Problemen från

Kängurutävlingen
Matematikens Hopp

Benjamin 2001

Lärarhäfte

Arrangeras av

Kungl. Vetenskapsakademien & Nationellt Centrum för Matematikutbildning

Innehåll

Kontaktadresser

Kängurutävlingen
NCM, Nationellt Centrum för Matematikutbildning
Göteborgs Universitet
Box 300
405 30 GÖTEBORG

epost: kanguru@ncm.gu.se
tel: 031 - 773 21 96, 773 22 06
fax: 031 - 773 22 00

Kängurutävlingen
Danderyds Gymnasium
Susanne Gennow
Rinkebyvägen 4
182 36 DANDERYD

tel: 08 - 753 58 20
fax: 08 - 753 58 10

Uppgifter från
Kängurutävlingen – Matematikens hopp 2001

Här kommer det materiel som användes i årets upplaga av Kängurutävlingen, tävlingsklass Benjamin som i första hand är tänkt att användas i åk 5 och 6, men det kan naturligtvis även användas i åk 4. Vi har samlat allt i detta häfte, som får kopieras och kan användas fritt i undervisningen. Vi hoppas att problemen ska hjälpa till att stimulera och inspirera lärare och elever under många matematiklektioner.

Att använda problemen i undervisningen
Vi ger några förslag på hur ni kan arbeta med problemen, se sid 11. Det är vår förhoppning att de ska användas och utvecklas och att Känguruproblemen ska vara en stimulans för både lärare och elever när det gäller betydelsefull begreppsbildning och matematiska idéer.

Lycka till!

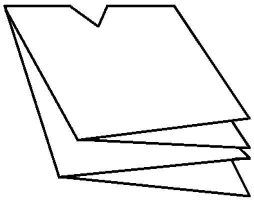
Göran Emanuelsson, Susanne Gennov, Eva Krutmeier,
Mikael Passare, Ronnie Ryding och Karin Wallby

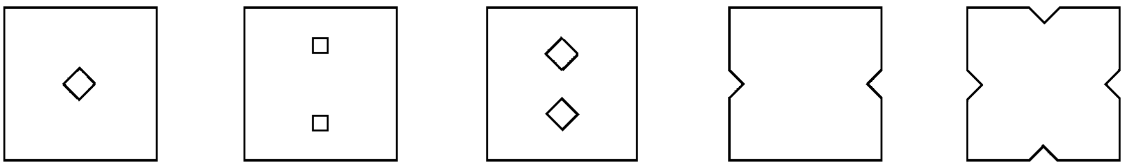
Kängurutävlingen – Matematikens hopp
Benjamin 2001

3-poängsproblem

1. Lilla Ru räknar ut: 2 x 0 + 0 x 1
   Resultatet är

   A 2 **B** 0 **C** 1 **D** 2001 **E** 3

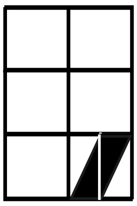
2.  Hur ser detta ihopvikta papper ut om man vecklar ut det? (Storleken på bilden stämmer inte.)



A **B** **C** **D** **E**

3. Farfars gamla klocka drar sig med 20 sekunder varje timme.
   Hur mycket har den dragit sig efter 24 timmar?

   A 7 min **B** 8 min **C** 9 min **D** 10 min **E** 11 min

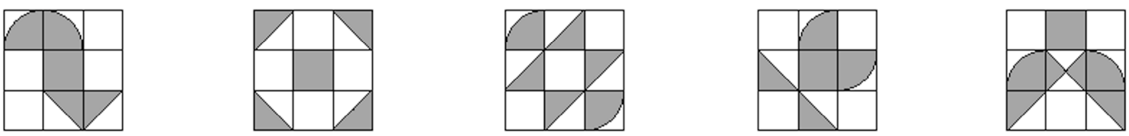
4 .  Hur stor del av denna figur är svart?

   A $\frac{1}{6}$ **B** $\frac{1}{8}$ **C** $\frac{1}{10}$ **D** $\frac{1}{12}$ **E** $\frac{1}{15}$

5. På bordet ligger det papperstrianglar och pappersrektanglar utspridda. De ligger inte kant emot kant och de ligger inte på varandra.
   Tillsammans har de 17 hörn. Hur många är trianglarna?

   A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

6. Vilken av de skuggade areorna är störst?



A **B** **C** **D** **E**

7. Eva tar ett heltal och fördubblar det. Därefter fördubblar hon det igen, sen en gång till. Vilket av följande tal kan vi vara säkra på *inte* är hennes slutresultat?

