Kängurutävlingen - Matematikens hopp 2001
Cadet

Här kommer rätt svar och lösningsförslag till uppgifterna.

3 poäng

1. (B) När C viks över till B får man en parallelltrapets och när A sedan viks över till B får man en rektangel med sidlängderna 2 respektive 1,5.

2. (E) Robert stoppar 10 av en färg i varje låda. Till de blå kängururna behövs 18 lådor och till de röda 13 dvs. totalt 31 lådor.

3. (C) Ring C är den ring som håller ihop ringarna.

4. (B) Antag att Erik har x kvinnliga klasskamrater = antal flickor i klassen. Det finns då $x + 7 + 1$ pojkar i klassen. Vidare vet man att antal pojkar är dubbelt så många som antal flickor dvs $2x$. Man kan då uttrycka antal elever i klassen på två sätt, $2x + 8$ eller $3x$ vilket ger ekvationen $2x + 8 = 3x$ med lösning $x = 8$.
Jane har då sju kvinnliga klasskamrater.

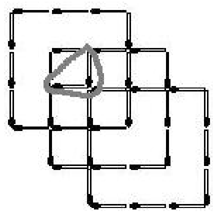
5. (B) Sträckan PAQ är lika lång som sträckan PCQ. Vägen via C är **215 m längre** än den via B.

6. (B) $-9 \cdot 6 = -54$

7. (B) $\angle OND = 60^\circ$ ger $\angle ONA = 120^\circ$ (sidovinklar)
$\angle OAN = 45^\circ$ (ΔADC är likbent)
$\angle NOA = 180^\circ - 120^\circ - 45^\circ = 15^\circ$
$\angle COM = \angle NOA = 15^\circ$ (vertikalvinklar)

8. (A) På tio timmar har familjen Koala satt i sig löv från $1 + 2 \cdot 2 = 5$ eucalyptusträd. Det gör 2 timmar för ett träd.

9. (A) Det finns åtta kvadrater i figuren. Genom att placera ut två tändstickor såsom bilden visar bildas 11 kvadrater. (Bilden visar en möjlighet)



10(D) Från A kan man välja två vägar som går till var sitt hörn. Från varje hörn kan man gå vidare på två olika sätt. Man kommer då till ett nytt hörn där man också har två valmöjligheter. Multiplikationsprincipen ger $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ olika vägar.
Låt eleverna rita upp alla de möjliga fallen.

4 poäng

11(D) Två cirklar skär varandra i två punkter. En ny inritad cirkel skär var och en av de andra två i två punkter. Det blir sammanlagt 6 punkter. Ritar vi in en fjärde cirkel så har den med samma resonemang 6 skärningspunkter med de tre andra cirklarna, vilket gör totalt 12 punkter.
Låt eleverna rita in cirklarna.

12(E) Piff äter $\frac{1}{3}\cdot 2001+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 2001=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{15}\right)\cdot 2001=\frac{7}{15}\cdot 2001$ nötter.

Puff äter $\frac{1}{5}\cdot 2001+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot 2001=\left(\frac{1}{5}+\frac{4}{15}\right)\cdot 2001=\frac{7}{15}\cdot 2001$ nötter.

13(C) Ställer man upp multiplikationen får man

$$\begin{array}{r} \text{KLMNP4} \\ \times\ 4 \\ \hline \text{4KLMNP} \end{array}$$

4×4 = 16 ger P = 6 och minnessiffra 1
4×6 = 24 men man har 1 i minnet så N = 5 och ny minnessiffra blir 2.
4×5 = 20 adderat med 2 ger 22. M = 2

14(B) Christer ska ha x delar.
Bertil ska ha $2x$ delar.
Albert ska ha $4x$ delar.
Tillsammans ger det $7x = 280$ med lösning $x = 40$ euro.

15(C) Om man skriver upp de tider som uppfyller villkoret får man 15 olika.
Låt eleverna skriva upp tiderna.

16(E) Antag att Desirées vikt när hon är törstig är x kg.
$0,16x$ är Desirées ”kroppsvikt utan vatten” när hon är törstig.
$0,15\cdot 800$ är Desirées ”kroppsvikt utan vatten” när hon är otörstig.
Det leder fram till ekvationen $0,16x = 0,15\cdot 800$ med lösning $x = 750$.

17(B) Minsta gemensamma multipel till 12 och 10 är 60. När de har sprungit i 60 minuter passerar de samtidigt mållinjen. Humle har då sprungit 25 varv och Dumle har sprungit 18 varv vilket gör att de tillsammans har sprungit 43 varv.

