Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Ecolier 2020, facit och kommentarer

När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 30 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Om du inte har använt kalkylbladet finns det i detta material underlag för en sammanställning av elevernas resultat.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan och dela också ut de Kängurureflexer med texten *Jag har deltagit i Kängurun*, som kan köpas från NCM: bestallning.ncm.gu.se/produkt/reflex. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också intressanta iakttagelser av elevernas resultat och svar. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Ecolier.*

Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i tävlingsklasserna Ecolier, Benjamin och Cadet samt en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

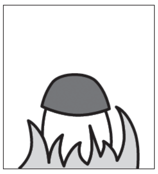
För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond.

På ncm.gu.se/kanguru finns en nomineringsblankett. Fyll i den och skicka nomineringen senast *30 april* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

Facit och kommentarer – Ecolier 2020

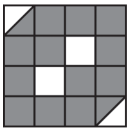
1 E 

2 E 

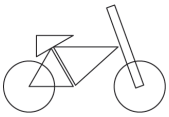
Bilderna är tagna i ordning B, E, C, A, D.

3 A 

$16+4=20$, $19+1=20$, $28-8=20$, $2\cdot 10=20$.
$16-4\neq 20$, $7\cdot 3\neq 20$

4 A 

I alternativ A är totalt tre rutor ofärgade, två hela och två halva. I de övriga är totalt tre och en halv ruta ofärgade.

5 E 

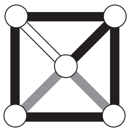
I alternativ A är den stora oliksidiga triangeln använd två gånger.
I alternativ B används en kvadrat.
I alternativ C används en liten cirkel.
I alternativ D är den liksidiga triangeln använd två gånger.

6 D 19

$1+3=4$; $4+3=7$; $7+3=10$; $10+3=13$; $13+3=16$; $16+3=19$; $19+3=22$, men 22 finns inte med.

7 E 

På de sidor som gränsar till ankan finns de fyra övriga alternativen. Inget av dem finns alltså på sidan mitt emot.

8 C 

Alternativ C visar samma pyramid, men ”vriden”. Sett uppifrån kommer den svarta kantstickan att vara placerad medurs efter den vita så som i svarsalternativ C. I alternativ D kommer den vita stickan att vara placerad medurs efter den svarta, sett uppifrån. Det utgår endast en svart kantsticka från toppen, alltså är alternativ A och E fel. Den svarta och den vita kantstickan är intill varandra, inte mitt emot varandra som i B.

9 C 3

Om man färglägger utifrån måste tre områden vara röda. De gula och blå områdena kan byta färg, men det påverkar inte de röda områdena.

10 C 5

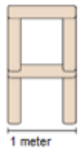
Bitarna, talen, är 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7 och rutmönstret, summan, är 17.
$1+2+3+4+5+6+7=28$, så alla bitar ger en summa som är 11 för mycket. Vi kan inte få summan 17 genom att ta bort en bit. Tar vi bort 7, det största talet, blir summan 21. Men två bitar kan vi ta bort, 5 och 6 eller 7 och 4, så att summan blir 17.

11 D 4

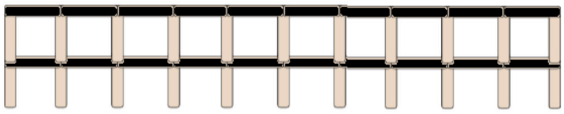
Till det första tuggbenet är det $1+5+2=8$ m. Eftersom kopplet är 11 m når hunden till ytterligare tre tuggben. För att nå det femte benet skulle kopplet behöva vara 12 m. Då hade hunden även kunnat nå det från andra hållet.

12 E 42

En sektion av stängslet kräver $4+2=6$ stolpar. Varje ny sektion behöver ytterligare fyra stolpar. Ett 4 m långt stängsel har 4 sektioner och behöver $4 \cdot 4+2=18$ stolpar. 10 m stängsel består av 10 sektioner, dvs $10 \cdot 4+2$ stolpar.



Alternativ lösning:
Ett tio meter långt stängsel består av 10 sektioner med 10 par vågräta stolpar och 11 par lodräta.



Sammanlagt 21 par dvs 42 stolpar.