A 80 **B** 1200 **C** 48 **D** 84 **E** 880

8. Medlemmarna i ett hemligt sällskap skriver 14 som på bild 1 och 123 som på bild 2. Vilket tal föreställer bild 3?

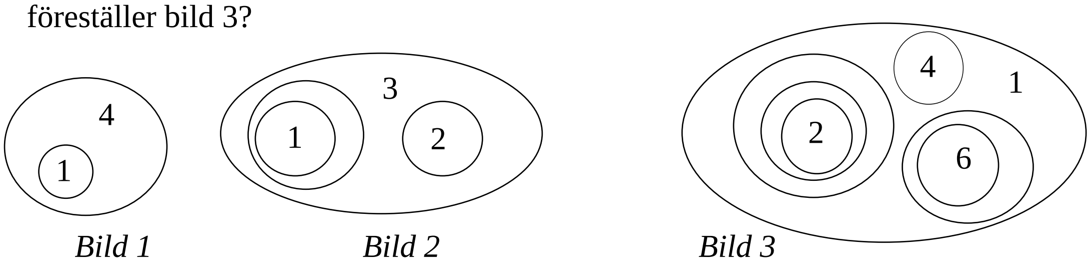


Bild 1 *Bild 2* *Bild 3*

A 1246 **B** 2461 **C** 2641 **D** 462 **E** annat svar

4-poängsproblem

9. Harry har tre systrar och fem bröder. Hur många systrar och bröder har hans syster Sally?

A Två systrar och fyra bröder
B Två systrar och fem bröder
C Två systrar och sex bröder
D Tre systrar och fem bröder
E Tre systrar och sex bröder

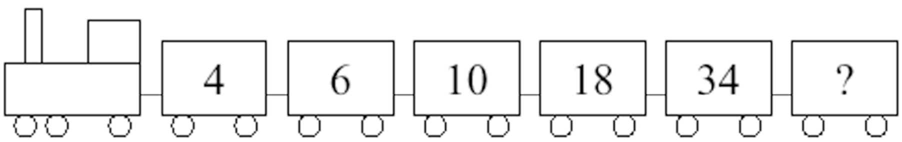
10. Nikita och Sasja springer runt en löparbana. Nikita behöver tre minuter för ett varv, medan det tar fyra minuter för Sasja. De startar samtidigt. Efter hur lång tid kommer de för första gången att passera mållinjen samtidigt?

A efter 6 min **B** efter 8 min **C** efter 10 min **D** efter 12 min
E det beror på hur långt ett varv är

11. Edward har 201 mynt. En tredjedel av mynten är enkronor, en tredjedel är femkronor och resten är tiokronor. Hur mycket pengar har Edward?

A 1072 kr **B** 201 kr **C** 963 kr **D** 670 kr **E** 2001 kr

12. Vilket är numret på sista vagnen i tåget?



A 52 **B** 64 **C** 66 **D** 72 **E** 88

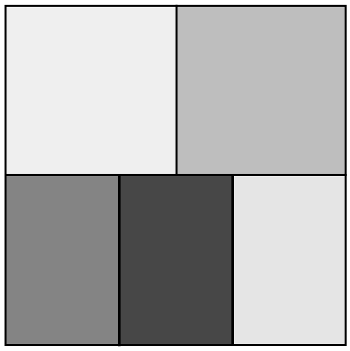
13. Om den röda draken hade haft 6 huvuden *fler* än den gröna skulle de haft 34 huvuden tillsammans. Men nu har den röda draken 6 huvuden *färre* än den gröna. Hur många huvuden har den röda draken?

A 6 **B** 8 **C** 12 **D** 14 **E** 16

14. En rektangulär grusplan är 80 meter lång och dess area är 3200 kvadratmeter. En gräsplan är hälften så bred som grusplanen och har en area som är hälften så stor som grusplanens.
Hur lång är gräsplanen?

A 20 m **B** 40 m **C** 60 m **D** 80 m **E** 100 m

15. Fem kamrater placerade ut sina badlakan på stranden så att det blev en stor kvadrat. Anna och Bodil har lika stora kvadratiska badlakan, som vardera har omkretsen 480 cm . Cilla, Doris och Elsa har rektangulära badlakan som alla är lika stora.
Vilken är omkretsen på Elsas badlakan?



