



Kängurun – Matematikens hopp

Milou 2019, facit och kommentarer

Vi hoppas att problemen i Milou blev en spännande och positiv upplevelse för både elever och lärare. Nu kan ni diskutera och kontrollera lösningarna genom att pröva laborativt. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över, även ord från vardagen som exempelvis par, hovar, grind och form. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att de andra svarsalternativen än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Milou*.

1 D



2 B 6

Oavsett om eleverna har gjort par så att strumporna passar ihop eller om de bara parat ihop dem två och två så får de 6 par. Uppgiften är medvetet gjord så att även de som inte har erfarenhet av att strumpor kan höra ihop kan få rätt antal par. Se vidare i materialet *Arbeta vidare med Milou*.

3 D 3

Alla hästar får 4 skor, $12/4=3$.

4 C



Denna sekvens finns på flera ställen i halsbandet.

5 B 3

Burkarna med \blacklozenge , \blacktriangleleft och ⌘ står på en annan plats.

6 E

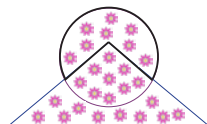


Biten går att få på tre olika sätt.

7 A söndag

Om det är tisdag i morgon är det måndag idag, alltså söndag i går.

8 A 8



I den översta delen av bilden som svarar mot "i cirkeln, men utanför triangeln" finns det 8 blommor.

9 C 7kr

Två äpplen och två päron kostar tillsammans $6\text{ kr} + 8\text{ kr} = 14\text{ kr}$.

Ett äpple och ett päron kostar då $14\text{ kr}/2 = 7\text{ kr}$.

Alternativ lösning:

Ett äpple kostar $6\text{ kr}/2 = 3\text{ kr}$.


Ett päron kostar $8\text{ kr}/2 = 4\text{ kr}$.

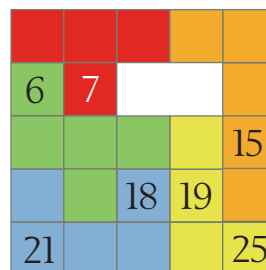
Ett äpple och ett päron kostar $3\text{ kr} + 4\text{ kr} = 7\text{ kr}$.



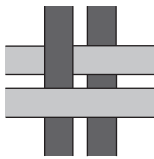
- 10 E 4 och 5 Om grind 4 eller 5 är öppen kan musen ta osten.



- 11 B  Om bitarna läggs ihop saknas biten med 8 och 9. Det går även att räkna antalet rutor och se att det fattas två stycken.

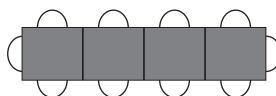


- 12 B 3 Mika står som nummer 7 och Kim som nummer 11. Mellan dem står nr 8, 9 och 10.

- 13 B  Ett ljus band (men inte båda) ligger under de mörka. Sett från andra sidan kommer detta (men inte det andra) ljusa bandet att ligga över. Bara i alternativ B ligger exakt ett ljus band över båda mörka. Vänder man väven som man vänder en sida i en bok så kommer den att ses som i B.

- 14 A 5-2-3-1-4 Eftersom alla pappersbitar är kvadrater kan vi sluta oss till i vilken ordning de ligger.

- 15 C 10 Om vi sätter ihop fyra bord kan det sitta två barn vid varje och sedan ett barn vid varje kortsida av det långa bordet.



- 16 D 6 Om det hade varit 10 dromedarer hade det funnits 10 pucklar. Nu finns det 14 pucklar, så 4 av djuren måste ha två pucklar. Alltså är det bara 6 dromedarer.

- Extra 24 djur Det finns 8 fler får än kor. Det är hälften så många kor som får. Det betyder att 8 är hälften av antalet får. Alltså finns det 16 får och 8 kor. Vi kan också tänka att det finns dubbelt så många får som kor. Alltså är 8 fler detsamma som dubbelt och det finns då 8 kor och 16 får.



