Arbeta vidare med Ecolier

Matematiskt arbete handlar i stor utsträckning om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraters lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras. Många elever kanske också klarar sig utan de olika svarsalternativen.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det? Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru

Nedan har vi samlat några av problemen från Ecolier 2022. Vi ger förslag på hur eleverna kan arbeta med uppgifterna efter tävlingen och, i vissa fall, tar vi upp specifika svårigheter. Vi ger även exempel på hur frågeställningarna och förutsättningarna i uppgifterna kan varieras.

Arbeta vidare med Ecolier

1: Biets väg till blomman

Gå igenom alternativen och se i vilken ruta Biet hamnar.
Gör egna liknande problem.
Berätta för biet hur det ska svänga, använd begreppen höger och framåt. Jämför instruktionerna i uppgiften med hur biet ska flytta sig, dvs skillnaden mellan att flytta på biet och att vara biet inne i rutan.

Tidigare problem: Ecolier 2011:3, Benjamin2018:16, B2007:6

2: Mynt i rutnät

Här handlar det om att vara uppmärksam och att tänka på två riktningar. Uppmärksamma att ett av mynten ligger i både den rad och den kolumn som har för många mynt. Det är alltså det som ska flyttas. I problemet frågas inte efter vart myntet ska flyttas, men låt eleverna argumentera för vilken ruta som behöver ett mynt.

Tidigare problem: E2018:11, E2012:5, E2005:6

3: Leksakslådor

Låt eleverna, med hjälp av begrepp som över under, höger och vänster, förklara vilka lådor de flyttar. Be dem förklara vad som skulle kunna hända om Bill drog fram sin svarta låda utan att flytta på de andra.

Tidigare problem: B2016:1

4: Känguruhopp på tallinjen

Gå igenom alternativen: Vart kommer kängurun om den hoppar 4 hopp, 7 steg etc ?
Hur många hopp behövs för att komma till 10? 20? ….
Vilka tal kommer Kängurun aldrig att hamna på?
Låt eleverna göra egna liknande problem till varandra.

Tidigare problem: E2020:6 och 13, E2018:7, E2013:9, E2012:16

5: Sifferpussel

Här handlar det också om att vara uppmärksam, så som i nr 2. Låt eleverna berätta hur de tänker och kommer fram till rätt svar. Är det någon som har löst det utan att använda alternativen?
Detta är en variant på ett sifferpussel som finns bl a i någon dagstidning. Då är endast få rutor ifyllda och uppgiften är att fylla i resten. Kanske har någon av eleverna provat det?

Tidigare problem: E2020:1, B2009:17

6:Tomma talrutor

Vilka tal skulle kunna stå i rutorna om uppgiften saknade alternativ?
Låt eleverna komma fram till ett generellt svar.
Gör fler likheter av samma typ och finn de generella svaren.

Tidigare problem: E2019:13, E2018:12,

7: Tornbygge

Bygg egna konstruktioner och rita av dem uppifrån.
Studera föremål i klassrummet och försök att rita dem ur ett annat perspektiv. Se på byggnader mm i omgivningen. Se på sambandet till kartor.

Tidigare problem: E2020:8, E2019:11, E2017:9, E2016:11, E2014:4, , E2011:18
Benjamin 2014:8, B2013:15, B2008:4, B2005:18

8: Multiplikationsruta

Gör fler exempel. Låt eleverna berätta hur de tänker. Visa på värdet av att kunna ”tabellerna”.
Låt eleverna göra liknande rutor till varandra.

Tidigare problem: E2017:6 (addition), E2015:6, E2014:6, E2003:14

9: Bilarna kör om

Diskutera hur eleverna löst problemet. Visa hur de kan bokföra och hålla ordning på hur bilarna byter plats, utan att rita bilarna.

10: Kängurubarn med olika ålder

Diskutera lösningsstrategin. Några elever har troligen först letat efter vilka fyra som är 22 år tillsammans. Hur har de resonerat?
Uppmärksamma barnen på betydelsen av att endast ett tal är udda.

Tidigare problem: E2019:15, E2006:13

11: Vems är vykortet?

Låt eleverna berätta hur de löser problemet. Visa att det finns olika angreppssätt, men att de leder till samma svar. Liknande problem finns med nästan alla år.

12: Vilket tal är fel?

Även i detta problem, liksom i nr 2, handlar det om att hitta en ruta som påverkar både rad och kolumn. När den rutan väl är funnen handlar det bara om att justera talet så att summorna stämmer.

Tidigare problem E2016:13

13: Aladdins matta
Rita hur mattan ser ut så att alla ser mönstret.
Beräkna antalet prickar på olika sätt.
Gör liknande problem med andra mattor med motsvarande mönster, tex en kvadratisk matta med två rader med 8 prickar längs kanterna, 10 prickar, 100 prickar.
Försök att finna ett generellt uttryck för hur många prickar det är.

Tidigare problem: Milou2008:11, E2007: 18, E2008:5, B2006:20,

14: Tusenfotingen
Tusenfotingen kan ha rullat ihop sig på två olika sätt. Kan eleverna hitta båda lösningarna (i samma svarsalternativ). Ett liknande problem finns på Cadet, nr 5.

Tidigare problem: E2017:8

15: Roberts klassrum
Här handlar det om att tänka sig klassrummet som ett rutnät/pricknät där Robert är en av dessa rutor/prickar. Klassrummet blir då en bild av en multiplikation, i detta fall $4 \cdot 9$. Ändra antalet rader och hur många som sitter på Roberts sidor (dvs kolumnerna) och låt eleverna se det generella. Arbeta både med mindre, överblickbara, mängder och när eleverna ser hur det hänger ihop med stora, t ex 87 st till vänster och 46 till höger, 63 rader framför och 108 bakom $87+46+1= 134$ 0ch $63+108+1= 172$, dvs $134 \cdot 172$.