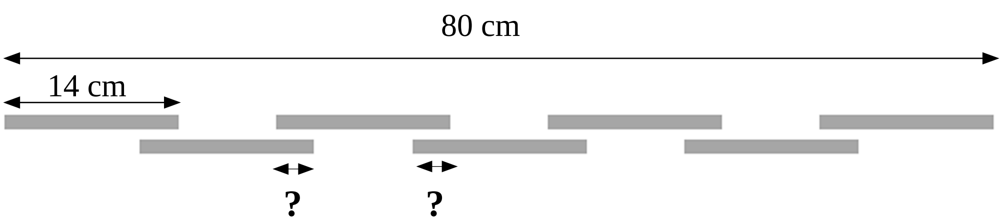
A 400 cm **B** 720 cm **C** 320 cm
D 240 cm **E** 200 cm

16. För tre år sedan var trillingarna Paul, Simon och Bill samt deras fyra år äldre syster Sussie sammanlagt 24 år gamla. Hur gammal är Sussie idag?

A 5 år **B** 8 år **C** 9 år **D** 12 år **E** 15 år

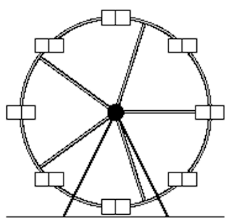
5-poängsproblem

17. Dessa sju käppar är alla lika långa, och alla *mellanrum* är också lika. Hur långa är de delar som är utmärkta med frågetecken?



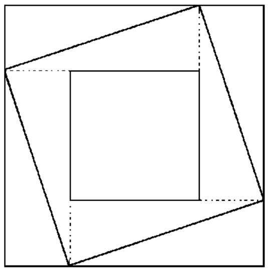
A 1 cm **B** 2 cm **C** 3cm **D** 5 cm **E** 8 cm

18. Nöjesfältets huvudattraktion är Pariserhjulet.
Korgarna är jämnt fördelade och numrerade 1, 2, 3, … .
När korg nummer 25 står längst ned, står korg nummer 8 högst upp. Hur många korgar har Pariserhjulet?
Bilden härintill visar ett litet pariserhjul med åtta korgar.

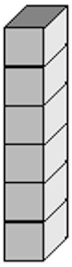


A 33 **B** 34 **C** 35 **D** 36 **E** 37

19. Den största kvadratens area är 16 cm², och den minsta kvadraten, i mitten, har arean 4 cm².
Hur stor area har den snedställda kvadraten?



A 8 cm²
B 8,5 cm²
C 10 cm²
D 10,5 cm²
E 12 cm²

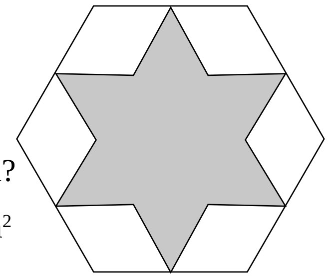


20. På en vanlig tärning är summan av prickarna på två motstående sidor alltid sju. Cecilia bygger en stapel av sex lika stora vanliga tärningar och limmar ihop dem som figuren visar. Vilket är det största sammanlagda antal synliga prickar hon kan få? Hon kan lyfta på stapeln och titta under också.

A 106 **B** 91 **C** 95 **D** 84 **E** 96

21. Använd siffrorna 1, 2, 3, 4, 5 och 6 och bilda två tresiffriga tal. Varje siffra får användas endast en gång. En möjlighet är 645 och 321. Skillnaden mellan dessa tal är 324. Bilda nu två andra tal på detta sätt så att skillnaden mellan dem blir så liten som möjligt. Den minsta möjliga skillnaden är

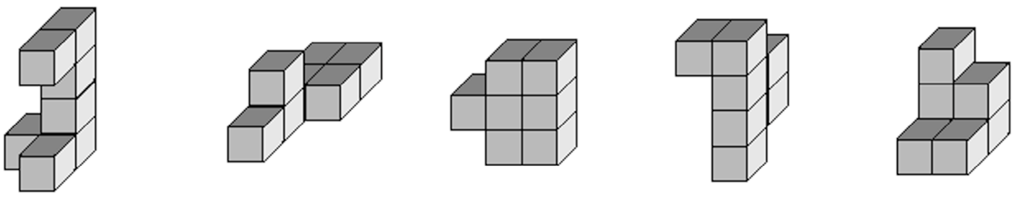
A 47 **B** 56 **C** 111 **D** 69 **E** 38



22. Stjärnan på bilden har sina spetsar precis i mittpunkterna på sidorna i en regelbunden sexhörning.
Om stjärnans area är 6 cm², vilken area har då hela sexhörningen?