Arbeta vidare med Milou 2019

Vi ger här några förslag på hur problemen kan vara utgångspunkt för vidare arbete. En del av dem passar bäst i förskoleklass medan andra kanske bara fungerar i årskurs 2. Se detta som förslag och som idéer att utveckla och anpassa. Vi ger också några förslag på tidigare problem som har koppling till årets eller till våra förslag på uppföljning. Problemen är hämtade från klasserna Milou (M) och Ecolier (E) i första hand, och problemen från Ecolier är då något svårare. I något fall finns också ett förslag från Benjamin (B). Då finns det, förutom problemet, även ytterligare förslag på vidare arbete i respektive års "Arbeta vidare med problemen". Många fler sådana tillbakablickar går att göra. Ögna gärna igenom tidigare problem för fler förslag.

Låt alla först få möjlighet att lösa problemen på egen hand om de inte har hunnit med det. Sen passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Uppmuntra dem att hitta så många olika lösningssätt som möjligt. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. För att eleverna ska vilja och kunna analysera och diskutera varandras lösningar behöver de få vänja sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Detta är ett långsiktigt arbete, men om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemen är lösta:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
- Påminner problemet om något annat, som vi har löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Gå också igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. De felaktiga svarsalternativen kan också användas som utgångspunkt för diskussion om vad som skulle kunna leda fram till dessa svar: "Hur tror ni att den som har fått alternativ A som svar har tänkt?"

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer senare i vår att publiceras på [Kangurusidan, ncm.gu.se/kanguru](http://Kangurusidan.ncm.gu.se/kanguru). Där finns också alla tidigare problem tillgängliga. Många av dessa går att använda i din grupp även om de ursprungligen var tänkta för äldre elever. Säkert har du också egna idéer om hur problemen kan vidareutvecklas. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se.

Sist i detta dokument finns förslag på litteratur och några hänvisningar till material på webben.



1 Talen i molnen

Problemet handlar om att känna igen siffrorna och läsa ut dem som tal och att avgöra talens ordning. Begrepp som behövs i diskussionen om lösningen är bl a mindre än och större än.

Alla barn i Milouåldern är nog helt säkra på talraden upp till 10 och ännu längre. Men uppmärksamma ändå övergångar För de yngsta tiotalsovergångar och sedan även hundratal, tusen tal etc.

Några exempel på frågor:

- Vilket tal kommer efter 29? före 40?
- Vilket tal kommer efter 199? före 600?
- Jämför med $29 + 1$, $40 - 1$; $199 + 1$, $600 - 1$, $999 + 1$, $2000 - 1$...

- Vilket är det största tvåsiffriga talet? Det minsta? Det största tresiffriga? Femsiffriga?
- Vilket är det största tal du kan skriva med siffrorna 123? Variera
- Vilket är det minsta tal?

Prata om det mönster som finns och om positionssystemet, som hjälper oss att skriva hur stora tal som helst med hjälp av bara 10 siffror.

I vardagen pratar vi ibland om siffror när vi menar tal, och oftast är det inget problem eftersom sammanhanget hjälper oss, men om vi vill vara korrekta är siffrorna själva symbolen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, och 9 och talet det som symbolen betecknar. Siffror kan ju användas till annat än att beteckna tal, t ex som märkning eller dekoration. 3 är alltså en siffra som kan stå för talet tre, på samma sätt som å är en bokstav som kan vara ett ord.

Berätta gärna om andra sätt att skriva tal, t ex med romerska siffror eller mayafolkets skrivsätt. Se Ecolier 2 i årets tävling.

Arbeta vidare med talraden: hur långt kan man räkna?

- Vilket är det största talet?
- Finns det tal som är mindre än 1?
- Mindre än 0?
- Var har ni träffat på negativa tal?

