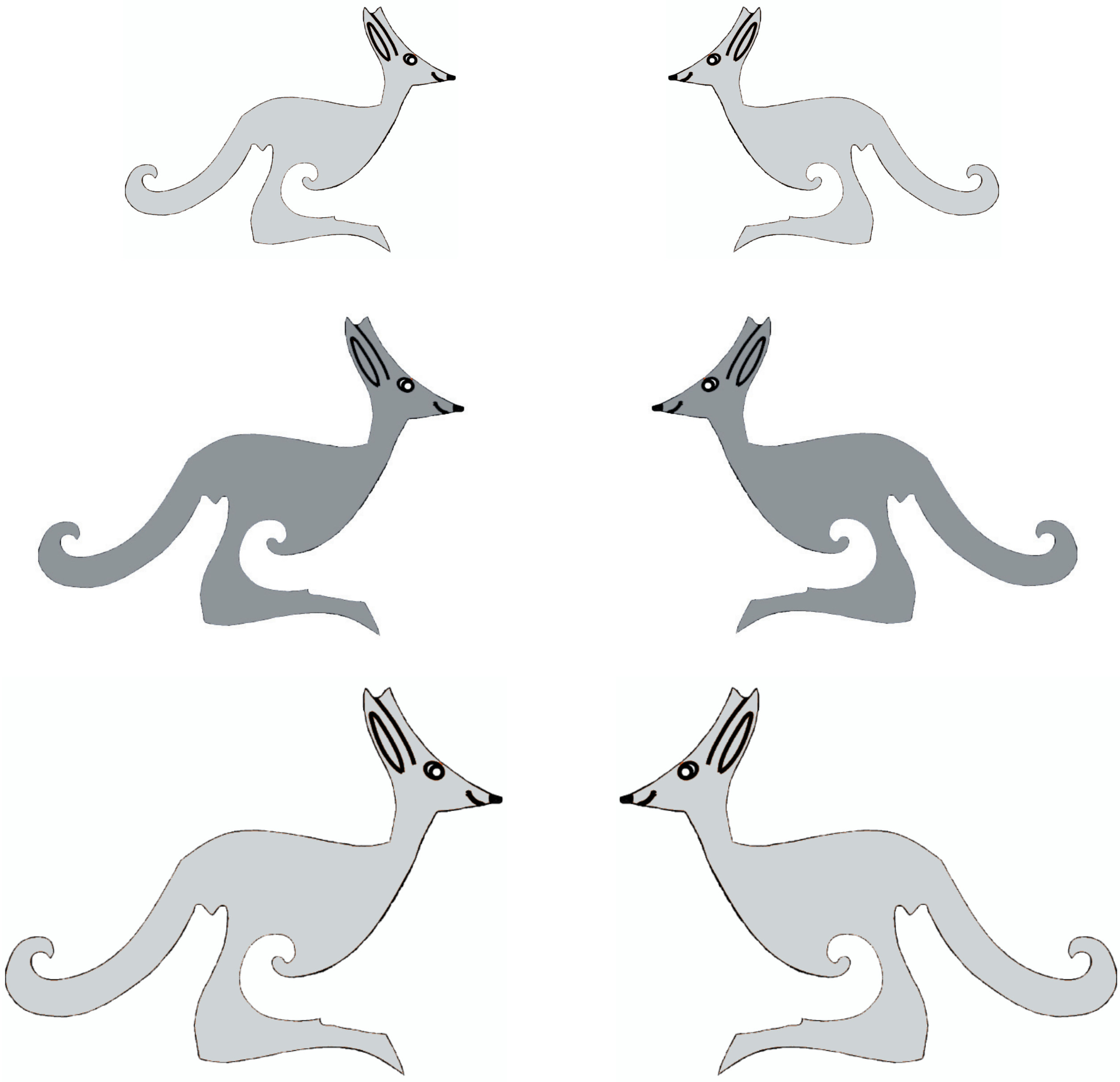

Kängurutävlingen

Matematikens Hopp

Benjamin 2003

Lösningar, Arbeta vidare

Arrangeras av

Kungl. Vetenskapsakademien & NCM/Nämnaren

Svar och korta lösningar

Många problem kan lösas på flera sätt. Följande förslag ger inte någon heltäckande beskrivning. Diskutera olika lösningsförslag i klassen. I avsnittet *Arbeta vidare och utveckla problemidéerna* presenteras andra förslag till lösningar och olika möjligheter att bredda och fördjupa arbetet kring uppgifternas innehåll.