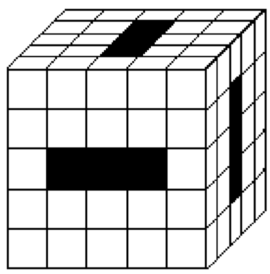
A 8 cm² **B** 9 cm² **C** 12 cm² **D** 15 cm² **E** 18 cm²

23. Dessa byggen har gjorts med lika många lika stora kuber. På varje synlig sidoyta på kuberna ska man klistra en bild av en känguru. Det ska vara bilder på undersidan också.
På vilket bygge ska man klistra flest bilder?



A **B** **C** **D** **E**

24. Tvärs igenom den stora kuben har man gjort hål som figuren visar.
Hur många småkuber återstår?



A 88
B 80
C 70
D 96
E 85

Kommentarer

Många problem kan lösas på flera sätt och detta är inte någon heltäckande beskrivning. Diskutera gärna olika lösningsförslag i klassen.

1. (B) 2 x 0 + 0 x 1 = 0

2. (C) Låt eleverna vika ett ark två gånger och klippa bort en triangel enligt bilden.

3. (B) På en timme drar sig klockan 20 sekunder. På 24 timmar blir det 24 x 20 sekunder = 480 sekunder = 8 minuter. Ett annat sätt att tänka är att klockan drar sig 1 minut på tre timmar. Det blir 8 minuter på 24 timmar.

4. (D) Låt eleverna rita av figurerna och färglägga och klippa ut den svarta delen. Den kan sedan jämföras med övriga delar.

5. (C) En triangel har tre hörn och en rektangel har fyra hörn, det blir tillsammans 7 hörn.
Två trianglar och två rektanglar har tillsammans 14 hörn. Tre trianglar och två rektanglar har tillsammans 17 hörn.

Man kan också utgå från den ena figuren, t ex triangeln, och se hur många hörn som återstår allteftersom trianglarna ökar i antal: En triangel har 3 hörn, 14 hörn återstår och det är inte jämnt delbart med 4. Två trianglar har 6 hörn, 11 hörn återstår. Tre trianglar har 9 hörn, 8 hörn återstår vilket ger två rektanglar.

6. (E) I fig A är sammanlagt två kvartscirklar och två kvadrater skuggade.
I fig B är sammanlagt tre kvadrater skuggade.
I fig C är sammanlagt två kvartscirklar och två kvadrater skuggade.
I fig D är sammanlagt två kvartscirklar och två kvadrater skuggade.
I fig E är sammanlagt två kvartscirklar och två och en halv kvadrat skuggade.
Två kvartscirklar är mer än en halv kvadrat, så fig E har den största skuggade arean.

7. (D) Man kan tänka på att motsatsen till fördubbling är halvering. Om man startar med 84 visar det sig att man får 21 efter två halveringar. Talet 21 kan inte halveras igen om man önskar ett heltal som resultat. Ett annat sätt att uttrycka detta samband är: Om heltalet är *n* så innebär de tre fördubblingarna att det nya talet är
2 x 2 x 2 x *n* = 8 x *n*. Talet 84 är det enda av talen som inte är delbart med 8.

8. (C) Siffra utan ring anger ental. Siffra med en ring anger tiotal. Siffra med två ringar anger hundratal, osv. Bild 3 föreställer talet 2641.

9. (C) Eftersom Harry har tre systrar och fem bröder så betyder det att det finns sex pojkar och tre flickor i familjen. Sally måste då ha sex bröder och två systrar.

10.(D) Nikita passerar mållinjen efter 3 min,
6 min, 9 min, 12 min, 15 min etc. Sasja passerar efter 4 min, 8 min, 12 min, 16 min etc. Första gången de passerar samtidigt är efter 12 minuter. 12 är det minsta tal som är delbart med både 3 och 4. Matematiskt kan detta uttryckas så att minsta gemensamma multipel till 3 och 4 är 12.

11.(A) 201/3 = 67. Edward har 67 st enkronor, 67 st femkronor och 67 st tiokronor, vilket tillsammans är 67 x 1 + 67 x 5 + 67 x 10 = 1072. Vid beräkningen kan man utnyttja att 67 x 5 är hälften så mycket som 67 x 10.

12.(C) Om man tittar på differensen av två närliggande vagnars nummer ser man ett mönster, den fördubblas.

vagnsnummer

4 6 10 18 34

differens

2 4 8 16

Numret på den sista vagnen: 34 + 2 x 16 = 66.