Med utgångspunkt i barnens erfarenheter från verkligheten eller utifrån ett samtal om talraden får eleverna möjlighet att diskutera negativa tal långt innan det blir en del av kunskapskraven. Samtal om tal, där tal i sig är innehåll inte beräkningar, är viktigt för att bygga upp elevernas taluppfattning. Det är också mycket intressant, för eleverna men också för läraren som kan få mycket information om hur barnen tänker.

Tidigare problem: M 2009:6, M 2010:7, M 2014:8, M 2016:1, E 2005:9, E 2006:14, E 2012:13, E 2014:1 och E 2002:20 som är relativt svår.

2 Para ihop strumpor

Problemet handlar om par och parbildning. Det är gjort så att det blir rätt svar även om man parar ihop utan tanke på hur strumporna ser ut. Kanske är inte alla barn vana vid att sortera och para ihop strumporna i strumplådan. Det är ju inte nödvändigt att strumporna på fötterna är lika. Att använda olikfärgade strumpor är i vissa fall ett medvetet ställningstagande. Den 21 mars, dvs i år samma dag som Kängurutävlingen, är det Världsdagen för Downs syndrom (människor med Downs syndrom har 3 ex av kromoson 21). Den dagen är att "rocka strumpor" en manifestation för alla människors lika värde och rättigheter. Läs mer på www.svenskadowndforeningen.se/rocka-sockorna/.

Begreppet par har olika betydelse i olika sammanhang. Oftast, och alltid i strikt matematiska sammanhang, betyder det att två stycken ur en mängd bildar en enhet, två stycken som hör ihop på något sätt. Uttrycket "ett par" har en speciell betydelse i "Lisa och Lasse (eller Lisa och Eva) är ett par", men om vi säger "ett par böcker" är det inte så givet vad vi menar – hur många böcker är det? Sen finns också "ett par byxor" – Hur många byxor är det? Det finns en historisk förklaring, byxor var från början inte ihopsydda utan bestod av två ben, ett par ben.



Att prata om ord vi använder inom matematik är viktigt. Ord som har olika betydelse i olika sammanhang behöver diskuteras speciellt så att eleverna uppmärksammas på dessa och så att de vet vilken betydelse ordet har i det aktuella sammanhanget. Uppmuntra barnen att fråga om ord som de inte helt förstår, och ta upp till diskussion sådana ord som du märker att någon har problem med, ofta är det fler som funderar på detsamma.

- Låt eleverna ge exempel på par av olika slag.
- Gör par (två st) av olika antal klossar eller liknande. Går det alltid att göra par? Vilka antal går att dela upp i par? Se på sambandet mellan par och jämna tal.

Alla jämna tal kan skrivas som 2 · ett tal ($2 \cdot n$). Illustrera de jämna talen konkret eller med bild så att denna struktur blir tydlig:



Se på sambandet mellan dubbelt och hälften, multiplikation med 2 och division med 2.

- Vilka (hela) tal kan delas med 2 utan att det blir någon över?
- Hur många kan som mest bli över, dvs hur stor kan resten bli som störst?

Gör andra typer av parbildning, för de yngsta tex tärningsmönster och siffra, ett tal och ett uttryck, exempelvis 7 och $3 + 4$, en räkneseq och ett uttryck:

”Darin har 12 äpplen och Kiran har 7 äpplen. Hur många fler äpplen har Darin?” och $12 - 7$.

Gör också öppna exempel så att eleverna får motivera varför de tycker att de bildar ett par.

Tidigare problem: M 2010:2, E 2009:1, E 2016:4 och E 2017:2.

3 Nya hästskor till hästarna

Problemet handlar om hur många gånger fyra hästskor kan plockas från mängden med 12 hästskor. Det är ett exempel på det som brukar kallas *innehållsdivision*. Om vi skulle skriva upp det som en division, med ”enhet” utskriven skulle det bli: $12 \text{ hästskor} / 4 \text{ hästskor} = 3 \text{ st/gångar} / \dots$. Alltså i kvoten får vi inte hästskor.

