

Matematik och det nya medialandskapet

Medialandskapet ändras i en rasande takt. Bland det nya som dykt upp hittar man tex gräsrötsvideo (YouTube), kollektiva forum på nätet, mobiltelefoner med GPS och bredband. Innovationer och utveckling inom detta område ställer stora krav på lärarna, men erbjuder också nya spännande möjligheter för matematikundervisningen. Här rapporteras om MLE-projektet, där mobiltelefoner och handhållna datorer används för att utforska matematik på grundskolan och gymnasiet.

Iserien *The Horizon Report* utgiven av *The New Media Consortium and the Educause Learning Initiative*, försöker ett stort antal medlemmar inom affärsvärlden, industrin och utbildningssektorn identifiera och beskriva ny teknologi som kommer att ha stort inflytande på undervisning och lärande. I den senaste rapporten pekar man speciellt ut mobil teknologi [1]. Under trycket av en marknad med mer än en miljard sålda enheter per år har användningsområdena för mobiltelefoner ökat enormt. Förutom att prata på vanligt sätt med kompisar kan man spela musik, lyssna på radio, ta digitala bilder eller videosekvenser, ansluta till Internet eller få information om sin position via GPS. Inspelade ljud, bilder och anteckningar kan enkelt skickas iväg och delges kompisar, en lärare eller en kurshemsida. Den unika kombinationen av kommunikation och mobilitet gör att elever kan samarbeta över tid och rum.

Den stenhårda konkurrensen på mobilmarknaden gör att priset ständigt sjunker och inom en snar framtid kan man förvänta sig att mobilt bredband har fått genomslag och fullständig anslutning till Internet och TV kommer att finnas överallt vid vilken tidpunkt som helst. En föraning om vad som är på gång får man då man tittar på nya mobiltelefoner med stor pekskärm, vilka väcker uppmärksamhet på grund av möjligheterna att ladda ner och bearbeta dokument och utföra uppgifter man normalt gör på datorn [2]. Mobiltelefoner är mindre och behändigare än bärbara datorer. Med ökande processorkraft kan man tänka sig att telefonerna kommer att bli det perfekta verktyget för att kommunicera, hålla sig uppkopplad och utföra både vardagliga och mera avancerade uppgifter.

Utvecklingen som beskrivs ovan innebär både möjligheter och utmaningar för skolan och utbildningscentrerade organisationer. En utmaning är att erbjuda relevant service och grundläggande innehåll för mobiltelefoner som kan stödja eleverna i deras lärande. En annan utmaning är att utnyttja de olika sätten att

kommunicera för att skapa kollaborativt lärande. En ytterligare utmaning är att ge eleverna teknisk handlingskompetens så att de själva kan skapa ett meningsfullt innehåll med hjälp av dagens och morgondagens verktyg.

MLE-projektet

Som svar på utmaningarna ovan initierades MLE-projektet, där MLE står för Mobile Learning Environment. Projektet är ett samarbete mellan lärarutbildningen vid Malmö högskola, Swedish Institute for Computer Science, HiQ Interactive, GR-utbildning, Nokia, Hypermedialaboratoriet i Tampere och Danmarks pedagogiska universitet och syftar till att undersöka hur mobila lärplattformar kan användas i de nordiska skolsystemen. Förutom att komma med praktiska och etiska riktlinjer samt rekommendationer till kommersiella utvecklare behandlas frågor som rör standardisering och ekonomi. MLE-projektet är främst inriktat på matematik och mycket arbete har lagts ner för att undersöka hur mobila enheter med kamera, GPS och internetuppkoppling kan användas i laborativt arbete i utemiljö. En annan uppgift är att se vilken typ av matematisk mjukvara som finns tillgänglig för nedladdning. Redan idag finns fritt nedladdningsbara program som omvandlar mobiltelefoner med Javastöd till en avancerade symbolhanterande grafräknare [3,4]. Lite tillsatt kan man säga att en modern mobiltelefon är ett mångsidigt och kraftfullt laboratorium för matematik och naturvetenskap med vars hjälp man både kan samla in, bearbeta och dokumentera data. Data kan dessutom enkelt utbytas och delas varför uppgifter kan lösas i samarbete med andra.