13.(B) Om man räknar bort de 6 huvuden som den röda draken skulle haft extra återstår 28 huvuden, dvs den gröna draken har 14 huvuden. Men nu hade den röda draken 6 huvuden *färre,* alltså 8 huvuden. Ett annat sätt att uttrycka detta är: Antag att antalet huvud som den gröna draken har är *g*. Den röda har då *g* + 6 huvuden. Tillsammans har de *g* + *g* + 6 = 34 huvuden. Detta ger att den gröna draken har 14 huvuden och den röda draken 6 färre, alltså 8 huvuden. Lösningen kan göras laborativt, med hjälp av knappar eller andra föremål.

14.(D) Eftersom arean är 3200 m^2 och längden är 80 m så är bredden 40 m (3200/80). Gräsplanen har arean 1600 m^2 (3200/2) och bredden 20 m (40/2). Gräsplanen får då längden 80 m (1600/20). Rita gärna upp planerna och visa.

15.(A) *Ett* kvadratiskt badlakan har sidan 120 cm (480/4). De två bildar tillsammans sidan i den stora kvadraten. Längden på ett rektangulärt badlakan är 120 cm och bredden är 80 cm, (240/3). Omkretsen på ett rektangulärt badlakan är 2 x 120 cm + 2 x 80 cm = 400 cm.

16.(D) 24 = 4 + 4 x 5, dvs 4 år ”extra” till Sussie och de återstående åren fördelade mellan de 4 barnen. Trillingarna var alltså 5 år och Sussie 9. De har nu blivit 3 år äldre, 8 resp 12 år. Ett annat sätt att resonera: Trillingarna och Sussie har var och en blivit tre år äldre, deras sammanlagda ålder är nu 24 + 4 x 3 = 36 år. Om trillingarna är x år, så är Sussie $x + 4$ år, tillsammans blir det $3x + x + 4 = 36$, vilket ger $x = 8$. Sussie är 8 + 4 = 12 år.

17.(C) Den översta raden består av 4 käppar, vardera med längden 14 cm och tre mellanrum, vilket tillsammans blir 80 cm. Det betyder att varje mellanrum är 8 cm. Tittar man på nästa rad så ser man att mellanrummet plus två ”delar” är lika långt som en käpp, dvs 2 delar och 8 cm är tillsammans 14 cm. Varje del är alltså 3 cm.

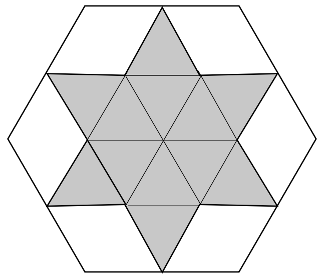
18.(B) Mellan korg 8 och korg 25 finns det 16 korgar. Det finns lika många korgar på andra sidan. Det blir tillsammans 2 x 16 + 2 = 34. Visa med en teckning.

19.(C) Skillnaden mellan den stora och den lilla kvadraten, dvs området runt den lilla, är 12 cm^2. Hälften av det området är 6 cm^2 . Tillsammans med den lilla alltså 10 cm^2. Ett annat sätt att förklara: Sidan i den stora kvadraten är 4 eftersom 4 x 4 = 16 och i den lilla 2; (2 x 2 = 4). Kring den snedställda kvadraten finns det fyra lika stora trianglar med basen 1 och höjden 3. De har vardera arean 1,5 cm^2, tillsammans 6 cm^2. Den snedställda kvadratens area blir 10 cm^2

20.(E) De fyra synliga sidorna på varje tärning har tillsammans 14 prickar (2 x 7). Vi har sex tärningar och det ger 84 prickar (6 x 14). På den undre och övre tärningen är en femte sida synlig och eftersom antalet prickar ska vara maximalt ska de ha sex prickar. Det blir totalt 96 prickar, (84 + 2 x 6).

21.(A) Av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5 och 6 ska man bilda två tresiffriga tal med så liten differens som möjligt. Dessa ska alltså ligga så nära varandra som möjligt. Först väljs hundratalssiffrorna och med 3 respektive 4, kan de återstående siffrorna utnyttjas bäst. Det gäller att komma så nära ett hundratal som möjligt. Därefter väljs tiotalssiffran. Trehundratalet ska ha den högsta (6) och fyrahundratalet den lägsta (1). Samma resonemang gäller för de två återstående siffrorna. Detta ger talen 365 och 412. Deras differens är 47.