Jämför med: ”Per Olsson har 12 hästskor. Han har 4 hästar, hur många skor kan de få vardera?” Detta är ett exempel på *delningsdivision*, om vi delar i 4 delar hur många blir det i varje del. Utskrivet: $12 \text{ hästskor} / 4 = 3 \text{ hästskor}$.

I den här åldern behöver eleverna inte skilja på olika typer av division, men de har redan erfarenheter från vardagen som kan användas som utgångspunkt för diskussion. De har delat upp mängder med sina syskon eller kamrater för att alla ska få lika många. De har också plockat bestämda antal från en mängd för att se hur många det räcker till.

Diskutera hur eleverna löste uppgiften. Några har troligen markerat fyra och fyra i bilden medan andra har arbetat med tal och lagt ihop $4 + 4 + 4 \dots$ för att se när det blir 12. Några kanske visste att 12 är 3 gånger 4. Jämför de metoder eleverna har använt så att de ser likheterna och sambandet mellan $12/4 = 3$ och $3 \cdot 4 = 12$. Jämför också med $12/3 = 4$ och $4 \cdot 3 = 12$. Använd både konkret material och symboler.

Variera problemet genom att ändra antalet hästskor och ändra hästar och hästskor till något annat, så att den generella idén blir tydlig. Ett exempel:

Peter kanin äter 2 morötter varje dag. Han har 30 morötter i sitt skaffer. Hur länge räcker de?

- Låt eleverna göra egna exempel och beskriva sambanden.



4 Halsbandet

Här handlar det om att se om de tre kulorna återfinns i halsbandet, i samma ordning. Den del som finns i halsbandet, alternativ C, finns på flera ställen. Låt eleverna hitta alla.

- Beskriv halsbandet med symboler, t ex bokstäver V, G och S.
 - Finns det något mönster?
 - Hur skulle ett dubbelt så långt halsband se ut, med samma mönster?
 - Rita, eller gör, egna halsband med upprepande mönster och låt eleverna beskriva dem
- Eleverna kan också rita eller göra egna halsband och försöka hitta mönstret i kamraternas halsband och beskriva dem.
- Låt eleverna konstruera andra mönster och diskutera hur mönster som upprepas har en del som återkommer. Identifiera delen i elevernas mönster.
 - Hur ser delen ut i halsbandet?

Mönstret kan också vara sådant att det förändras enligt en bestämd regel. Gör sådana exempel och låt eleverna beskriva förändringen muntligt, ett exempel:

- ABABA ...; ABBABBABB; ABBBABBABBBB;
- Hur skulle nästa sekvens se ut?

Halsbandet är *symmetriskt*, det går att finna både spegling och rotation. Rita ut symmetriaxlarna för spegelsymmetrin. Diskutera vad symmetri är och låt barnen beskriva med ord.

- Undersök elevernas egna, ritade eller trädde, halsband och sök symmetri.
- Undersök symmetrier i andra sammanhang, andra former, i bilder etc.

Tidigare problem: M 2008:12, M 2010:1 och 5, M 2013:11, M 2017:8, 9 och 13, M 2018:2, E 2006:12, E 2011:8 samt E 2018:6.

5 Burkuppställning

Även här handlar det om att vara uppmärksam och jämföra tecknen på burkarna. Diskutera olika strategier för att lösa problemet. Har någon arbetat systematiskt, t ex undersökt burkarna i ordning?

- Låt eleverna beskriva med ord vilka burkar som har bytt plats, och hur de har bytt.
Några ord som kan användas: överst, i mitten, längst ner, översta, mellersta, nedersta, höger och vänster.
- Alternativet *en burk* finns inte med, varför kan det aldrig bli en burk?
- Går det att få alla de andra svaren?

Tidigare problem: M 2015:2 och E 2009:15.

6 Klipparket

Detta problem påminner om de två tidigare, det handlar om att känna igen en del i en större figur.