13 D 70

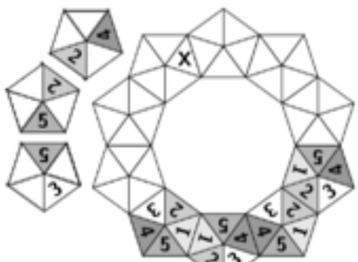
I varje hopp tar kängurun och kaninen tillsammans 10 steg, $7+3$. När de möts har de tillsammans hoppat 100 steg, eftersom trappan totalt har 100 trappsteg. Det krävs därför 100/10 hopp för att de ska mötas, dvs de möts efter 10 hopp. Då är kängurun på steg 70; $10 \cdot 7=70$, och kaninen har också kommit till steg 70; $3 \cdot 10=30$ trappsteg och $100-30=70$.

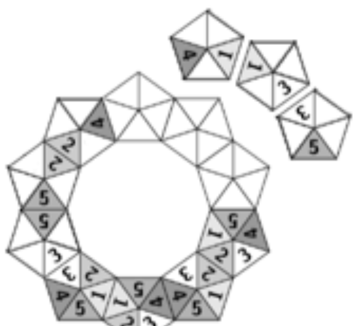
Djuren måste mötas på ett steg med ett nummer som är delbart med 7. Då återstår endast 63 och 70. Kängurun når 63 på 9 steg; $9 \cdot 7$ och 70 på 10 steg; $10 \cdot 7$. Kaninen kommer också till 70 på 10 steg, dvs $10 \cdot 3=30$ och $100-30=70$. Kaninen kommer dock aldrig till steg 63, då $100-63=37$ och 37 inte är delbart med 3.

14 D 4

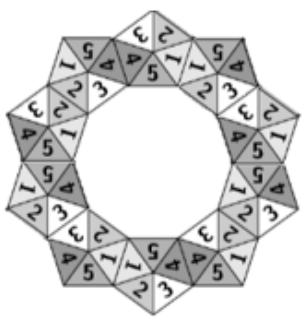
Brickorna är alla likadana, bara vridna på olika sätt. Vi börjar vid trean till vänster i kransen. Den bricka som möter trean ska möta nästa bricka med femman och siffror som vi nu inte behöver tänka på är raderade här.

Den som möter femman ska möta nästa med tvåan och brickan som möter tvåan ska ha fyran i triangeln markerad med x.





Vi kan också börja med femman till höger som i högra figuren.
Hela kransen med alla brickor och alla siffror ser ut så här:



15 B 3 korta och 3 långa

3 korta stickor är tillsammans 3 dm. Den totala längden blir 3 dm + 3 dm + 3 dm + 1 dm + 1 dm + 1 dm = 12 dm. Farid har då tre sidor med vardera en lång sticka och en sida med tre korta stickor.

Sidan i en kvadrat gjord av sådana stickor måste ha en längd av ett antal hela decimetrar. Omkretsen är fyra gånger sidan och ska vara 4, 8, 12, 16 … dm, dvs omkretsen. Den sammanlagda längden av stickorna måste vara jämnt delbar med 4.

Alternativ C, D och E uppfyller inte villkoret att längden ska var delbar med 4. Alternativ A uppfyller det villkoret men är inte möjligt. Den sammanlagda längden på stickorna är 8 dm, så sidan i kvadraten skulle vara 2 dm och en av stickorna är 3 dm. Vi hade behövt åtta korta stickor.

16 B 3

Fem av lådorna innehåller pennor och två av dem också sudd. Det finns då två lådor som bara innehåller ett sudd. Vi har då sju lådor som innehåller något. $10 - 7 = 3$, så tre lådor är tomma.

17 D 6

Summan av talen är $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. Talen bakom trianglar och kvadrater är $10 + 20$. Alltså återstår 6.

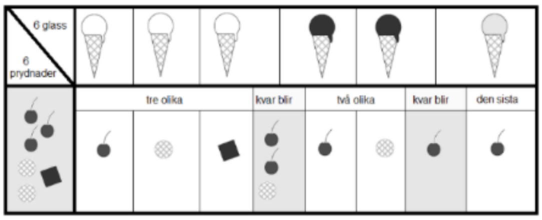
18 C Citronglass med kex

Vi gör en enkel tabell:

	vanilj	vanilj	vanilj	choklad	choklad	citron
3 körsbär	x			x		x
2 kex		x			x	
1 chokladbit			x			

Eftersom två glassar inte får vara lika måste de tre körsbären först läggas på alla olika glass-smaker, ett körsbär på varje sort. De två kexen måste läggas på olika glass, dvs vanilj och choklad, eftersom det bara finns en citronglass och den har redan fått ett körsbär. Chokladbiten hamnar då på den tredje vaniljglassen.

Eller:



19 E 2

$24 + 13 + 7 = 44$. Skillnaden mellan den ursprungliga summan och det nya resultatet är $50 - 44 = 6$. Det betyder att det hemliga talet är 2, eftersom det har subtraherats tre gånger.

