sätt att tänka. Jag försöker också förstärka och belysa min subjektivitet i stället för att koppla bort den. Att jag samtidigt har en baktanke: genom att utsätta mina tankar för allmänt beskådande skapa ändring i synsättet vad gäller undervisning, gör mig inte mindre subjektiv. Den strävan gör mig både subjektiv och manipulativ. Jag följer Gadamer's råd och inleder mina fördomar i frestelse⁸⁸ på många sätt. Först inom den gamla traditionen när jag utför ett experiment och för en gångs skull fullföljer analysen av resultaten. Det arbetet visar mig den stora arbetsinsatsen som krävs av mig för att utgå från elevers tänkande, för att över huvud taget kunna förstå alla elevers tankar inom en rimlig tid. Därefter ställs jag inför ett annat problem: hur ska jag *utgå* från elevers tänkande i min undervisning? Lösningen tar ytterligare tid. Genom att äntligen på riktigt allvar göra detta: att lyssna in, försöka förstå och sedan utgå från elevers tankar, lyckas jag övertyga mig själv om arbetssättets omöjlighet. Genom att ge efter för frestelsen vinner jag den. Aldrig mer göra så. Den traditionen som finns manifesterad i finska matematikböcker väcker en stor förfäran i Sverige. Jag kanske slinker in lättare då den är ”mammans gata” för mig. Mina stora farhågor blir inte läxor, prov eller sammanhållen undervisning, utan möjligheten att lyssna på elevers tankar och att bevara tron på det egna tänkandets kraft. Möjligen misstror jag också möjligheten att nå riktigt så långt som böckerna verkar göra. Jag är rädd för att jag skulle börja undervisa ”boken” i stället för eleverna. Så hela årskurs ett kör jag nästan en parallellkurs med ”den gamla matematiken”. I årskurs två gör vi vattenexperimentet, behandlar tredimensionell geometri och matematikens historia utanför boken. Det är först under årskurs tre som jag börjar lita på boken. Då ser jag tydligt att boken håller vad den lovar: alla elever hänger med och kommer långt. Jag har lekt ”finsk skola” med mina elever. Jag har, som Gadamer skriver, för förståelsens skull försatt mig (och mina elever) i den andres situation,⁸⁹ i de finska elevernas situation. Bara så där, dock med föräldrarnas samtycke. Som lärare försätter jag mig i första hand inte i den finska lärarens situation, utan snarare i mina elevers situation. Jag gör det med det gamla sättet att undervisa, med

⁸⁷ Ibid. s.143

⁸⁸ Ibid. s.146

⁸⁹ Ibid. s.150

vattenmätningsexperimentet, och senare ofta i arbetet i matematikboken. Ett bra exempel på detta är arbetet med algoritmer. (Algoritmer har länge ansetts som skadliga för elever och därför har många andra sätt att räkna uppfunnits). Jag försätter mig i elevernas situation, ser även genom kritiken mot algoritmer, men försätter mig också i uppfinnarens situation. Jag introducerar farbror Algoritm för eleverna och försöker få eleverna att förstå hur han tänkte. Vi undersöker tillsammans hur han *kan* ha tänkt innan han har tänkt färdigt. Han *kan* ha räknat från vänster till höger, men senare insett att han slipper sudda om han gör tvärtom och använder minnessiffror eller växlar. Vi sätter oss alla in farbror Algoritms situation för att förstå hur han har tänkt. När jag visar hur man räknar med skriftlig huvudräkning får jag spontana kommentarer: ”Så mycket skulle jag då aldrig orka skriva. Han var nog rätt så smart, han farbror Algoritm, fast han levde så länge sedan.” Genom att jag gör så här slipper jag att föreslå algoritmräkning som det enda rätta. Jag går runt mitt dilemma att mata elever med matematikens sanningar. Jag lyckas bättre med att förstå mina elevers tankar när jag har ett begränsat innehåll i min undervisning. Även de överraskande tankarna som elever har blir lättare att handskas med. Vattenmätningsexperimentets elevtankar överväldigade mig. De var så utspridda att jag fortfarande inte har lyckats behandla alla i min matematikundervisning. De fortsätter att fascinera mig och jag har kvar viljan att kunna använda dem när jag lyckas nå kunskap över dem.

Den uppmärksamma läsaren tycker kanske att jag kommer med ganska banala slutsatser i min essä. – Vadå, nu har Pirjo kommit fram till att det finska sättet som hon är van vid från sin skoltid är bättre än det svenska sättet, som har influerats av reformpedagogiken? Det var väl väntat att hon skulle tycka så. Behöver hon skriva en hel essä om det?

