



Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp 16 mars 2017

Student – för elever på kurs Ma 4 och Ma 5

- Tävlingen genomförs under perioden 16–24 mars. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*
- Meddela senast 6 april hur många elever som har deltagit på ncm.gu.se/kanguru. Då får du rättningsmall och lösningar samt förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen.
- Redovisa resultatet senast 29 april.
- *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter.
- Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.
- *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*
- Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.
- Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.
- Läs tillsammans med eleverna igenom informationen på nästa sida innan de sätter igång.
- Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information.
- Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 17 april, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med lösningar och facit.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se, tel: 031-786 2196 eller 031-786 2286.



Till alla elever

Välkommen till

Kängurun – Matematikens hopp 2017

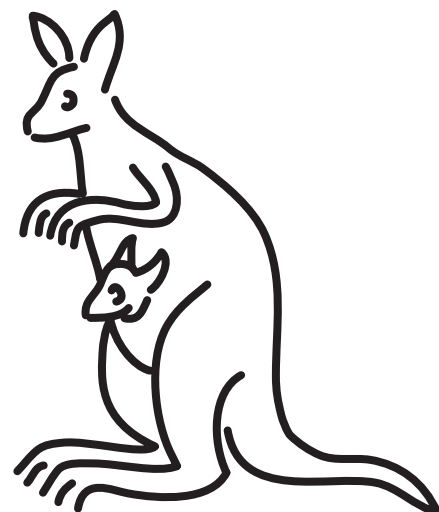
Nu är det dags för årets Kängurutävling, som genomförs av ca 6 miljoner elever i drygt 60 länder. Tävlingen är en av världens största matematiktävlingar. Vi hoppas att du ska tycka om årets problem – även dem du inte lyckas lösa vid första försöket. Vid varje uppgift kan du se varifrån den kommer.

Kängurun består av 3 avdelningar med 8 problem i varje. Den första avdelningen tror vi ska vara den lättaste och i den sista avdelningen kommer de svåraste problemen. Det är svårt att hinna med alla problem och det är mycket svårt att få alla rätt. Tillsammans i klassen kan ni sen arbeta vidare med problemen.

Till varje problem finns det fem svar att välja mellan. Bara ett av de svaren är riktigt. Du kan ibland lösa problemet genom att pröva de olika svarsalternativen.

Du behöver kladdpapper. Du får däremot *inte ha tillgång till räknare, datorplatta, dator eller mobiltelefon*. Fråga din lärare om det är något du undrar.

Lycka till med årets problem!





Trepoängsproblem

1.

$$\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7} =$$

- A: 3,4 B: 17 C: 34 D: 201,7 E: 340

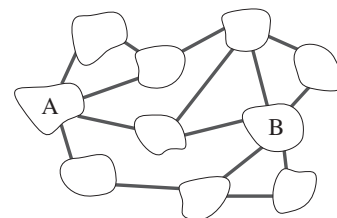
Sverige

2. Benjamin har en modelljärnväg. Han bygger modeller i skala 1:87, där en av modellerna är av hans bror som då blir 2 cm. Hur lång är hans bror?

- A: 1,74 m B: 1,62 m C: 1,86 m D: 1,94 m E: 1,70 m

Tyskland

3. Bilden visar 10 öar som är sammanbundna med 15 broar. Vilket är det minsta antal broar som måste förstöras för att det ska vara omöjligt att förflytta sig från A till B?



- A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

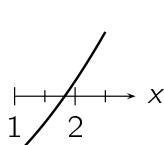
Danmark

4. För två positiva tal a och b gäller att 75 % av a är lika med 40 % av b . Vilken av följande likheter gäller?

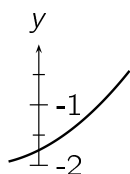
- A: $15a = 8b$ B: $7a = 8b$ C: $3a = 2b$ D: $5a = 12b$ E: $8a = 15b$

Ryssland

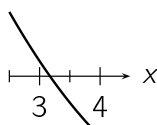
5. Fyra av nedanstående fem bilder är en del av grafen till samma andragsgradsfunktion. Vilken bild är inte del av grafen?



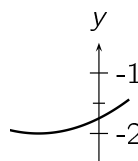
A



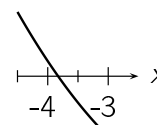
B



C



D

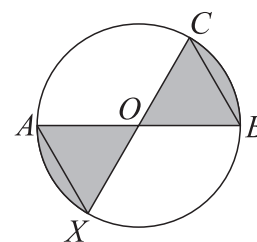


E

Tyskland

6. I cirkeln med medelpunkt O och diametrarna AB och CX är $OB = BC$. Hur stor del av cirkeln utgör det skuggade området?

