Arbeta vidare med Cadet

Matematiskt arbete handlar i stor utsträckning om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraters lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras. Många elever kanske också klarar sig utan de olika svarsalternativen.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det? Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru

Nedan har vi samlat några av problemen från Cadet 2022. Vi ger förslag på hur eleverna kan arbeta med uppgifterna efter tävlingen och, i vissa fall, tar vi upp specifika svårigheter. Vi ger även exempel på hur frågeställningarna och förutsättningarna i uppgifterna kan varieras.

Liknande problem från tidigare år kommer du åt via länken: http://ncm.gu.se/2664

Taluppfattning

Dolda siffror

Nästan varje år i olika tävlingsklasser i Kängurun finns problem där det finns dolda siffror som ska bestämmas. Här gäller det att tänka till kring hur vårt talsystem fungerar. I Cadet 2022 har vi problem 6 med ett uttryck som ska stämma, problem 9 med ett kvadratiskt uttryck, problem 16 där produkter av tal ska stämma samt problem 17 där siffror i rutor ska ha lika summor. Arbeta gärna med problemen i en sekvens och ta upp likheter och skillnader i problemen och vilka kunskaper om talen vi måste veta för att lösa dem. Samtliga problem inenhåller ett eller flera av våra räknesätt.

6 Sanja ska fylla i de tomma rutorna med fyra plustecken och ett minustecken så att uttrycket blir korrekt. I vilken ruta ska hon placera minustecknet?

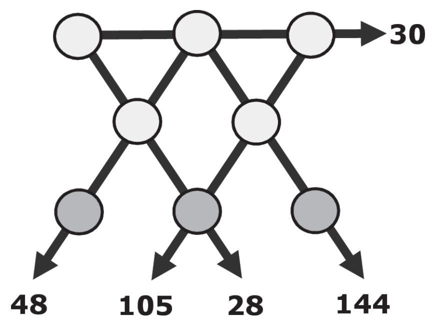
6□9□12□15□18□21=45

Låt eleverna hitta på liknande problem med uttryck och lös dem och dela med sina kamrater.

9 Gerard skrev ner summan av två tal i kvadrat. Tyvärr blev några av siffrorna täckta av bläck. Vilken siffra måste entalssiffran i det första talet vara?

Låt eleverna undersöka vad som händer om det varit en annan slutsiffra som skulle bestämmas. Uppgiften kan varieras genom att ändra antalet sffror i talen.

16 Talen 1–8 placeras i var och en av de åtta ringarna på bilden. Pilarna pekar på produkten av de tal som pilen går genom.
Vad är summan av talen i de tre nedersta ringarna?



17 Placera ett tal i varje ruta så att i summan i alla fyra möjliga 2x2 kvadrater är lika. Tre tal är redan placerade i rutorna.
Vilket tal måste placeras i det fjärde hörnet?

2		4
?		3

Både problem 16 pch 17 kräver ett systematiskt arbete. Prata gärna om vilka strategier eleverna använde när de löste problemen. Vilka tal måste stå i vilka rutor och finns det några som skulle kunna byta plats utan att det gör något med resultatet?

Heltalsproblem

Många av problemen undersöker de hela talen. Diskutera vad det innebär att ett tal är udda, jämnt samt vilka som är primtal.

8 Hur många heltal mellan 100 och 300 har endast udda siffror?

Om frågan varit hur mång antal det finns som är jämna, vad blir svaret då? Vad hade hänt om vi hade haft ett annat intervall av tal?

12 Tre systrar har alla olika ålder och deras medelålder är 10 år. Om vi tittar på deras åldrar parvis är medelåldern i två av paren 11 respektive 12 år.
Hur gammal är den äldsta systern?

Här är det åldern som är ett heltal och kombineras med att diskutera medelåldern. Variera genom att ha fler syskon.

Tidigare problem som handlar om heltal i ett medelvärdesproblem är Juniror 2016 nr 1, J2005:14, J2017:15, J2006:17.

Tid och sträckor

Ett populärt inslag i Kängurun är problem som rör tid och avstånd. Här i Cadet finns en variant av vardera slag i år. Låt elever hitta visa sina olika typer av illustrationer när de löser sina problem och diskutera vilka strategier ni tycker passar bäst i problemen. Här kan det bli tydligt att vi alla behöver lite olika bilder för att lättast se lösningen.

14 Det finns två klockor på väggen. Den ena klockan går en minut för fort varje timme medan den andra klockan går två minuter för sakta varje timme. Igår ställdes klockorna rätt men idag visade en klocka 11:00 och den andra 12:00.
När ställdes tiden in på klockorna igår?

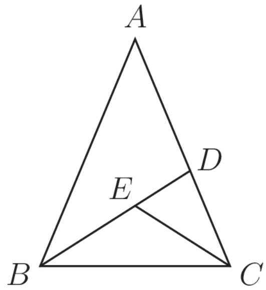
18 Byarna A, B, C och D ligger (inte nödvändigtvis i den ordningen) längs en rak väg. Avståndet mellan A och C är 75 km, avståndet mellan B och D är 45 km och avståndet mellan B och C är 20 km. Vilket av följande avstånd kan det *inte* vara mellan A och D?