Gadamer räddar mig, när han skriver att om man betraktar erfarenheten utifrån dess resultat hoppar man över erfarenheten som process. Denna process är väsentligen negativ. Den kan inte enkelt beskrivas som någon kontinuerlig utveckling av det typiskt allmänna utan denna utveckling sker snarare genom att falska generaliseringar ständigt vederläggs av erfarenheten, så att det man uppfattade som typiskt så att säga avtypiseras.⁹⁰ Under min förståelseprocess började jag tvivla på min tanke om att kunskapen kan konstrueras i välordnade inläringssituationer av eleverna själva. Jag började inse att trots att den processen i viss mån är möjlig, och när den lyckas, glädjeskapande, så är den, även när den är framgångsrik, tidskrävande och leder till obestämd och svårkontrollerbar kunskap som blir svår för mig som lärare att bygga vidare på.

⁹⁰ Ibid. s.162

Enligt Gadamer talar språket om erfarenhet i dubbel mening: om erfarenheter som införlivas med och bekräftar vår förväntan, men också om den erfarenhet man 'gör'. När vi gör en erfarenhet av något, så säger vi att vi dittills inte hade sett sakerna rätt men att vi nu bättre vet vad som gäller. Erfarenhetens negativitet har således en speciellt produktiv innebörd. Det handlar inte om att genomskåda och rätta till en villfarelse, utan om att förvärva ett expansivt vetande. Det kan inte vara något tillfälligt upplöskat förhållande, om vilket man gör en erfarenhet, utan det måste vara så beskaffat att man tillägnar sig ett bättre vetande inte bara om detta förhållande, utan även om det man tidigare trodde sig veta, således om något allmänt. Den negation som åstadkommer detta är en bestämd negation. Gadamer kallar detta slag av erfarenhet för *dialektisk*.⁹¹

Så egentligen är det till synes banala resultatet inte ens viktigt. Betydelsefullt är däremot allt vad jag sett på vägen dit. Alla de myter som har blivit synliga och som nu spricker.

Jag har rest en bit, men jag har inte kommit fram. Jag har bara kommit en bit på vägen.

Enligt Gadamer kulminerar erfarenhetens dialektik inte i något avslutat vetande utan i den öppenhet för ny erfarenhet, som erfarenheten själv öppnar för.⁹²

Mitt intresse för elevers matematiska tänkande har inte avmattats. Jag är inte förberedd att börja slå mina elever i huvudet med en matematikbok, att bara rakt av berätta för dem "hur det är" och "hur ska man göra". Men jag är på väg att ändra riktning från att börja från elevers tankar till att börja från matematikens lagar. Att något "är" eller att något är "gemensamt bestämt" ska givetvis undras och tänkas över, men mina elever behöver inte längre komma på det själva. Jag är övertygad, jag har övertygat mig själv, men jag önskar att på något sätt kunna lyfta tillbaka upptäckarglädjen.

"En förståelse som inte bara förstår utan som förstår genom att bevara tillvarons spänning vid liv är i sträng mening en förståelse i kris. Filosofin släpper aldrig det tragiska element som utgörs av förmågan av att kunna vara emot sig själv."⁹³

"Men nu kan du väl äntligen lugna ner dig, Pirjo. Nu har du förstått det du ville förstå eller hur?"

Ja, jag har förstått, men Gadamer säger, att erfarenhetens sanning alltid håller dörren öppen för ny erfarenhet. Erfarenhetens dialektik kulminerar inte i något avslutat vetande utan i en öppenhet för ny erfarenhet. I en öppenhet, som erfarenheten själv öppnar för.⁹⁴

⁹¹ Ibid. s.162-163

⁹² Ibid. s.165

⁹³ Så Cavalcante Schuback 2003, s.20

⁹⁴ Gadamer 1960/1997, s.165

”Så du tänker inte ge dig?”

Nej, jag ger mig aldrig.

