Svar och korta lösningar

Nästan alla problem kan lösas på flera sätt. Följande förslag ger inte någon heltäckande beskrivning. I avsnittet *Arbeta vidare och utveckla problemidéerna* presenteras andra förslag till lösningar och olika möjligheter att bredda och fördjupa arbetet kring uppgifternas innehåll. Diskutera gärna olika lösningsförslag i klassen.

1. (B) En lösning är att på frihand fullborda bilden av lille Ru och sedan jämföra med de olika alternativen.

2. (C) $2+(2-2)+(2-2)+(2-2)+(2-2)+2=4$

3. (D) Enklast är kanske att gå igenom alla bitar i alternativen och kryssa över de som finns i figuren.

4. (C) Även här är det enklast att jämföra alternativens delar med siluetten och se vilken som inte passar.

5. (E) Om vi plockar bort en melon från vardera vågskålen väger det fortfarande jämnt, dvs en melon väger lika mycket som 6 apelsiner.

6. (A) Två sidor i rektangeln är lika långa som kvadratens sidor. De andra två är 3 cm och alltså 7 cm kortare, vilket betyder att omkretsen är 14 cm kortare.

7. (C) Husnummer som innehåller siffran två: 2, 12, 20, 21, 22, 23 och 24, dvs 8 tvåor.

8. (A) Det minsta tvåsiffriga talet är 10 och det största ensiffriga är 9. $(10+17)/9 = 3$.

9. (E) $124 = 2 \cdot 60 + 4 \cdot 1$

10. (C)
I A får vi: *15, 19, 21, 22.* I B: *6, 23, 24, 24.*
I C: *18, 19, 20, 21.* I D: *15, 20, 21, 22.*
I E: *18, 22, 38.*

11. (E) Alla tre skuttar lika många rutor från nederkant till överkant. Det som skiljer är antal skutt i sidled. Maja och Julia tar 10 skutt i sidled och och August tar 8.

12. (D) Det finns tre månader att välja på: mars, maj, juli och tre datum: 1, 17, 20. Eftersom Karin och Susanne är födda i samma månad, måste de vara födda i mars. Jenny och Susanne är födda samma datum men i olika månader, dvs 20:e. Alltså är Susanne född 20 mars, Jenny 20 juli och Karin 1 mars. Kvar blir Helena med födelsedag 17 maj.

13. (D) Sven behöver $3 \cdot 4$ stickor. Kvar finns 18 tändstickor till Viktoria. Till två sidor i rektangeln använder hon 8 stickor. Till de övriga två finns det då 10 tändstickor, dvs 5 till varje sida.

14. (B) Martinas väg till skolan tar 42 min. Daniels är 12 min kortare, dvs 30 min. Daniel går alltså hemifrån 7.15.

15. (D) Till tunnelbygget behöver Robert: $4 \cdot 5$ klotsar = 20 klotsar till bottenplattan och lika många till taket, sammanlagt 40 klotsar. De två sidoytorna innehåller vardera $3 \cdot 4$ klotsar, dvs sammanlagt 24 klotsar. Totala antalet klotsar som krävs för tunnelbygget är $40 + 24 = 64$.

I pyramiden innehåller bottenlagret $5 \cdot 5 = 25$ klotsar. De två följande lagren innehåller vardera $3 \cdot 3 = 9$ klotsar, totalt 18 klotsar och överst är det 3 klotsar. Antalet klotsar för pyramidbygget är $25 + 18 + 3 = 46$.

Antalet klotsar som blir över är $64 - 46 = 18$.

16. (C) Johns kamrater kan sitta på $3 \cdot 2$ olika sätt.

17. (B) Ali har 27 klasskamrater. En tredjedel, 9 st, står framför honom.

18. (A) Det finns två påståenden om Fabian varav ett är felaktigt. Eftersom Maria har ett fyrfota djur och inte tycker om katter så har hon en hund och det har inte Fabian.

19. (D) När Jannes mamma har tagit ut 16 hjärtan har hon deg över till $16/4 = 4$. Hon kavlar ut igen och tar ut 4 nya hjärtan. Då får hon deg över så att det räcker till ytterligare 1. Det blir $16 + 4 + 1 = 21$ hjärtan.

20. (B) När bilen körs vidare ändras först entalssiffran. När den går från 9 till 0 slår även tiotalssiffran om. Det betyder att efter 1 km visar kilometerräknaren 187570 och då är två siffror lika. Vi måste sedan köra 10 km för att tiotalssiffran skall ändras. Då visar räknaren 187580, men det är fortfarande två siffror som är lika. Efter ytterligare 10 km visar räknaren 187590, med sex olika siffror.
Vi har då kört 1 km + 10 km + 10 km = 21 km.

Arbeta vidare och utveckla problemidéerna

Som vi flera gånger har påpekat kan problemen användas i undervisningen. Det är vår förhoppning att ni ska finna många intressanta uppslag och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under många lektioner. Här är några förslag till arbeten. Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter och vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid diskussionerna eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Till en del uppgifter har vi nedan gett direkta kommentarer om detta. Det finns naturligtvis mycket annat att göra. Hör gärna av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren eller på *namnaren.ncm.gu.se*

Vi rekommenderar dig också att studera Nämnarens *Problemavdelning* som finns i varje nummer, med lösningar och kommentarer.

1. Resonera kring hur lille Rus huvud skall förbindas med resten av kroppen. På den saknade biten bör finnas en linje uppe i övre vänstra hörnet. Det bör också finnas en linje från mitten av den saknade bitens övre kant till det nedre vänstra hörnet.