- Även här finns rätt bit på flera ställen i bilden. Leta reda på alla tre.
Uppmärksamma eleverna på att man kan vrida på bitarna.
- Låt eleverna beskriva bilden och de fem bitarna i alternativen.
- Motivera varför alternativ A–D inte är riktiga.

Uppmuntra användning av matematiska termer. Figuren i nedre vänstra hörnet, ”diamanten”, har lika långa sidor, så om vi betraktar sidorna som räta linjer är det en romb.

Tidigare problem: M 2015:12; M 2018:7 och E 2018:9.



7 Veckodagarna

Huruvida kalender och tideräkning ska räknas som matematik diskuteras ibland. Det finns hur som helst möjlighet att använda matematik i sådana sammanhang och varje år finns det kalenderproblem i Kängurutävlingen, både för yngre och äldre elever.

Prata om veckans dagar och använd orden idag, igår, i morgon, i förrgår i övermorgon, nästa vecka, förra veckan etc.

- Hur många dagar är det i en vecka, två veckor, tre veckor ...?
- Hur många dagar i en månad? På ett år?
- Undersök en almanacka och se på mönstret i veckodagar och datum.
- Om vi vet att första april är en tisdag, vilket datum är det då nästa tisdag?

Tidigare problem: E 2004:14, E 2018:7 och E 2018:14.

8 Blommorna i cirkeln

Problemet handlar om begreppen triangel och cirkel och utmanar det logiska tänkandet. För att klara problemet måste eleverna veta vad en cirkel och en triangel är, men också hantera informationen ”innanför cirkeln men utan triangeln”. För många är det nog det svårare. Att kunna hantera sådan information är nödvändigt för att senare kunna hantera venndiagram, som kan vara mycket användbara blä för problemlösning.

Visa på bilden, först vilka blommor som är innanför cirkeln och avgränsa sedan de som är utanför triangeln.

- Vad skulle svaret ha varit om frågan hade varit:
 - Hur många blommor är innanför triangeln men utanför cirkeln?
 - Hur många blommor är innanför cirkeln och innanför triangeln?

Använd problemets struktur men lägg några blommor (eller annat) utanför både cirkeln och triangeln.

- Hur många ligger utanför cirkeln nu?
 - Nu måste man räkna både de som ligger utanför båda figurerna men också de som ligger innanför triangeln men utanför cirkeln.

Gör liknande övningar och gör gränser med olika former eller med olika färg för att avgränsa mängderna. Detta kan gärna göras med laborativt material. Ställ frågor som:

- Hur många är utanför den röda?
- Hur många är innanför den blå?
- Hur många är innanför både den röda och den blå.
- Låt eleverna konstruera liknande problem till varandra.

Tidigare problem: M 2014:6, M 2015:8, E 2004:7, E 2009:2 och E 2016:8.

9 Äpplen och päron

Här handlar det om grundläggande aritmetik förutom problemlösning. Det är ett flerstegsproblem och därför inte helt lätt för barn i Milouåldern, även om de ingående beräkningarna inte är så svåra. Det finns i huvudsak två sätt att resonera, se facit. Gå igenom de två sätten.

- Gör ett exempel där två äpplen kostar 5 kr och två päron kostar 7 kr och jämför de två metoderna.
- Låt två äpplen kosta 5 kr och två päron 8 kr.

Även om vi inte har 50-öringar så kostar inte allt jämna kronor. Om vi betalar kontant får vi betala jämnt antal kronor, men kostnaden är inte alltid jämn. Att diskutera kronor och ören är värdefullt som erfarenhet både för att senare förstå tal i decimalform och för att kunna hantera andra valutor, exempelvis Euro där det ju finns cent som också används.

Tidigare problem: M 2013:5, E 2011:7 och E 2012:4.



10 Musen och osten i labyrinten

Uppgifter av den här typen har de flesta träffat på tidigare, både i skolan och på fritiden. Kanske har någon också haft möjlighet att försöka hitta ut ur en labyrint i verkligheten.