18(A) Antag att sidan AB har längden h, sidan BC längden x och sidan AD längden y.
Arean av ΔABC = $\frac{xh}{2} = a$.
Arean av parallelltrapetset ABCD = $\frac{(x+y)\cdot h}{2} = \frac{xh}{2} + \frac{yh}{2} = a + \frac{yh}{2}$
Men area(ABCD) =3·area(ABC) = $3a$.
Alltså är $\frac{yh}{2} = 2a$
Arean av Δ(ABD) = $\frac{yh}{2} = 2a$
Det sökta förhållandet blir 2.

19(D) Man erhåller följande produkter i hörnen

$6·4·1 = 24$ $4·2·1= 8$ $3·4·2 = 24$ $3·5·2 = 30$

$6·5·3 = 90$ $5·2·1 = 10$ $6·4·3 = 72$ $6·5·1 = 30$

Låt eleverna konstruera en kub utifrån ett klippark och beräkna produkterna.

20(B) 32 knutar och 28 kulor gör 60 ”hörn” i nätet. Ett nät som uppfyller kraven består av 45 maskor.
Här kan eleverna rita upp ett nät och placera ut kulor och knutar.

5 poäng

21(E) Vi undersöker maximala antal bitar.
Med ett snitt får man två bitar.
Med två snitt kan man maximalt få fyra bitar.
Ett tredje snitt kan skära ingen, en eller två av de tidigare snitten. Skär den två får vi maximalt antal bitar, 7.
Ett fjärde snitt som skär de tidigare tre snitten ger upphov till 11 bitar.
Man kan aldrig få 12 bitar.
Låt eleverna rita cirklar och dra ”snitten” och resonera om hur många bitar man kan få.

22(D) Lilla Ru har på fem hopp fått sammanlagt 72 poäng vilket medför ett genomsnitt på 14,4 poäng. Lilla Rus sämsta resultat blir när han måste ta bort ett ”14 poängs hopp”, han får då 58 poäng.
Här kan man låta eleverna skriva upp kombinationer på poäng som ger sammanlagt 72 och låta de se vilka poängsummor som lilla Ru kan erhålla när sämsta hoppet är borträknat.

23(C) 7 tärningar har tillsammans $7·21 = 147$ ”ögon”. Vid ihopklistringen försvinner ”ögon” motsvarande 2 tärningar. Det återstår $5·21 = 105$ ”ögon”.

24(D) $45×73 = 3285$. Punkternas summa blir $7 + 2 + 8 + 5 = 22$
$45×83 = 3735$. Punkternas summa blir $8 + 7 + 3 + 5 = 23$
Bägge summorna är större än 21.

25(E) En bygge med minmalt antal kuber består av 8 kuber och en med maximalt består av 16.
Låt eleverna bygga modellerna med t.ex. legobitar.

26(D) Antag att x av de stora askarna innehåller 8 mellanstora askar var. Då är $(11 - x)$ stora askar tomma. y av de $8x$ mellanstora askarna innehåller 8 små askar var. Då är $(8x - y)$ mellanstora askar tomma. Det finns även $8y$ små askar som är tomma. Totalt fanns det 102 tomma askar. Det leder fram till ekvationen.

$$11 - x + 8x - y + 8y = 102$$

med lösningen $x + y = 13$.
Antalet totala askar är $102 + 13 = 115$.

27(C) Vi räknar sexhörningar varje gång den gränsar till en femhörning. Vi får då $12 \cdot 5 = 60$ räknade sexhörningar. Eftersom varje sexhörning gränsar till 3 femhörningar har vi räknat varje sexhörning 3 gånger. Antalet sexhörningar är $60/3 = 20$.

28(B) Primtalsfaktorisering ger $1664 = 2^7 \cdot 13$. Den äldsta ska vara dubbelt så gammal som den yngsta. Det går bara om han har tre barn som har åldrarna 8, 13 och 16.

29(D) Feri är med. Då är Zoli med. Övriga bildar 2^8 indelningar.
Feri är ej med. Zoli kan vara med. Då är det 9 pojkar. De kan bilda 2^9 indelningar.
Det ger sammanlagt $2^8 + 2^9 = 768$ grupperingar.

30(C) Anders tar 3, kvar är 17. Vi får två fall

1. Om Bertil tar 1, 2, 3, 5, 6 eller 7 så tar Anders 7, 6, 5, 3, 2 respektive1 och det är 9 kvar till Bertil. Tar Bertil 1 svarar Anders med 4 och vinner. Tar Bertil 2, 3, 4, 5 , 6 eller 7 så vinner Anders ännu snabbare.
2. Tar Bertil 4 så svarar Anders med 2. Kvar är 11. Bertil får inte ta 2. Tar Bertil 1 så tar Anders 5 och vinner (se 1). Tar Bertil 3 så vinner Anders. Tar Bertil fler så tar Anders övriga och vinner.