Inom MLE-projektet har ett matematikspel för utomhusbruk, MathX, konstruerats [5]. Spelet består av en bakomliggande historia (narrativ) med laborativa uppgifter som skall lösas med hjälp av olika funktioner i den mobila enheten. Till spelet är ett belöningssystem och interaktiv feedback kopplat. Spelet behandlar geometri och inledande funktionsstudier och har skapats för att:

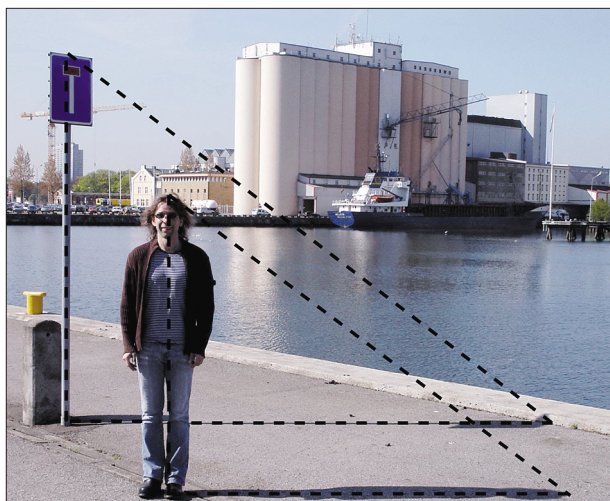
- 1 passa elever mellan 12 och 16 år och deras vardag
- 2 kunna placera lärandeprocessen i ett relevant sammanhang. Istället för att förlita sig enbart på abstrakt information placeras eleven i ett sammanhang där alla sinnen (hörsel, syn, känsel etc) kan användas för att tolka information och lösa problem
- 3 tillåta eleverna att skifta representationsform. Undervisning i traditionell form erbjuder oftast en abstrakt representation av idéer och tankar. Andra representationsformer i form av fysisk aktivitet, rörelse, bilder etc. är dock möjlig. För att erövra en mera djupgående förståelse av ett matematiskt moment, som är överförbar på många olika situationer, är det ofta av vikt att kunna skifta mellan olika representationsformer
- 4 kunna dokumentera gruppens arbete och samla in riktiga data i form av t ex digitala foton eller videosnuttar som kan användas för kommande arbete i klassrummet
- 5 möjliggöra för eleverna att konstruera uppgifter till varandra för att visa att matematik är något aktivt och skapande och inte bara något passivt där allting redan är färdigt.

Spelet har implementerats på en mobiltelefon från Nokia och en avancerad mobiltelefon med tryckskärm (PDA), båda med inbyggd GPS. Spelet har även implementerats på ett mera specialiserat system uppbyggt kring ett antal sensorer kopplat till en mobiltelefon.

MLE-projektet har nu kommit in i en utvärderingsfas och MathX-spelet har testats på ett antal klasser i Sverige, Danmark och Finland. Genom intervjuer och frågeformulär har vi fått ta del av elevernas upplevelser, tankar och kommentarer. Fastän det upptagna materialet inte är fullständigt analyserat kan man redan nu lyfta fram några observationer. Eleverna är i stort mycket positiva till spelet och den mobila tekniken och de betonar vikten av att få variation i matematikundervisningen. Vidare uppskattar de att få vara ute och arbeta med laborativa uppgifter. Enkäterna visar också att de uppmärksammat hur viktigt och värdefullt det kan vara för matematikförståelsen att få tillgång till alternativa och konkreta representationsformer. De tar till sig och använder tekniken utan större problem men uttrycker stor frustration när den inte fungerar.