Referenser

- Aristoteles: *Den Nikomachiska etiken*. Översättning och kommentarer av Mårten Ringbom. Bokförlaget Daidalos. Uddevalla 1993.
- Bråten, Ivar (red.): *Vygotskij och pedagogiken*. Studentlitteratur. Lund. 1998.
- Czarniawska, Barbara: *Narratives in Social Science Research*. SAGE Publications. London. Thousand Oaks. New Delhi. Athenaeum Press, Gateshead. Great Britain. 2006.
- Duckworth, Eleanor: *Att ha underbara idéer* i Schwebel, Milton. Raph, Jane (red.): *Piaget i skolan*. Översättning av Maj Frisch. Bokförlaget Aldus. Andra upplagan. Beyronds AB. Malmö 1976.
- Duckworth, Eleanor (ed.): *“Tell Me More” Listening to Learners Explain*. Teachers College Press. New York 2001.
- Duckworth, Eleanor: *“The Having of Wonderful Ideas” and Other Essays on Teaching and Learning*. Teachers College Press. New York 1987.
- Furness, Anthony: *Vägar till matematiken. Att arbeta med barn 5-7 år*. Ekelunds Förlag AB, 1998. Fälths i Värnamo, 1998.
- Gadamer, Hans-Georg: *Sanning och metod i urval*. Urval, inledning och översättning av Arne Melberg. Bokförlaget Daidalos AB. Göteborg 1997.
- Haapaniemi, Sirpa – Mörsky, Sirpa – Tikkanen, Arto – Voima Juha – Törnroos, Synnove – Wikström, Monica: *Min matematik 2b*. Schildts. Otavas Tryckeri Ab, Keuru 2007.
- Kaijser, Sten: *Något man vänjer sig vid*. S. 34-37. Tidskrift för matematikundervisning Nämnaren. Nummer 3. 2008. Årgång 35. Livréna AB. Göteborg 2008.
- Krokmark, Tomas: *Innovativt lärande*. Didaktisk Tidskrift, Vol. 16, No. 3, 2006 Jönköping University Press.
- Krokmark, Tomas (red.): *Den tidlösa pedagogiken*. Studentlitteratur. Narayana Press. Danmark. 2003.
- Kullberg, Birgitta: *Etnografi i klassrummet*. Andra upplagan. Studentlitteratur. Lund 2004.
- Lindqvist, Gunilla (red.): *Vygotskij och skolan. Texter ur Lev Vygotskijs Pedagogisk psykologi kommenterade som historia och aktualitet*. Studentlitteratur. Lund 1999.
- Löwing, Madeleine: *Matematikundervisningens dilemman*. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet. Studentlitteratur. Lund 2006.

Melöe, Jacob: *Tre artikler av Jacob Melöe*

Neuman, Dagmar: *Räknefärdighetens rötter*. Liber 1989. Schmidts Boktryckeri AB. Helsingborg 1989.

Newton, Douglas P: *Undervisa för förståelse. Vad det är och hur man gör det*. Studentlitteratur. Lund 2003.

Nyberg, Andreas (red.): *Stora boken med Norgehistorier och annat trams*. Bokförlaget Semic. Norge 2005.

Platon: *Skrifter. Bok 2*.

Menon/Protagoras/Lysis/Charmides/Ion/Menexenos/Euthydemos/Faidros/Kratylos. Bokförlaget Atlantis AB. Wallin&Dahlholm Boktryckeri AB. Lund 2001.

Repo, Pirjo: *Blir vi som vi gör eller gör vi som vi blivit?* Magisterressä i praktisk kuskap. Södertörns högskola. 2004.

Sá Cavalcante Schuback: *Till grekerna själva. Antekningar om antikens hermeneutik hos Gadamer*. I Hans Ruin, Nicholas Smith (red.): *Hermeneutik och tradition. Gadamer och den grekiska filosofin*. Södertörn Academic Studies 13. Elanders Gotab. Stockholm 2003.

Sá Cavalcante Schuback: *Lovtal till intet. Essäer om filosofisk hermeneutik*. Logos.Pathos nr 5. Glänta produktion 2006.

Skolverket: *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94*. Fritzes. Danagårds grafiska. Ödeshög 2006.

Skolverket 2008: Pressmeddelande: *Fortsatt försämrade resultat i matematik och naturvetenskap i årskurs 8 enligt TIMMS*. <http://www.skolverket.se/sb/d/2006/a/14303>

Strandberg, Leif: *Vygotskij i praktiken. Bland plughästar och fusklappar*. Norstedts Akademiska Förlag. 2006.

Wackerhausen, Steen: *Understanding, Narratives, Human Nature, and the Self*. Institut for Filosofi. Skriftserie. Nr.3, 1999. Aarhus University. Denmark.

Wadel, Cato: *Feltarbeid i egen kultur. En innføring i kvalitativt orientert samfunnsforskning*. 1991. 6. opplag 2006. SEEK A/S. Flekkefjord.