Använd gärna tidigare vägproblem: Ecolier 2018:22, Benjamin 2020 nr 4, Cadet 2020:9 samt 2021:16, Junior 2020:11 samt tids- och datumproblem: B2019:4, C2011:3, C2016:23, J2006:3, J2021:2.

Geometri

Geometriska problem brukar ofta vara en utmaning för eleverna i Kängurun. I efterarbetet är det viktigt att låta eleverna motivera sina tankegångar och redovisa sina lösningar. Vad är ett bevis? Hur mycket måste redovisas i ett bevis och hur gör man detta på ett enkelt och tydligt sätt? Hur markerar man t ex att två vinklar är lika stora eller att de inte är det? Det går inte att hänvisa till att två vinklar ser lika stora ut eller att en vinkel är rät om man inte har fått veta att det är så.

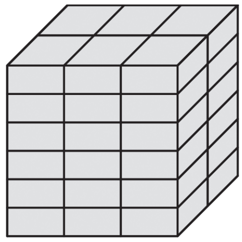
23 ABC är en likbent triangel där $AB = AC$. Triangeln är indelad i tre mindre likbenta tringlar så att $AD = DB$, $CE = CD$ och $BE = EC$.
Hur stor är vinkeln BAC?



Diskutera begrepp som likformighet, likbent, likabelägna, liksidig och skriv ner vad som är vad i en slags ordlista. Vilka trianglar är likformiga i figuren? Vad gäller för vinklar i likbenta trianglar?

Äldre problem som behandlar trianglars egenskaper är C2016 nr 18, J2010 nr19, J2016 nr 12, C2015 nr 8, C2013 nr2,m C2012 nr 13.

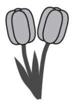
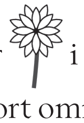
Andra geometriområden i år är ett problem med kub och volym.

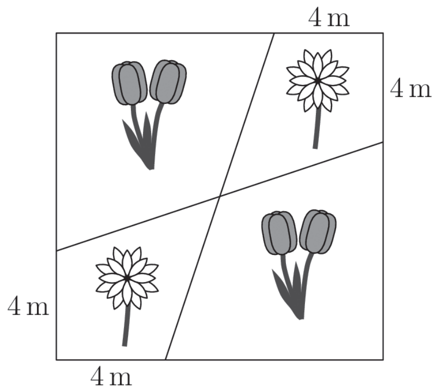


4 Byggare Bob har byggt en kub av små klossar, alla likadana. Klossarnas kortaste sida är 4 cm. Vilket mått har Bobs klossar?

Diskutera vad egenskapen hos en kropp medför om vi vet att det är en kub. Om det inte varit en kub, vad hade det då kunnat heta? Vilka egenskaper finsn för olika slags kroppar? Vad har klossen i problemet för geometriskt namn?

Om vi sedan går från volymer till areor finns problem 17.

17 Trädgårdsmästaren planterade tulpaner  och dahlior  i en kvadratisk rabatt med sidlängden 12 m.
Hur stort område planteras dahlior på?

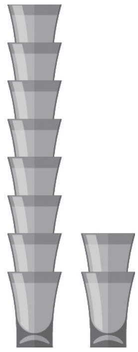


Själva kvadraten är lätt att beräkna arean på men hur är det med områden med dahlior och tulpaner? Diskutera hur områden kan delas upp och beräknas. Hur många olika lösningsstrategier hittar ni i klassen?

Algebra

Det finns alltid flera metoder att lösa problemen på. Många av dem är formulerade så att man med hjälp av svarsalternativen kan komma fram till svaret. Genom att arbeta vidare med problemen finns då chansen att diskutera generella lösningar där man låter eleverna arbeta med algebra. I flera av årets problem finns sådana som går att anknyta till algebra. Problem 17 som vi såg under rubriken taluppfattning är ett sådant exempel. Vi har fler som med fördel kan lösas med algebra.

10 Avståndet mellan två hyllplan i Monicas kök är 36 cm. Höjden av en stapel med 8 glas är 42 cm och en stapel med 2 glas har höjden 18 cm. Hur många glas kan som mest staplas för att få plats mellan två hyllplan i skåpet?



Ett likande problem finns i årets Benjamin nr 17.

15 Werner skriver ner några tal. Summan av talen är 22. Ria subtraherar vart och ett av Werners tal från 7. Summan av Rias nya tal är 34.

Hur många tal skrev Werner ner?

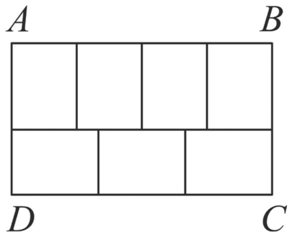
24 Det bor 2022 kängurur samt att antal koalor i sju parker. I varje park är antalet kängurur lika stort som antalet koalor tillsammans i de andra sex parkerna. Hur många koalor bor det totalt i de sju parkerna?