Matematikuppgifter med mobiltelefon eller digitalkamera

Nedan ger vi några exempel på matematikuppgifter, vissa av dem implementerade i MathX-spelet, där den mobila teknologin kan stödja och fördjupa den matematiska insikten hos eleverna. Uppgifterna är tänkta att utföras ute och erbjuder variation i den traditionella undervisningen. I ett spel är uppgifterna inbakade i ett narrativ och i samband med att svaren på uppgifterna matas in ges en feedback och förslag till förändringar om det inmatade svaret skulle vara fel. Uppgifterna kan också ses som laborativa uppgifter baserade på modern teknik helt utan koppling till ett spel. I detta fall är det speciellt viktigt att uppgifterna och svaren bearbetas inom ramen för den mera traditionella undervisningen.



Figur 1. Skuggorna ger upphov till två likformiga trianglar med vars hjälp man kan bestämma en okänd höjd.

Geometri – likformighet

Två figurer är likformiga om den ena kan fås ur de andra genom ändring av skalan. Likformighet kan användas i en mängd olika situationer för att lösa praktiska problem. Vi illustrerar detta med några exempel. Eleverna får en bild på en byggnad eller ett föremål i skolans omgivning och uppgiften blir att bestämma höjden på detta föremål med hjälp av likformighet. Förutom att lösa uppgiften skall eleverna dokumentera lösningsförfarandet genom fotografier eller en filmsekvens. Det finns en stor poäng med detta då dokumentationen kan utgöra grund för vidare bearbetning där det laborativa arbetet knyts till

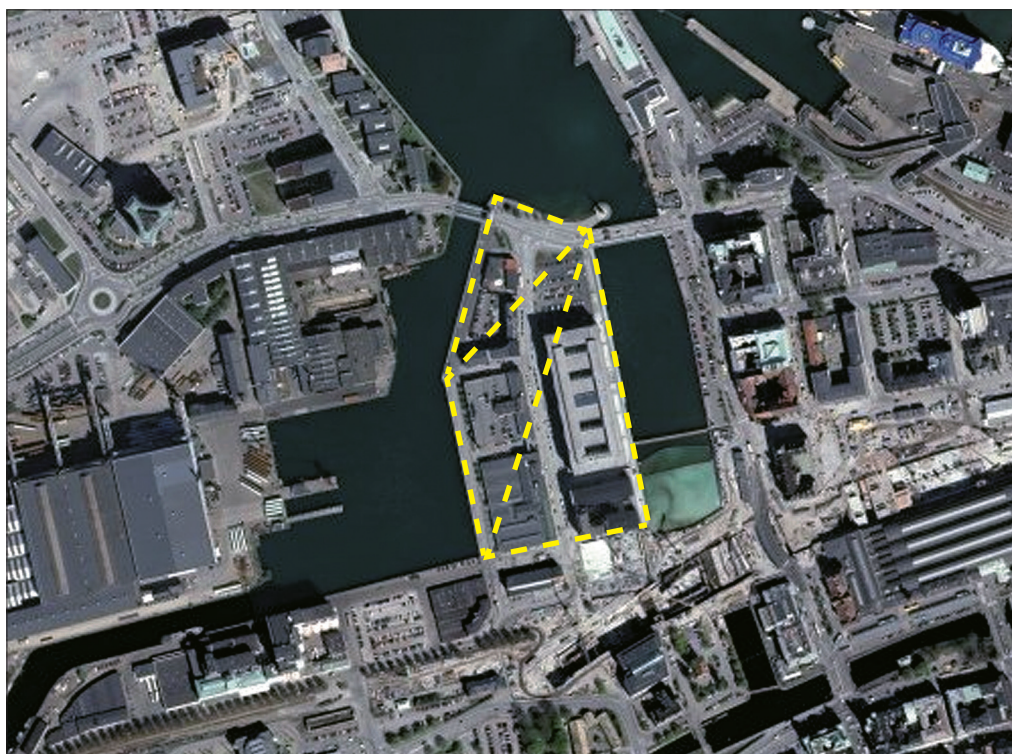


Figur 2. Syftning mot ett referensföremål ger upphov till två likformiga trianglar med vars hjälp man kan bestämma höjden av byggnaden. Bilden eleverna tagit under arbetet är viktiga för att knyta det de gjort till den mera abstrakta formuleringen i matematikboken.

lärobokens formuleringar. Elevgruppen kan sedan konstruera en egen uppgift som skickas iväg till en annan grupp till exempel via MMS om man har tillgång till mobiltelefon med kamera.