22.(C) Stjärnan kan delas in i 12 lika stora trianglar. Området utanför stjärnan kan också delas in i 12 trianglar av samma storlek.



De båda områdena har samma area och hela sexhörningens area är 12 cm^2.

23.(A) Varje bygge består av sju mindre kuber. Den kub som har minst antal hopklistrade sidoytor får flest kängurubilder.
A har sex,
B har sju,
C har åtta,
D har sju,
E har åtta klistringar.

24 (A) Det finns totalt 5x5x5=125 små kuber.
Hålet framifrån ”gräver bort” 3 x 5 = 15 små kuber.
Hålet uppifrån ”gräver bort” 3 x 5 – 3 = 12 små kuber. (Tre stycken är redan borta)
Hålet från sidan ”gräver bort” 3x5–5 = 10 små kuber. (Tre plus två är redan borta)
Kvar blir 125 – 15 – 12 – 10 = 88 små kuber.
Visas konkret genom att man bygger upp ett lager i taget.

Arbeta vidare och utveckla problemidéerna

Som vi flera gånger har påpekat kan problemen användas i undervisningen. Det är vår förhoppning att ni ska finna många intressanta uppslag och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under många lektioner. Här är några förslag till arbeten. Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter och vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid diskussionerna eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Till en del uppgifter har vi nedan gett direkta kommentarer om detta. Det finns naturligtvis mycket annat man kan göra. Hör gärna av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* på *namnaren.ncm.gu.se*

Vi rekommenderar dig också att studera Nämnarens *Problemavdelning* som finns i varje nummer, med lösningar och kommentarer.

1. I detta fall spelar det ingen roll om eleverna prioriterar enligt reglerna. Även om de räknar från vänster till höger blir resultatet 0.

För att visa på betydelsen kan man pröva t ex $2 \times 3 + 3 \times 2$ eller $2 \times 5 + 3 \times 4$. Jämförelse av resultaten på dessa två uppgifter kan säkert ge upphov till intressanta diskussioner. Om ett äpple kostar 5 kr och en banan 4 kr, hur mycket kostar 2 äpplen och 3 bananer? Visa hur det kan beräknas som $2 \times 5 + 3 \times 4$.

2. Att klippa i vikta papper har de flesta elever erfarenhet av. Dukar och stjärnor brukar vara populära. Till jul förekommer många varianter, många har nog klippt tomterader. Till påsk kan det passa med en kycklingparad.

Använd gärna illustrationerna och försök att skapa de andra figurerna också. Hur ska pappret klippas för att man ska få de andra lösningarna? Försök att hitta några generella idéer om hur man ska vika och klippa, så att man kan förutsäga figurernas utseende.

3. Finns det andra lösningsmetoder i klassen än dessa? Att räkna med klockan tycker många är svårt. Att klockan som drar sig kommer längre och längre efter kan visas konkret.

4. Här finns det många möjligheter att arbeta vidare med bråk. Exempelvis kan man jämföra olika delar och se på relationerna mellan dem. Hur stor del av en sjättedel är en tolftedel?

5. Undersök vilka antal hörn som kan förekomma med olika antal trianglar och rektanglar. Går det alltid att finna en lösning, oberoende av totala antalet hörn? Sambandet kan tecknas: $t \times 3 + r \times 4 = h$, där t betecknar antalet trianglar, r antalet rektanglar och h antalet hörn. Detta problem är en variant av ett klassiskt problem:

Lisa och Per besökte en bondgård. På gården fanns grisar och höns. När barnen kom hem berättade Lisa att hon sett 18 djur. Per höll med och lade till att han sett sammanlagt 52 ben. Hur många grisar och hur många hönor fanns det på gården?

6. Hur stor area har de andra skuggade figurerna? Har några skuggningar samma area? Förstora upp figurerna, klipp ut de skuggade delarna och jämför storlekarna. Exempel på kompletterande frågor som kan ställas: Rita figurer där arean av den skuggade delen är lika stor som arean av den ej skuggade. Hur ska man ändra figur E så att den skuggade delen får samma area som figur B?

7. För många år sedan ansågs fördubbling och halvering som särskilda räknesätt och har även betonats i nationella diagnoser för skolår 2. Denna uppgift kan varieras med olika tal och olika antal halveringar och dubbleringar. Att halvera och dubblera är användbart i många sammanhang. Att utnyttja den associativa lagen och halvera ena faktorn och dubblera den andra i multiplikation är många gånger en bra metod för beräkningar. Ex:
$12 \times 50 = 6 \times 100$; $25 \times 84 = 50 \times 42 = 100 \times 21$.
Man kan också diskutera delbarhetsregler. När är ett tal delbart med 2, 4, 8? När vet vi om ett tal är delbart med 5? När är ett tal delbart med 3?