1.(B) Tomas har $9 \times 100 + 9 \times 10 + 10 \times 1 = 900 + 90 + 10 = 1000$ (kr)

2.(B) Färgerna kommer i ordning:

blå	grön	röd	svart	gul	blå	grön	röd	svart
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Mönstret åtekommer efter fem kängurur, den sjuttonde har samma färg som den andra.

3.(C) Heltalen är 3, 4, ..., 15.

4.(D) ”N” består av två rektanglar och ett parallellogram, var och en med arean 6 cm^2.

5.(E) Bit nr 2 fyller ut den nedre delen av hålet. Bit nr 3 passar in i den övre delen, efter vridning.

6.(A) Fem träd är utan markering. Lösningen får man enklast genom att rita upp träden och markera från vardera hållet.

7.(B) 2003 min = 33 h 23 min = 1 dygn 9 h 23 min. När det gått ett dygn är klockan 20.03 den 21 mars och går det nio timmar till så är det den 22 mars.

8.(E) $(2 + 0) \times (0 + 3) = 2 \times 3 = 6$

9.(D) I den högra ringen står L + 11 + 14 + 2 + 13 + 7 = 55 vilket ger L = 8. Då får man i den vänstra ringen K + 8 + 11 + 8 + 9 + 9 = 55 vilket ger K = 10.

10.(A) Viker man ihop det till ett hus ser man att fönstret ska sitta på den gavel som är till vänster om dörrsidan.

11.(E) Den ena kvadraten har måtten 9 cm × 9 cm och de två lika rektanglarna är 2 cm × 9 cm. Den stora kvadratens sida blir då 11 cm.

12.(C) Den största summan får vi när både timtalet och minuttalet har störst siffersumma, dvs när klockan visar 19.59.

13.(E) De udda talen i en tiotalsföljd följs alltid på raden nedanför av de jämna i nästa följd.

14.(D) De två vita småkuberna som inte syns finns i den bakre undre raden.

15.(C) Den stora bollens diameter är 12 dm och kubens sida 6 dm.

16.(C) Eftersom avståndet från K till N är 22 m och avståndet från L till N är 15 m är avståndet från K till L 7 m, vilket i sin tur medför att avståndet från L till M är 3 m. Lösningen kan illustreras i figuren.

17.(B) Skriv upp alla tänkbara summor och stryk de som är lika:
$1 + 2 = 3$; $1 + 3 = 4$; $1 + 4 = 5$; $1 + 5 = 6$;
$2 + 5 = 7$; $3 + 5 = 8$; $4 + 5 = 9$

18.(B) Halva omkretsen av en rektangel är lika med längden på kvadratens sida. Det gäller oavsett längd på rektangelns sidor, så länge omkretsen är 40 cm.

19.(A) I figuren ser vi att sidan i K är 1. Sidan i L är $2 \times 2 + 1 = 5$ och arean 25.

20.(B) Benito har 20 – 17 = 3 gröna kulor, 20 – 12 = 8 gula och 5 svarta kulor. Sammanlagt är det 3 + 8 + 5 = 16 kulor som inte är blå.

21.(A) Lösningen kan man få genom att studera likheterna. Eftersom såväl ett glas och tre burkar som tre glas och två burkar kostar lika mycket som fyra flaskor kan vi dra slutsatsen att ett glas och tre burkar kostar lika mycket som tre glas och två burkar. Det leder till att en burk kostar lika mycket som två glas. Rita gärna en ”våg” med glas, burkar och flaskor.