Geometri – skala och areabestämning

En annan typ av uppgifter rör skala och areabestämning. Utifrån en flygbild från t ex Lokaldelen eller Eniro, som eleverna laddar ner direkt från Internet via sin telefon, över ett område i närheten av skolan får eleverna uppgiften att bestämma en area. Arealen skall bestämmas dels utifrån flygbilden, som förutsätts ha någon information om skala, dels utifrån mätningar i verkligheten. Resultaten från mätningarna skall jämföras. I bilden nedan visas området kring lärarutbildningen vid Malmö högskola. Uppgiften, som är ganska svår, består i att bestämma områdets area med hjälp av triangulering. Om området är stort ser eleverna genast det praktiska problemet med att bestämma en höjd som är vinkelrät mot triangelns bas. Man kan då passa på att berätta att man redan i antiken stött på detta problem och att det faktiskt går att med Herons formel bestämma en triangelns area genom att mäta kantlängderna. Låt eleverna använda Herons formel. Eftersom de har stött på ett praktiskt problem som behöver lösas är de motiverade att testa en alternativ men kanske formelmässigt svårare metod. Precis som tidigare kan man be eleverna konstruera egna uppgifter utifrån flygbilder och sin egen näromgivning. Uppgifterna kan de skicka iväg till andra grupper.



Figur 3. Bild av Hjälmarkajområdet vid lärarutbildningen i Malmö hämtad från Lokaldelen.se. Elevernas uppgift är att bestämma arean av det markerade området genom triangulering. Bestämningen kan göras både genom mätningar i bilden och genom mätningar i verkligheten. Källa: Lokaldelen.se © SPOT, © CNES, © Metria, © respektive kommun, 2007.

Modellering med första- och andragsgradskurvor

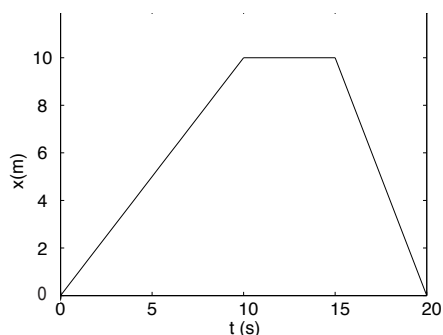
En viktig matematisk färdighet är att kunna sätta upp modeller och se kopplingen mellan matematik och verkligheten. Filmfunktionen hos mobiltelefonen eller digitalkameran erbjuder mycket goda möjligheter att utveckla och fördjupa denna aspekt av matematiken. I filmklipp tar en digitalkamera normalt 30 bilder per sekund. Filmerna sparas i olika format som avi eller mpeg och kan överföras till dator där de kan spelas upp ruta för ruta. Man kan också dela upp filmen i en serie av jpeg-bilder som kan skrivas ut separat [6]. Eleverna får en filmsekvens (eller en serie enskilda bilder) och skall utifrån denna sätta upp en modell som beskriver det filmade förloppet. I den enklaste utformningen handlar det om förlopp som kan beskrivas av en förstagsgradskurva och vi rullar en boll i ett koordinatsystem. Frågan är vilken y-koordinat bollen har då den träffar en vägg en bit bort. För att lösa uppgiften måste eleverna sätta upp och beskriva bollens position som en rät linje. Utifrån linjen kan de sedan få fram y-koordinaten för bollens träffpunkt med väggen. Det är enkelt att variera uppgiften och dess svårighetsgrad. Vill man gå vidare kan man introducera modeller med andragsgradsfunktioner. En spännande uppgift skulle kunna vara att filma ett basketkast. Bollen går i en parabelformad bana och utifrån ett antal bilder i början av kastet ställer man frågan om bollen kommer att gå

i korgen eller inte. Efter att eleverna har satt upp och testat ut en modell som besvarar frågan kan man spela upp hela filmen och se hur bra elevernas modell stämmer med verkligheten. Även i detta fall kan man enkelt variera uppgiften och studera andra fenomen.