I äldre kulturer utnyttjades fördubbling i samband med multiplikation. När man skulle multiplicera 13 ·21 så kunde det se ut ungefär så här.

1 gånger 21 = 21
2 gånger 21 = 42
4 gånger 21 = 84
8 gånger 21 = 168

Vi vet att 13 = 1 + 4 + 8. Alltså kan vi få resultatet genom att addera vissa av raderna:

1 gånger 21 = 21
4 gånger 21 = 84
8 gånger 21 = 168

---

13 gånger 21 = 273

Läs mer om bl a detta i
Kilborn, W. (1989). *Didaktisk ämnesteori del I*, s 79. Stockholm: Utbildningsförlaget.

8. Jämför med vårt positionssystem. Detta kanske några elever tar för givet och kanske har de aldrig funderat på det. En utvidgning (som är ännu hemligare) är att arbeta i en annan bas än tio, t ex sex. Då betyder 234 i sexbas
2 x (6 x 6) + 3 x 6 + 4, dvs 72 + 18 + 4 = 94 i vårt tiosystem.

9. Problem av den här arten är klassiska. Här kan man variera antalet systrar och bröder och även låta eleverna formulera egna problem som kamraterna får lösa. Hur blir resonemanget om frågan istället är ”Harry har åtta syskon. Hans bröder är två fler än hans systrar.”

10. Några ytterligare frågor:
Hur många varv har de då sprungit sammanlagt?
När passerar de nästa gång samtidigt?
Hur mycket längre har Nikita sprungit efter12 minuter?
Hur mycket fortare springer Nikita?

Här finns många möjligheter att variera.

11. Hur mycket pengar skulle Edward ha om han istället hade 2001 mynt fördelade på samma sätt?

12. Matematik handlar väldigt ofta om att hitta och förstå mönster, det gäller både tal och rum. Ett sätt att låta eleverna utforska sådana är att de får fundera över vilket tal som kommer efter ett antal uppräknade, och motivera sitt val. Ibland kan det finnas olika möjligheter.

1, 3, 5, 7, …
1, 2, 4, …
1, 1, 2, 3, …

Ett sätt att arbeta med mönster beskrivs av Ronny Ahlström i en artikel i *Nämnaren 1/2000.* Mer att läsa och många exempel på elevaktiviteter finns i bl a NämnarenTEMA: *Matematik ett kommunikationsämne* och *Algebra för alla*.

13. Vad är det som ställer till svårigheter för eleverna här? Arbeta gärna konkret med liknande problem så att strukturen blir tydlig. Jämför med uppgift 9. En variant på detta problem är:

I en klass finns 2 flickor fler än pojkar. Tillsammans är det 28 elever i klassen. Hur många är flickor?

14. Här kan man rita upp planer och försöka få eleverna att resonera om vad som händer med arean när *en sida* halveras. Man kan även gå vidare och fråga vad som händer med arean om *båda* sidornas längder halveras. Vad händer istället med arean om sidornas längder fördubblas?

På samma sätt kan man studera halvering och fördubbling av sidlängderna i relation till volymen. Anknyt också gärna till skalbegreppet och de kartor som eleverna använder.

15. Eleverna kan rita badlakan av olika storlekar och undersöka vilka möjligheter som finns om villkoren med två kvadratiska och tre rektangulära fortfarande ska gälla. Vilken omkrets får de rektangulära badlakanen om tre flickor har kvadratiska badlakan och två har rektangulära? Kan handdukarna ha vilka mått som helst?

16. Hur ändras deras sammanlagda ålder år från år? Hur ändras den sammanlagda åldern om Sussie är tre år äldre, fem år äldre, fyra år yngre osv än sina trillingbröder? Hur ändras deras sammanlagda ålder om det istället är femlingar? Försök få eleverna att se ett mönster och även formulera ett uttryck för den sammanlagda åldern. Flera liknande problem hittar du i Nämnarens problemavdelningar.

17. Hur stor blir varje del märkt med frågetecken om käpparna istället är 17 cm? 11 cm? Vilka mått kan de sju käpparna ha för att uppgiften skall gå att lösa?