Kopiera bilden på Lille Ru och de fem pusselbitarna. Låt eleverna färglägga Ru och pröva de olika bitarna. Klipp isär de tolv pusselbitarna och låt eleverna bygga en bild av Lille Ru.

2. Vad händer om man plockar bort den första och den sista tvåan? Då finns fyra differenser som alla blir noll. Lägg sedan tillbaka den första tvåan och den sista tvåan.

Utvidga följden till att omfatta fler termer. Ändra värdena på talen, t ex 5 eller 10.

3. Kopiera fyrhörningen och klipp isär den i sex bitar. Låt eleverna bygga en fyrhörning av bitarna. Vrid och spegla bitarna.

4. Diskutera hur eleverna kan göra jämförelser, med bilden som hjälp eller med språkstöd, t ex ”en böj, en rak och sen uppåt”.

Låt eleverna sitta två och två. En beskriver en ritad figur med ord och den andra ritar efter beskrivningen – utan att se bilden. De kan också bygga med t ex logiska block. En lagd figur beskrivs så att kamraten, som inte ser den första figuren, kan lägga en likadan.

5. Gör gärna vägningar med en riktig balansvåg. Eleverna kan göra liknande problem enskilt eller i grupp.

6. Låt eleverna jämföra omkretsen av kvadraten och den stora rektangeln, omkretsen av den lilla och stora rektangeln. Hur stor area har kvadraten, den lilla rektangeln, den stora rektangeln? Jämför figurernas area och omkrets.

Lägg upp enhetskvadrater i rektanglar med samma area och jämför olika figurers omkrets.

Lägg eller rita olika rektanglar med samma omkrets. Jämför deras areor.

7. Låt eleverna skriva upp de tal från 1 till 24 som innehåller siffran två, (2, 12, 20, 21, 22, 23 och 24). Hur många gånger får de skriva en tvåa?

Var finner vi tvåor på gator med nummer upp till 100? Hur många ettor, treor, osv kan vi läsa på brevlådorna? Sök efter mönster.

8. Konstruera liknande problem i andra talområden.

9. Studera gärna andra positionssystem och andra kulturer och andra tidsåldrars talsystem. Använd deras symboler för att skriva tal – enskilt eller i grupp.

10. Går det att på liknande sätt göra andra konstruktioner som ger två tal i nummerföljd, tre och fyra tal i nummerföljd osv.

Finns det andra intressanta möjligheter att krossa urtavlor. Intressanta talföljder, maximal och minimal summa?

Vilken summa får man om man lägger ihop talen 1 till 12?

11. Kommer August i mål före eller efter Maja och Julia? Hur många skutt gör Maja, Julia, August? Vem ligger först när de har passerat halva planen? Låt eleverna rita alla hopp som går rakt framåt för sig och alla hopp i sidled för sig. Vilken är den kortaste och längsta möjliga vägen?

12. Undersök i klassen vilka månader som eleverna är födda i. Om det är mer än 12 elever i klassen, hur kan vi påstå att minst två elever är födda i samma månad? Vilka datum är eleverna födda. Hur många elever måste det vara för vi säkert ska kunna säga att minst två elever är födda på samma datum men kanske i olika månader? Jfr artikel om *Diskret matematik* av T. Weibull i Nämnaren, 1989, nr. 4, 28 - 31. Se även födeledagsproblemet i NämnarenTema, *Uppslagsboken*, s 104.

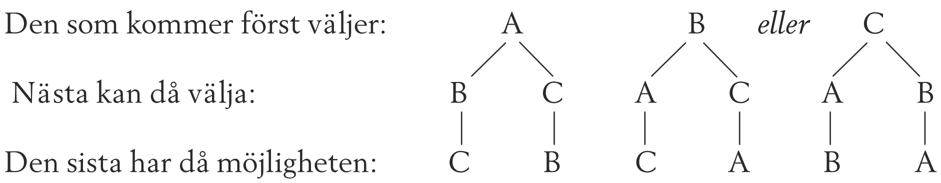
13. Lös problemet praktiskt. Låt eleverna arbeta två och två med 30 eller 60 tändstickor var och bygga triangeln respektive rektangeln. Går det att konstruera en rektangel om sidorna i triangeln är fyra tändstickor långa, fem tändstickor långa osv. Vilka slutsatser kan dras?

14. Hur lång skolväg i minuter har eleverna i klassen. Låt dem arbeta två och två och formulera liknade problem som klasskamraterna eller en annan klass kan få lösa.

15. Låt eleverna bygga tunnel respektive pyramid för att se hur många klotsar som behövs. Kan man bygga andra figurer av de 64 klotsarna? Kan man bygga en kub? Variera också antalet klotsar.

16. När John har intagit sin plats finns det tre platser kvar att välja på. Den första som kommer till bordet har då tre valmöjligheter. När han har valt har nästa kamrat två platser att välja på och den som kommer sist får ta den plats som blev över. Enligt multiplikationsprincipen blir antalet olika sätt $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Ett bra sätt att illustrera detta är att rita ett träddiagram. Kalla de tre platserna A, B och C



Hur många sätt blir det om ingen har en bestämd plats. Variera antal och sammanhang!

17. Ställ upp eleverna på ett led och lös uppgiten genom att pröva er fram. Variera antalet elever och andelarna framför och bakom.

18. Gör egna exempel individuellt eller i grupp.

19. Variera antalet hjärtan. Lös uppgiften praktiskt, med laborativ materiel eller genom att rita bilder.

Hur ska hjärtan placeras för att det ska bli så litet spill som möjligt? Undersök andra former!

20. Variera mätarställning och problemformulering. Hur långt ska vi köra för att alla siffror ska bli lika? För att få en palindrom? För att få nästa hundratal? Tusental? Se även Benjamin 2002, uppgift nr 1.