Beteckna kostnaden för ett glas med g, för en burk med b och för en flaska med f:

$$g + 3b = 4f$$
$$3g + 2b = 4f$$

Det ger: $g + 3b = 3g + 2b$, vilket ger $b = 2g$

22.(C) Rita de olika vägarna. I hörnet A finns tre möjligheter, när Albert kommer till nästa hörn 2 val och i sista hörnet bara ett. Det ger 6 olika vägar.

23.(D) Lodrätt är den sammanlagda förflyttningen 100 cm. Vågrätt är förflyttningen 100 × 100 cm = 10 000 cm. (Sista delsträckan är lodrät.) Det ger totalt 10 100 cm.

24.(D) För att vi ska få en triangel måste summan av de två kortare sidornas längder vara större än den längre sidans. Här är möjligheterna:

5, 1997, 2000; 5, 2000, 2003;
10, 1997, 2000; 10, 1997, 2003;
10, 2000, 2003; 1997, 2000, 2003.

Arbeta vidare och utveckla problemidéerna

Som vi flera gånger har påpekat kan problemen användas i undervisningen även efter tävlingsdagarna. Det är vår förhoppning att du ska finna många intressanta uppslag och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under flera lektioner. Här är några förslag till arbeten. Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter och vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Till en del uppgifter har vi gett direkta kommentarer kring detta. Det finns naturligtvis mycket annat att göra. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren eller på *namnaren.ncm.gu.se*

Några av årets problem återfinns också i Ecolier och/eller i Cadet. Där finns också besläktade problem att anknyta till samt ytterligare förslag på hur problemen kan varieras. Vi rekommenderar dig också att studera Nämnarens *Problemavdelning* som finns i varje nummer av tidskriften, med elevproblem, lösningar och kommentarer.

1. Hur många hundralappar, tiokronor och enkronor skulle Tom ha för att få de andra svarsalternativen? Skriv upp andra kombinationer av antal hundralappar, tiokronor och enkronor och be eleverna bestämma och skriva upp summan. Ta även med tjugolappar, femtiolappar och femhundralappar.

2. Vilket nummer har nästa känguru som är grön? Som är röd? Vilken färg har en känguru som är ritad på plats 139? Diskutera rester vid division med 5.

Se också Ecolier nr 3, som är en något enklare variant.

3. Markera 2,09 och 15,3 på en tallinje och ange vilka heltal som ligger emellan.Hur många heltal finns det mellan -2,09 och 15,3? Hur stor är differensen mellan de två talen?

4. Varför har rektangeln och parallellogrammen lika stora areor?

Förstora bokstaven och låt eleverna klippa ut och pussla ihop parallellogrammen till en rektangel. Hur är det med omkretsen?

Diskutera olika sätt att beräkna arean av "N". Konstruera andra bokstäver, t ex A, E, H, K på motsvarande sätt och låt eleverna beräkna deras areor.

5. Hur ska bitarna ritas in? Om man vill använda bit nr 4 hur ska den placeras och hur ska den andra biten i så fall se ut? Klipp gärna ut bitarna och laborera.

Gör egna problem där bitarna också kan roteras eller vändas (speglas).

6. Blir det någon skillnad om Bodil gör tvärtom, dvs märker var tredje träd på vägen dit och vartannat träd på hemvägen?

Låt eleverna göra andra problem i andra situationer med liknande frågeställning.

7. Hur många timmar och minuter är 2003 minuter? Vad är klockan när det gått 2003 minuter? Vilken veckodag är det om 2003 dagar? Vilken månad är det om 2003 timmar? Om 2003 dagar? Om 2003 månader?

8. Räkna ut de andra svarsalternativen. Vad betyder parentesen? Diskutera prioriteringsregler. Jämför svaren på

$(2 + 0) \times (0 + 3)$, $(0 + 2) \times (3 + 0)$,
$0 + 2 \times 3 + 0$ och $2 + 0 \times 0 + 3$

med de svar du får fram med olika placering av tecken och parenteser.