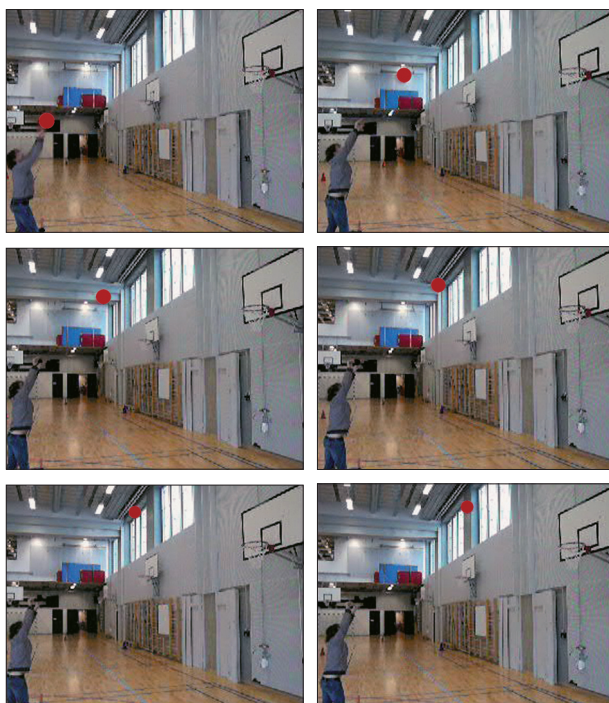
Funktioner med GPS

Med GPS kan man bestämma sin geografiska position. Medan den absoluta noggrannheten inte är bättre än 10 m så är noggrannheten vid avståndsbestämning tillräckligt god för att man skulle kunna utnyttja GPS för att studera hur sträckan eller positionen relativt en referenspunkt beror av tiden då man rör sig på olika sätt. I den första typen av uppgifter får eleverna en graf som visar positionen som funktion av tiden och de ska sedan röra sig i enlighet med denna (se figur 5). GPS-apparaten loggar positionen som funktion av tiden och visar precis hur de har rört sig. Eleverna kan sedan direkt kontrollera om de rört sig i enlighet med instruktionerna eller om de har tänkt fel. I samband med att de rör sig kan en kompis spela in en videosnutt och man får på det sättet ytterligare en representation av förloppet. I en avslutande diskussion har man videofilmen till stöd och man kan erbjuda en tolkning av grafen och den abstrakta matematiken i termer av en rörelse.

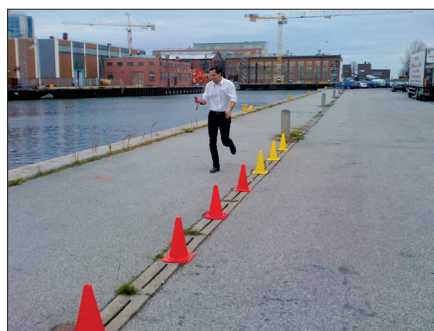
I den andra typen av uppgifter rör sig eleverna på ett visst sätt, t ex springer snabbt 25 m för att vända och springa långsamt tillbaka. De matar sedan in sin egen beskrivning av hur positionen beror av tiden och kan sedan se hur GPS-apparaten loggat förloppet. Grafen GPS-apparaten ritar upp representerar här ett facit. I samband med dessa uppgifter uppkommer naturligt frågor om noggrannhet och det är viktigt att ta upp diskutera vad som är ett acceptabelt svar och vad som inte är det.