Hur gör eleverna när de upptäcker att de har gått fel? Om man ritar i labyrinten är det viktigt att vara noggrann med pennan, för några kan detta bli en motorisk utmaning. I den här uppgiften måste man också komma ihåg, och kontrollera, vad som är frågan så att inte musen kommer åt osten. Hur löser eleverna uppgiften? Börjar de vid musen eller vid osten?

- Använd bilden och låt eleverna beskriva hur musen ska gå. De kan antingen göra en beskrivning för hur någon ska förflytta musen på bilden – t ex

- 1: åt höger
- 2: sväng uppåt
- 3: uppåt
- 4: sväng åt höger ...

eller en beskrivning till musen, hur den ska röra sig i labyrinten:

- 1: gå rakt fram
- 2: sväng åt vänster
- 3: gå rakt fram ...

Tidigare problem: M 2013:8, M 2014:5, M 2016:5, E 2011:3 och 10 samt E 2013:7.

11 Talrutan

Det finns två huvudmetoder här:

- 1: att markera i tabellen vilka rutor som hör till de urklippta bitarna och se vilka som blir omarkerade
- 2: att fylla i de saknade talen på bitarna och sedan jämföra med tabellen.

- Vilken metod använder eleverna? Varför valde de den metoden?
- Låt alla lösa problemet på båda sätten.
- Har någon räknat antalet rutor och på så sätt löst problemet?
Varför fungerar det i det här fallet?
- Låt eleverna göra egna bitar till tabellen.

Tabellen kan ses som en illustration av multiplikation med 5. Även om eleverna ännu inte mött multiplikation kan de se mönstret och fortsätta att bygga ut tabellen.

- Vilka tal kommer att stå i högerkanten?
- Vilka tal kommer att stå i vänsterkanten?
- Se på olika mönster i tabellen, t ex på $3 + 5$, $13 + 5$, $23 + 5$.

Tidigare problem: M 2009:10 och B 2003:13.

12 Kioskkön

Problemet handlar om ordningstal och lägesord, och är inte så matematiskt svårt, men det är en del text att hålla reda på. Utgå från problemet och variera frågorna.

- Om Kim står på sjunde plats, hur många står framför? Bakom?
- Vilken plats i ordning står Mika på? Hur många står framför Mika? Bakom?
- Låt eleverna ställa upp sig på rad och ställ frågor om ordning och antal.

Tidigare problem: M 2015:15, E 2002:17, E 2004:15 och E 2015:12.



13 Fyra vävda band

Att föreställa sig något från en annan vinkel eller från en helt annan sida är utmanande för många. Troligen var detta ett svårt problem för flera. Kanske försökte någon att se på andra sidan pappret, en kreativ lösning som ändå tyder på en grundläggande förståelse för problemet. Tyvärr fungerar det inte här.

- Låt eleverna få beskriva muntligt hur de tänker.
- Hur har de tänkt sig "andra sidan"? Har de vänt på väven eller förflyttat sig själva till andra sidan?
- Om man vänder, spelar det då någon roll hur man vänder på väven, som en boksida eller som ett block?

Visa väven konkret, med band eller pappersremsor, så att alla får se hur den ser ut från båda håll. Gör fler konkreta vävar och låt eleverna först rita eller beskriva hur den ser ut på andra sidan, och titta sedan och jämför. I Ecolier finns ett motsvarande problem, med tre band åt varje håll. Pröva det också.

Tidigare problem: M 2009:5, M 2010:9, E 2014:4, E 2016:3 samt E 2017:4 och 9.

14 Kvadrater på hög

Här utmanas både förmågan att visualisera och att tänka logiskt. Dessutom spelar begreppet kvadrat en viktig roll för lösningen. Lös gärna uppgiften konkret med urklippta kvadrater.