Diskutera de generella formler och strategier ni finner i de tre problemen och hur de skulle kunna användas om vi ändrar uppgifter i problemet, dvs visa på algebrans kraft.

Proportionalitet

Proportionalitetsproblem kan vara en utmaning och det är bra om elever får möta dessa i många olika skepnader och sammanhang. När problemet är att hitta förhållandet så ska man jämföra bråk och när vi skriver bråken är det viktigt att hålla ordning på vad som jämförs. Det går antingen att jämföra del med del eller att jämföra del med helhet:

19 Den stora rektangeln *ABCD* är indelad i sju identiska rektanglar.
Hur stort är förhållandet $\frac{AB}{BC}$?



Vad händer om vi har andra rektanglar med fler likadana rektanglar? Eller andra figurer uppbyggda med likadana former ? Låt eleverna forma egna problem.

Ett liknande problem finns i årets Junior nr 13.

20 En målare ville blanda 2 liter blå färg med 3 liter gul färg för att få 5 liter grön färg. Han gjorde misstaget att istället blanda 3 liter blå färg med 2 liter gul färg. Han använder en del av den felaktiga blandningen och ska tillsätta blå eller gul färg så att han får 5 liter med rätt nyans. Hur mycket av den felaktiga blandningen måste tas bort?

Proportionalitetsproblem från tidigare år är till exempel B 2021 nr 8 och 20.

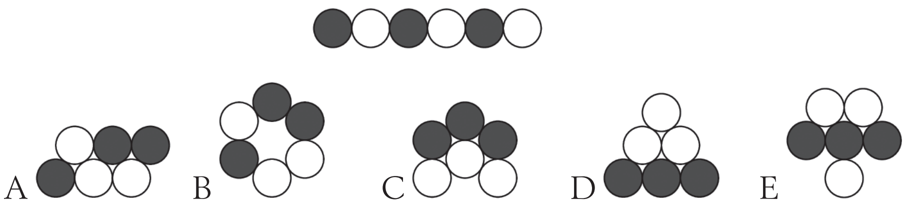
Problemlösning

Textproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket information att han- tera. Eleverna behöver få undervisning om hur de ska angripa den typen av uppgifter. Arbeta därför gemensamt med texterna. Gå igenom tillsammans och hjälp eleverna att sätta sig in i problemet, exempelvis med stödjande frågor. Hjälp eleverna att strukturera informationen i texten. Gå också igenom eventuella oklarheter beträffande ord och meningsbyggnad. Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad det handlar om och vad som efterfrågas är inte detsamma som att ”veta vad man ska göra”. Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna process, som består av flera steg och ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. Att lära sig hantera motgångar och misslyckanden är viktigt för att utveckla problemlösningsförmågan.

I problemlösning spelar resonemang och argumentation en stor roll. Hjälp eleverna att göra resonemangen tydliga och visa gärna hur du själv resonerar som komplement. För att kunna utveckla sitt resonemang är det bra att kunna få möjlighet att följa mer utvecklade resone mang.

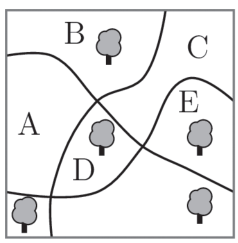
Nedan följer några problem som bygger på logiska reonemang och liksom problemen ovan också är problemlösning.

5 Larven på bilden viker ihop sig för att sova. Vilken av följande bilder kan visa den ihopvikta larven?



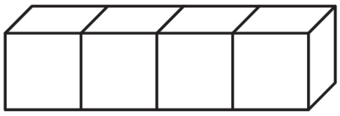
Ett liknande problem och i princip med samma svårighetsgrad finns i årets Ecolier nr 14.

7 Det finns tre stigar genom parken. Ett nytt träd ska planteras så att det finns lika många träd på båda sidor av varje stig. I vilket område ska trädet planteras?



Diskutera hur vi kan strukturera vad vi vet och vilka slutsatser vi kan dra av våra slutsatser vi drar om varje område.

11 På vanliga tärningar har motstående sidor alltid 7 prickar sammanlagt. Fyra tärningar limmas ihop till ett block som på bilden.
Vilket är det minsta möjliga antal prickar som finns på utsidan av hela blockets yta?



Variera uppgiften genom att använda andra typer av tärningar med fler sidor, fler eller färre antal tärningar osv.

21 Mowgli frågar zebran och pantern vilken dag det är. Zebran ljuger alltid på måndagar, tisdagar och onsdagar medan pantern alltid ljuger på torsdagar, fredagar och lördagar. Alla andra dagar talar de sanning.

Zebran säger: ”Igår ljög jag.”
Pantern säger: ”Igår ljög även jag.”

Vilken dag är det idag?

Liknande problem med sanningssägare och ljugare är B 2020:16, C2015:16, S2016:14.

22 Några punkter är markerade på en linje. Renard sätter sedan ut ytterligare en punkt mitt emellan varje par av intilliggande punkter på linjen. Han gör sedan samma procedur ytterligare tre gånger. Nu finns det 225 punkter på linjen.
Hur många punkter var markerade från början?