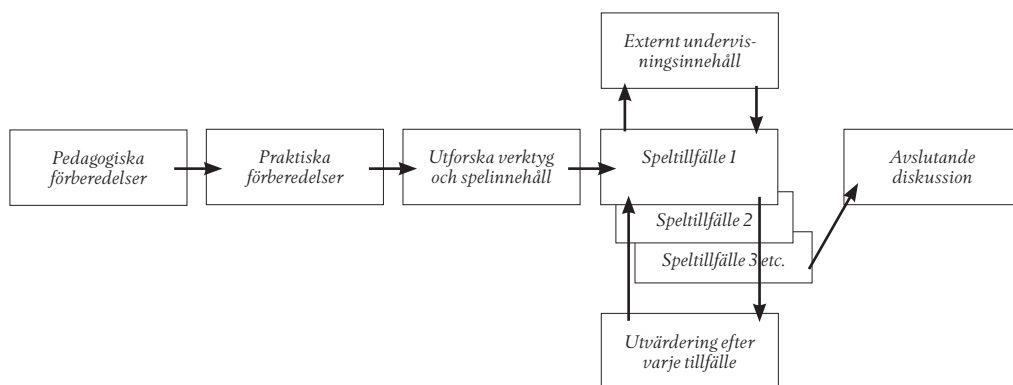


Figur 5. Uppgiften är att röra sig enligt grafen (vänster). GPS:en loggar positionen som funktion av tiden och man kan se om man har tänkt rätt (höger).



Figur 4. Utifrån en sekvens av bilder sätt eleverna upp en modell för bollbanan i form av en andragradskurva. Går bollen i korgen eller inte?





Figur 6. Förbered, spela och lär-modell där laborativa spelmoment integreras med den ordinarie undervisningen.

Lärarens roll och en pedagogisk modell

För att laborativa matematikuppgifter eller spel skall vara meningsfulla måste de integreras i den ordinarie undervisningen. Baserat på forskning av bl a Maria Klawe [7] och utvidgat av Åresund och Heath [8] har vi i samband med MathX-spelet utvecklat en *Förbered, spela och lär-modell* (se figur 6). Tanken är att spelmomentet eller det laborativa momentet måste förberedas pedagogiskt, matematiskt och genom att teknik och programvara provas. Såväl lärarens som elevens förarbete är viktigt för att skapa gynnsamma omständigheter under spelet eller det laborativa momentet. Efter dessa förberedelser går eleverna ut och spelar eller utför laborativa moment. Detta kan ske både som del av en lektion men också lika gärna utanför som del av en hemuppgift. Det laborativa momentet tillsammans med insamlat material måste sedan bearbetas och knytas till den mera formella behandlingen av det aktuella matematikområdet. Detta görs genom att tydligt koppla det laborativa momentet med reflektion och analys. En stor fördel är att man genom de laborativa momenten har en gemensam upplevelse och erfarenhetsbas som man kan bygga vidare på.

LITTERATUR

- 1 The new media consortium and the educause learning initiative (2008). *The Horizon report* (2008 Edition). Tillgänglig 2008-06-02 från www.nmc.org/pdf/2008-Horizon-Report.pdf
- 2 *Iphone*. Tillgänglig 2008-09-18 från www.apple.com/se/iphone/
- 3 *Jasymca: symbolic calculator for mobile devices, following GNU-maxima*. Tillgänglig 2008-11-06 från webuser.hs-furtwangen.de/~dersch/
- 4 *FnattLabME: Java based Matlab-compatible calculator for cellphone and PDA*. Tillgänglig 2008-11-06 från webuser.hs-furtwangen.de/~dersch/
- 5 Heath, C., Alfredsson, K., Åresund, M., Aasa, S. & Jönsson, P. (2007). *MathX: the search for ancient wisdom*. Malmö högskola.
- 6 *VirtualDub*. Tillgänglig 2008-06-02 från www.virtualdub.org/
- 7 Klawe, M. (1998). *When does the use of computer games and other interactive multimedia software help students learn mathematics?* Tillgänglig 2008-06-02 från mathforum.org/technology/papers/papers/klawe.html
- 8 Åresund, M. & Heath, C. (2008). *Prepare, play – learn!* Tillgänglig 2008-06-02 från www.grul.se/download.php?view.109