9. Vilken summa har de båda ringarna tillsammans? Variera talen och "ringsumman". Låt eleverna bygga vidare på länken med ytterligare någon ring med summan 55 och fråga efter ett okänt tal C. Vilken summa har de tre ringarna tillsammans?

10. Hur ser klipparket ut till de andra svarsalternativen?

Gör en korrekt tärning men sätt ut prickarna innan du klipper ut och viker ihop.
Jämför Cadet 3, 2003.

11. Vilken area har den största kvadraten? Vilken area har den andra rektangeln? Vilken area har den lilla fyrhörningen i det övre högre hörnet? Låt eleverna formulera, muntligt och skriftligt, hur varje delområdets area beräknas. Se hur likheten:

$$11^2 = (9 + 2)^2 = 9^2 + 2 \times 2 \times 9 + 2^2$$

återspeglas i områdenas areor. Gör liknande övningar med andra sidolängder och indelningar. För intresserade elever kan det mer generella fallet med sidolängder a och b tas upp.

12. Vilken är den minsta siffersumman? Vilka olika siffersummor kan Bettan få? Hur många gånger kan hon få siffersumman 11? Vad visar klockan då? Hur många gånger per dygn visar klockan palindromtal (t ex 12.21)? Fundera över ett sätt att skriva ned dem så att du inte missar något.

13. Hur många rader innehåller Jennys tabell? Vilka tal ska stå i de tomma rutorna i de olika svarsalternativen? Hur ser Jennys tabell ut om hon t ex suddar ut alla primtal?

14. Hur ser rätblocket ut från andra håll? Låt eleverna konstruera egna kombinationer och testa på varandra. Hur måste de tre bitarna vara hopsatta för att kunna bygga olika rätblock? Hur många olika rätblock sammansatta av de tre bitarna finns? Ändra till fyra småbitar med vardera tre småkuber.
Se även Ecolier 10 och Cadet 5, 2003.

15. Vilken volym har kuben? Hur mycket större är den stora bollen än den lilla?

16. Låt eleverna markera punkterna på en tallinje och bortse från alternativen. Var kan M ligga om man följer texten utan att ha en bild? Vilket svar får man då? Utöka med fler punkter och andra avstånd. Jämför olika lösningssätt.

17. Skriv upp alla summorna. Vilken summa förekommer flest gånger? Jämför med att kasta två sexsidiga tärningar? Vilka summor kan du få om tärningarna visar olika antal prickar? Vilken summa är det bäst att satsa på vid spel?

18. Vilken längd och bredd kan rektanglarna ha? Hur stor area kan den vita kvadraten ha?

19. Vilka areor har de olika kvadraterna? Hela figurens area? Vilka längder har sidorna i figuren? Hur många kvadrater med sidan 2 får plats i kvadraten K?

20. Hur många kulor har Benito av varje färg? Om Benito har dem i en påse, hur stor är sannolikheten att han plockar upp en blå? Lägg kulor i en påse, gör ett antal dragningar och se hur det stämmer.
Jämför Ecolier 17 och Cadet 21, 2003.

21. Lös problemet genom att rita en balansvåg. Vad vet vi om priset på flaskan och burken, på glaset och flaskan? Diskutera hur man kan lösa den här typen av uppgift mer generellt?

22. Ta en kub eller rita en kub och markera de olika vägarna myran Albert kan krypa. Vad händer om det är ett rätblock istället? Markera närmaste vägen om myran får krypa hur som helst? Hur ska myran välja kortaste väg om det är tillåtet att krypa på sidoytorna?

23 Diskutera olika lösningssätt. Ändra förutsättningarna.

24. Hur ser de olika trianglarna i uppgiften ut? Gå ut på skolgården och låt eleverna vara hörnen i trianglarna.

Ta ett antal pinnar eller snören med olika längder. Diskutera villkoren för att en triangel ska kunna konstrueras av tre av dessa.