20 A Abbey Lilly Cora

Varje gång är ett av namnen rätt och på rätt plats. Om Adele skulle vara rätt vore inget av de andra namnen rätt och på rätt plats, eftersom de då är fel i båda första och andra frågan. Samma resonemang gäller för Laura och Cleo, som båda förekommer i två frågor. Endast Abbey Lilly Cora kan svara ”ett namn är rätt och på rätt plats” varje gång som detektiven frågar.

21 D 5

Det finns totalt $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ kombinationer, alltså ytterligare fem.

Huvud	**Vingar**	**Stjärt**
röd	blå	grön
röd	grön	blå
blå	grön	röd
blå	röd	grön
grön	blå	röd
grön	röd	blå

22 B 8

Vi vet att antalet deltagare är 43 och att det är 5 eller 6 personer i varje lag. Antalet lag måste då vara fler än 7 eftersom $7 \cdot 6 = 42$ och färre än 9, eftersom $9 \cdot 5 = 45$. Fler än 7 och färre än 9 ger endast en möjlighet, 8. Kan vi hitta en möjlig fördelning? Tre lag med sex i varje och fem lag med fem i varje ger åtta lag och 43 personer.

Alternativ lösning:
43 går inte att dela jämnt med vare sig 5 eller 6. Det måste alltså vara en kombination av multiplar av 5 och multiplar av 6.

5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	

Vilka går att kombinera till 43? $18 + 25 = 43$. Så tre lag med sex i varje och fem lag med fem i varje, vilket ger 43 deltagare.

23 B 41

Den äldsta boken står mellan den tjockaste och den tunnaste boken. Dessa tre böcker utgår vi från. Det finns två möjligheter:

1. Den tjockaste boken står till vänster om den äldsta och den tunnaste till höger om den äldsta.
2. Den tjockaste boken står till höger om den äldsta och den tunnaste till vänster den äldsta.

I det första fallet står det ytterligare 20 böcker till vänster om den tjockaste och ytterligare 22 till höger om den tunnaste. Sammanlagt $3 + 20 + 22 = 45$ böcker.

I det andra fallet står den äldsta, den tunnaste och ytterligare 18 böcker till vänster om den tjockaste boken och till höger om den tunnaste boken står den äldsta, den tjockaste och 20 till, $3 + 18 + 20 = 41$ böcker sammanlagt. Alltså 41 är det minsta möjliga antalet böcker på hyllan. På hyllan står från vänster sett: 18 böcker, den tunnaste, den äldsta, den tjockaste, 20 böcker. För att finna det minsta antalet måste vi ställa böckerna så att de 22 böckerna till höger om den tjockaste boken också räknar med den äldsta och den tunnaste och att de 20 till vänster om den tunnaste också räknar med den äldsta och tjockaste.

24 A 12 cm

Den grå linjalen är 1 cm kortare än den svarta, så avståndet mellan den grå linjalen och lådans högra kant är 3 cm. (Om man skjuter den grå linjalen 2 cm åt höger ligger den grå och svarta jämnt i vänsterkant. För att den grå linjalen ska ligga mot den högra kanten måste den skjutas 3 cm.) Avståndet mellan den vita linjalen och högra kanten är därför 3 cm + 3 cm = 6 cm. Den vita linjalen är därför 18 cm – 6 cm = 12 cm.

Redovisning av resultat

Redovisning av resultat sker på ncm.gu.se/kanguru. Det enklaste sättet att redovisa är att ladda upp det ifyllda kalkylbladet. I det finns alla uppgifter som vi behöver. Mer information om hur kalkylbladet fungerar finns i dokumentet *Att använda kalkylbladet*, som du hittar på ncm.gu.se/kanguru.

Om du *inte* har använt kalkylbladet ber vi dig fylla i motsvarande uppgifter i det formulär som finns på webben. De blanketter som finns här är till för att du ska kunna sammanställa de uppgifter som du sen ska skriva in.

Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031–786 69 85. Redovisa senast den 30 april.

Redovisningsblankett A

Namn och poäng för de två bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
3		
4		

Om du har fler elever med mycket bra resultat, mer än 77 poäng, kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se.

Antal elever med	åk 3	åk 4
77 – 96 poäng		
57 – 76 poäng		
41 – 56 poäng		
25 – 40 poäng		
13 – 24 poäng		
0 – 12 poäng		
Totalt antal deltagare		

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

Antal elever med rätt svar på uppgiften

Uppgift	åk 3	åk 4
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		