18. Vänd på problemet: Ett pariserhjul har 30 korgar. Vilken korg är högst när korg 25 är längst ner? När korg 5 är lägst? Konstruera andra pariserhjul. Hur många korgar finns i det pariserhjul som när korg 6 befinner sig i det nedersta läget har korg 17 i översta läget? Rita bilder av pariserhjul och placera ut olika antal korgar jämnt fördelade. Vilket avstånd bör det vara mellan korgarna? Bestäm ett. Hur stort blir hjulet? Hur stor blir vinkeln mellan två korgar? Hur ändras hjulets storlek om man konstruerar hjul med färre/fler korgar på samma bestämda avstånd? Hur ändras vinkeln mellan korgarna?

19. Låt eleverna diskutera hur de tänkt och fundera över likheter och skillnader i de metoder de använt. Ändra måtten på den stora eller den lilla eller båda kvadraterna och bestäm den snedställda kvadratens area.

Vilken sidolängd har den snedställda kvadraten? Konstruera den snedställda kvadraten, och mät sidans längd.

20. Att en tärning är konstruerad på detta sätt kan vara en nyhet för eleverna. Undersök tärningar och se att det stämmer. Om samma princip ska gälla för alla tärningar, dvs två motstående sidor ska ha lika många prickar tillsammans, hur ska då en 10-sidig tärning konstrueras? En 12-sidig? Hur många prickar sammanlagt har tärningar med olika antal sidor?

Utifrån detta problem kan man komma fram till att beräkna summan av talserier:

$1 + 2 + 3 + 4 +\ldots+ 10$
$1 + 2 + 3 + 4 +\ldots+ 100$
$1 + 2 + 3 + 4 +\ldots+ 1000$

Om eleverna får arbeta tillsammans med detta ett tag kommer de troligen att finna olika sätt att göra beräkningen.

I en artikel, *Utvecklande problem,* beskrivs ett arbete som startar med frågan: Hur många prickar har en vanlig tärning? (Nämnaren 3/1998)

21. Lös en enklare uppgift först för att se hur man kan tänka: Skriv upp alla möjliga tvåsiffriga tal med siffrorna 1,2,3,4. Beräkna differensen av det största och det minsta av dessa.

Skriv upp alla tresiffriga tal som kan bildas med de givna siffrorna. Vilken är största möjliga differens? Vilken är näst minsta möjliga differens? Bilda fyrsiffriga tal av 1,2,3,4,5,6,7,8 och bestäm minsta möjliga differens.

22. Hur ritar man en kvadrat? Hur ritar man en regebunden femhörning? Hur stor är varje vinkel i femhörningen? Hur ritar man en regelbunden sexhörning? Hur stor är varje vinkel? Konstruera stjärnan. Dela in stjärnan i tolv lika stora trianglar. Vad kallas dessa trianglar? Rita trianglar i området utanför stjärnan och jämför.

23. Denna uppgift går bra att åskådliggöra med t ex legoklotsar. Börja med ett enklare problem med färre klotsar, t ex fyra, och fundera över olika sätt att limma ihop dessa. Hur ska ett bygge se ut för att ha liten respektive stor sidoyta?

24. Bygg gärna med klotsar. Börja med en kub som består av $3 \times 3 \times 3$ småkuber och gör motsvarande tunnlar. Fortsätt med en kub med sidan 4 . Hur blir det med en kub med sidan 6 om man gräver ut motsvarande tunnlar?

KÄNGURU SIDAN

Besök *Kängurusidan* på nätet: *namnaren.ncm.gu.se*
Läs också *Kängurusidan* i tidskriften Nämnaren

Där presenteras resultaten från och erfarenheter av årets omgång av Kängurutävlingen.

På *Kängurusidan* kommer du också att hitta problem och aktiviteter. Förutom uppgifterna från tävlingsklass Benjamin som du nu har i din hand kommer även hela tävlingsklass *Cadet*, som vänder sig till elever på högstadiet, att läggas ut på nätet liksom de problem som ingick i årets *Ecolier*, som vänder sig till yngre elever. Dessa problem kan naturligtvis användas av alla.

På *Kängurusidan* på nätet finner du länkar till andra matematiktävlingar och till den franska Kängurutävlingens hemsida.

Prenumerera på Nämnaren genom att kontakta
Nämnaren
NCM
Göteborgs Universitet
Box 300
405 30 Göteborg

epost: Namnaren@ncm.gu.se
tel: 031 - 773 22 03
fax: 031 - 773 22 00