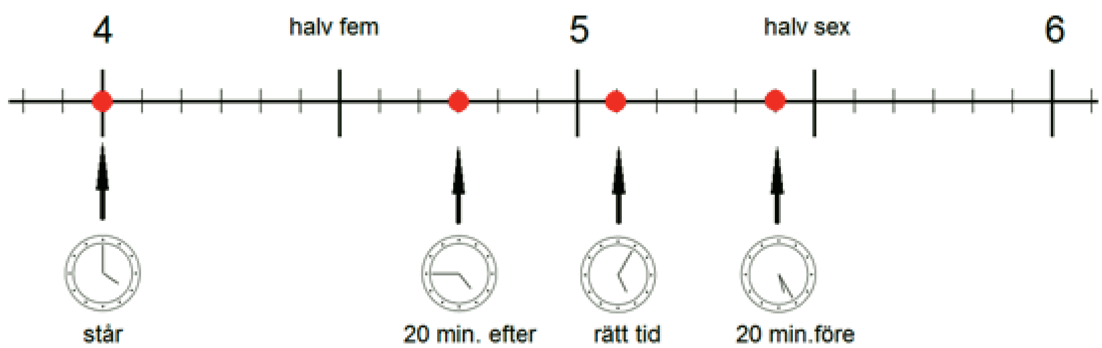
Problem 1

Mars 2013

Svar: Fem över fem.
Så här svarar Ronja: Klocka nummer 1 har stannat, klocka nummer 2 går 20 minuter efter, klocka nummer 3 är fem över fem och den sista klockan går 20 minuter före.
Flera förklarar det med ett resonemang, t.ex. elever i Kompassen: Vi kan utesluta klocka 1 och klocka 4 eftersom de inte går att ta tid innan och efter. Vi har sedan två förslag, klocka 2 och 3. Rätt svar är klocka 3 som visar 17.05 eftersom vi kan ta 20 min före och efter.
På en rak klocka, om det fanns en sådan, skulle det synas tydligt:



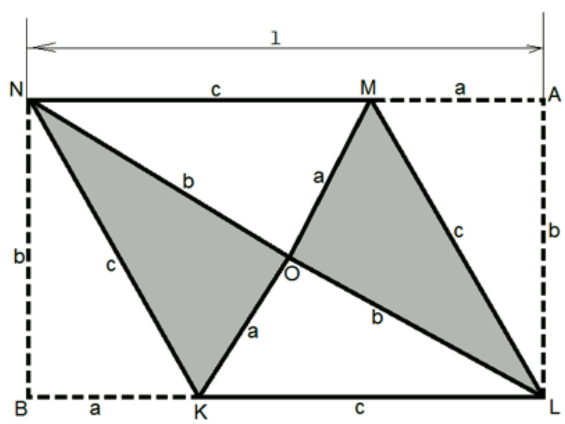
En nackdel med en rak klocka skulle vara att den måste vara mycket lång.

Problem 2

Svar Chauffören är du (eller den som tillfrågas).
Ronja: mig själv Ronja eftersom det är jag som kör bussen.
Ja, det står ”du kör bussen” i början av texten, resten tjänar bara till att avleda uppmärksamheten.
Det har inte kommit två lika svar på denna fråga men ändå var de flesta svar rätta.
Det var inte så mycket matematik i problemet men ett råd som gäller när man söker en lösning på ett matematiskt problem gäller även här:
Läs texten noga, tänk och sedan läs den igen. Har du inte kommit iväg med lösningen, så kanske upptäcker du en upplysning som du har missat eller glömt och den kan vara en nyckel till lösningen. Har du en idé om hur problemet ska lösas eller kanske rent av vet svaret, så det är bra om du läser texten igen i alla fall, för att försäkra dig att du inte har missuppfattat något.
Detta problem lär vara svårare när det framförs muntligt.
Tack till elever i Käppala skola för idén till problemet.

Problem 3

Svar: √3 (c:a 3,464) a. e.
Så här svarar Sture:
För att hörnen ska mötas såsom se gör i figuren måste rektangelns långsida vara 3 längdenheter. Det framgår även av att NL är 2√3 längdenheter . Rombens area är således fyra sjättedelar av 3√3 det vill säga 2√3 areaenheter.
Det är värt att notera, att bara rektanglar med en viss proportion mellan dess längd och bredd (eller med en viss vinkel mellan basen och diagonalen) kan vikas så och bli en romb. Mera om detta på slutet.
Vera beräknar arean på samma sätt. Hon förklarar också hur hon beräknar rektangelns längd:
Area av romb= 2/3 Area av rektangel.
Jag använder Pythagoras sats för att räkna ut rektangelns längd a. Bredden vet jag, √3.
$a * a = (2*\sqrt{3})*(2*\sqrt{3}) - \sqrt{3}*\sqrt{3} = 4*3 - 3 = 12 - 3 = 9$
$a = \sqrt{9} = 3$
Area av rektangel= $3*\sqrt{3}$
Area av romb= $2/3 * 3*\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
Hur vet man att rombens area är 2/3 (eller 4/6) delar av rektangelns area?
– Rektangeln består av 6 lika stora trianglar, romben av 4 av dessa.
Hur vet vi då att trianglarna är lika stora?
Daniel i sina två lösningar av problemet använder begreppet kongruenta trianglar. Vi tar vara på detta för att svara på den senaste frågan.
Om en triangel har sidolängder a, b och c och en annan triangel har också sidolängder a, b och c, så säger vi att dessa trianglar är kongruenta. Kongruenta trianglar har lika stora areor. De har också lika stora vinklar och i övrigt liknar varandra, stort sett, på alla sätt.



Låt l vara rektangelns längd, b – rektangelns bredd, c – rombens sida, a= l – c och O punkten där de invikta hörnen möts. (Vi vet att b=√3 men trianglarna ska vara kongruenta oavsett hur långt b är.)

Triangel KNO är en spegelbild av triangeln KNB och triangeln LMO är en spegelbild av triangeln LMA. Om man kommer ihog att rombens alla sidor är lika långa och att rektangelns motstående sidor är lika långa, så verifierar man enkelt att sträckor markerade med samma bokstäver är verkligen lika långa. Alla 6 trianglar har sidor a, b och c, alltså är alla kongruenta.
Vi ser också att de fyra vinklar som möts i O är alla lika stora, alltså 360°/4= 90°, alltså NOL och KOM är raka sträckor om någon tvivlade på det. Vidare ser vi att de tre vinklar som möts i N är lika stora, alltså 90°/3= 30° alltså vinkeln mellan rektangelns långsida och dess diagonal är 30°.
Bara rektanglar som har vinkleln 30° mellan långsidor och diagonaler kan vikas till romber som beskrivs i problemet.
Kanske någon är nyfiken vilka fyrhörningar kan vikas så?
Svaret: Parallellltrapetsar med alla vinklar (mellan intilligande sidor) större än 60° samt vinklar mellan baser och diagonaler lika med 30°.