Tidigare problem E2015:12, E2013:18, E2009:9

16: Kubbygge
Jämför de två lösningarna. Vilken har eleverna använt? Om ingen elev har använt sig av att utgå från att hela kuben är 27 enhetskuber så visa dem den lösningen. Att kunna se kuben som $3 \cdot 3 \cdot 3$, dvs tre våningar med tre rader av tre enhetskuber är tillsammans 27 enhetskuber är en viktig grund för att bygga upp förståelse för volymberäkningar.
Problem med klossar och klossbyggen finns nästan varje år, även i klasserna Milou, Benjamin och Cadet. Även gymnasieklasserna innehåller ibland problem med klossbyggen.

Tidigare problem: E2021:8, E2015:11, E2012:11, E2008:14, E2007:11, E2004:18

17: Figurer med olika egenskaper
Låt eleverna beskriva de 6 figurerna med rätt geometrisk beteckning.
Är rektangeln en kvadrat? Hur vet vi det?
Diskutera vilka egenskaper rektangel, kvadrat, triangel och cirkel har.
Vilka andra geometriska former känner eleverna till? Vad har de för egenskaper?

Vilket är det största antal som Vanja kan ha valt?
Hur skulle figurerna kunna se ut om det hade räckt med 2 klossar?
Hur skulle figurerna kunnat se ut om hon skulle ha varit tvungen att välja sex stycken?

Om det finns Logiska block på skolan kan de användas för liknande övningar. Låt eleverna sortera dem efter olika kriterier.

Tidigare problem: E2011:5

18: Ett sammanhängande streck

Låt eleverna beskriva med ord hur de fem bitarna ska ligga.
Låt dem berätta hur de har resonerat sig fram till lösningen.
Liknande problem där figurer ska byggas

19: Fotbollsturneringen

Gå igenom vilka olika poäng som ett lag kan få.
Hur många matcher kommer att spelas sammanlagt?
Hur många matcher blir det om det är 2 lag? 4 lag, 5 lag ….?'

Tidigare problem: E2012:18

20: Myrans väg på pyramiden

Det finns inget i problemet som talar om att kuberna ligger så att det är exakt 5 cm från kanten fram till kuben som ligger ovanpå. Påverkar det lösningen om kuberna ligger något förskjutna? Låt eleverna diskutera det och argumentera för att svaret ändå blir detsamma. För att illustrera detta kan ni lägga kuberna i ena kanten, så att det blir en tre kuber hög lodrät vägg på ena sidan.
Gör en pyramid med 4 våningar, 5 våningar etc.
Låt eleverna finna ett mönster för låsningarna. Hur lång väg blir det om pyramiden är 100 kuber hög? 1000 kuber?

Tidigare problem: B2005:6

21: Vägar mellan husen

Låt eleverna berätta hur de har resonerat. Hjälp dem att göra resonemangen tydliga, t ex genom att skriva upp de viktiga slutsatserna de gör om varje bit och förutsättning.
Gå igenom de övriga svarsalternativen och be eleverna att förklara varför de tre andra brickorna inte går att använda.

22: Parkpromenader

Utveckla frågorna, t ex:
När kommer de att mötas nästa gång? Och ytterligare nästa gång?
Hur många varv måste var och en gå för att de ska mötas tio gånger?
Ändra parkernas omkrets:
Om Ahmeds väg är 100 m och Saids väg är 200 m, när möts de då?
Om Ahmeds väg är 500 m och Saids väg är 600 m?
Hur stora kan parkerna vara om vi vill att Ahmed och Said ska mötas första gången efter 6 varv?
Hur stora kan parkerna vara om vi vill att de inte ska mötas förrän det är dags att gå hem igen?

23: Barnen äter plommon

Låt eleverna hitta olika exempel som visar att det inte spelar någon roll hur många plommon barnen åt, relationen mellan är hela tiden densamma så som frågan är konstruerad, t ex

Laura	12 plommon	45 plommon	1234 plommon
Sofie	10 plommon	43 plommon	1232 plommon
Boris	9 plommon	42 plommon	1231 plommon
Karl	10 plommon	43 plommon	1232 plommon
Alice	13 plommon	46 plommon	1235 plommon

Visa hur vi kan uttrycka antalet plommon genom att utgå från t ex Sofie och anta att hon har x plommon:

Soife	x
Laura	$x + 2$
Boris	$x + 2 - 3 = x - 1$
Karl	$x - 1 + 1 = x$
Alice	$x + 3$

Låt eleverna konstruera liknande problem, med andra relationer.

Tidigare problem: E2014:5, E2013:8

24: Vilket tal ska stå i rutan?

Gör enklare jämförelser, t ex:
2 vita = 24
1 vit och 1 svart = 20
Hur mycket är en svart värd?

2 vita och en svart = 25
1 vit och 2 svarta = 20
Hur mycket är en vit värd? En svart?

Uppmuntra eleverna att förklara sina svar.
Hjälp till att göra deras resonemang tydliga.

Lös problemet gemensamt. Låt eleverna få resonera sig fram och tydliggör genom att anteckna på skrivtavlan eller motsvarande.

Gå igenom de två lösningarna som finns i facit.
Be eleverna konstruera liknande problem till varandra.

Ett liknande problem finns i år på Benjamin, nr 18.

Tidigare problem: E2019:17, B2009:12