- Hur vet vi att kvadrat 5 ligger ovanpå kvadrat 2?
- Hur vet vi att kvadrat 4 ligger under kvadrat 1?
- I vilken ordning har kvadraterna placerats på bordet?

En viktig information i problemet är att alla bitarna är kvadrater, annars skulle exempelvis 2 kunna ligga över 5.

- Låt eleverna beskriva vad en kvadrat är och uppmärksamma de viktiga egenskaperna, alla fyra sidor lika långa och räta vinklar (även om vinklarnas egenskap inte används i det här problemet)

Tidigare problem: M 2014:9 och E 2016:11.

15 Bord och stolar

Detta är ett relativt enkelt problem av en central typ. Det bygger på att ett mönster upprepas, i det här fallet 1 vid varje sida + 2 vid kortändan. Inledningsvis kan eleverna beskriva detta samband muntligt men äldre elever kan också uttrycka det symboliskt med hjälp av en formel.

- Rita upp långbordet och platserna.
- Hur många skulle få rum, på samma sätt, om vi hade 10 bord? 20?
Sök efter ett mönster och låt eleverna försöka muntligt formulera sambandet.
- Ändra problemet så att det sitter 2 vid varje sida. 5 vid varje sida.
- Ändra så att det är rektangulära bord med fler personer vid långsidorna, t ex 3 vid långsidorna och 1 på kortsidorna.

På Ecolier i år finns ett liknande problem, nr 18.

Tidigare problem: M 2008:11, M 2013:11 och E 2006:12.



16 Dromedarer och kameler

I detta problem handlar det om att hitta en problemlösningstrategi.

- Låt eleverna berätta om hur de resonerar sig fram till lösningen och strukturera olika lösningsförslag så att alla kan följa med.
- Lös problemet gemensamt med olika uttrycksformer, konkret, med bild och med symboler.

För att alla ska förstå problemet kan du ställa stödjande frågor:

- Hur många pucklar skulle det ha varit om alla 10 djur var dromedarer?
- Om alla 10 djur var kameler?
- Hur många djur hade det varit om alla var dromedarer?
- Om alla var kameler?

Tidigare problem: M 2010:11, M 2014:10, M 2016:10, E 2009:14, E 2012: 8 och 9 samt E 2016:15.

Extraproblemet Får och kor

Centralt i detta problem, förutom att finna en lösningstrategi, är begreppen hälften och dubbelt. Vid problemlösning är det ofta viktigt att stegvis ta sig an informationen. Använd detta problem och visa genom gemensam diskussion hur det kan gå till, exempelvis:

- Det finns får och kor.
- Det finns 8 fler får än kor – alltså är fåren flest.
- Det finns hälften så många kor som får – alltså finns det dubbelt så många får som kor.
Det betyder att fårens antal är "lika många som korna + lika många till".
- Fåren är 8 fler än korna, så 8 är detsamma som "lika många till".
- Det finns alltså 8 kor på gården.
- Fåren är dubbelt så många, alltså 16.
- Sammanlagt finns det $8 + 16 = 24$ kor och får tillsammans.

Gör om problemet men med andra tal, t ex 4 fler kor, 6 fler kor etc.

Det finns ett intressant samband mellan talen: om en del är dubbelt så stor som den andra delen är den mindre delen en tredjedel av helheten. Undersök många tal och låt eleverna upptäcka detta samband.



Litteratur

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem*. NCM, Göteborgs universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal*. NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Sterner, G., Helenius, O. & Wallby, K. (2014). *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*. NCM, Göteborgs universitet.

Nämnamnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnamnaren artiklar äldre än ett år finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnamnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Nämnamnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem*, ncm.gu.se/manadens-problem.

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte och mål.

Matematiklyftets lärportal larportalen.skolverket.se. På lärportalen finns moduler om problemlösning för alla stadier. Dessa ingår i Matematiklyftet men finns fritt tillgängliga för alla. På Lärportalen finns också andra moduler där problemlösning ingår.