- A: $\frac{2}{5}$ B: $\frac{1}{3}$ C: $\frac{2}{7}$ D: $\frac{3}{8}$ E: $\frac{4}{11}$



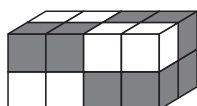
Bulgarien



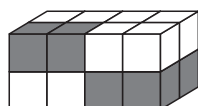
7. En bit består av 2 vita och 2 grå kuber som är hopklistrade så att resultatet är en $4 \times 1 \times 1$ bit med 2 grå kuber i ena änden och två vita kuber i andra änden:



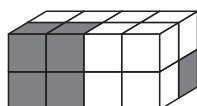
En av figurerna kan byggas av fyra sådana bitar. Vilken?



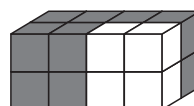
A



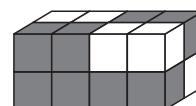
B



C



D



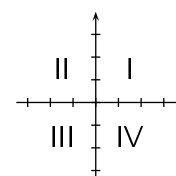
E

Danmark

8. Vilken kvadrant innehåller inga punkter till grafen för den räta linjen $y = -3,5x + 7$?

A: I B: II C: III D: IV

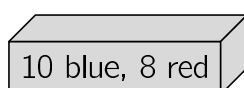
E: Samtliga kvadranter innehåller punkter från grafen.



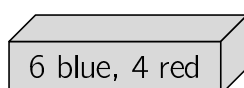
Tyskland

Fyrapoängsproblem

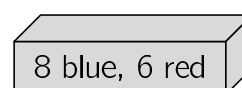
9. Var och en av nedanstående fem lådor är fyllda med röda och blå bollar enligt märkningen. Ben vill plocka upp en boll utan att titta i lådan. Från vilken låda ska han plocka upp en boll för att med största sannolikhet få en blå boll?



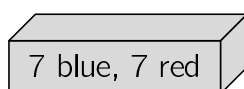
A



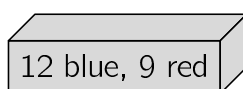
B



C



D



E

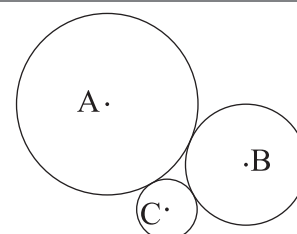
Tyskland

10. Vilken av graferna till nedanstående funktioner har flest gemensamma punkter med grafen till funktionen $f(x) = x$?

A: $g_1(x) = x^2$ B: $g_2(x) = x^3$ C: $g_3(x) = x^4$ D: $g_4(x) = -x^4$ E: $g_5(x) = -x$

Slovenien

11. De tre cirkarna med medelpunkterna A, B och C har radierna 3, 2 respektive 1 och tangerar varandra som bilden visar.
Vilken area har triangeln ABC?



A: 6 B: $4\sqrt{3}$ C: $3\sqrt{2}$

D: 9 E: $2\sqrt{6}$

Belarus



12. Det positiva talet p är mindre än 1 och talet q är större än 1.
Vilket av följande tal är störst?

A: $p \cdot q$ B: $p + q$ C: $\frac{p}{q}$ D: p E: q

Schweiz

13. Två raka cylindrar A och B har samma volym. Radien i cylinder B är 10 % större än radien i cylinder A . Hur mycket större är höjden i cylinder A än höjden i cylinder B ?

A: 5% B: 10% C: 11% D: 20% E: 21%

Katalonien

14. Vi har fyra perfekt balanserade tetraediska tärningar, med sidorna numrerade 2, 0, 1 och 7. Alla fyra tärningarna kastas. Vad är sannolikheten att man kan bilda talet 2017 genom att använda exakt ett av de tre synliga talen från varje tärning?

A: $\frac{1}{256}$ B: $\frac{63}{64}$ C: $\frac{81}{256}$ D: $\frac{3}{32}$ E: $\frac{29}{32}$

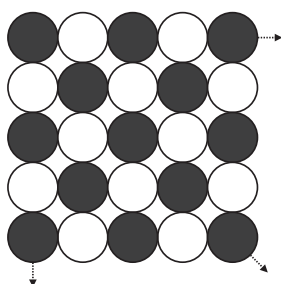
Katalonien

15. Polynomet $p(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + 24$ har heltalskoefficienter a och b .
Vilket av nedanstående tal är med säkerhet *inte* en rot till ekvationen $p(x) = 0$?

A: 1 B: -1 C: 3 D: 5 E: 6

Österrike

16. Julia har 2017 cirkelskivor, 1009 av dem är svarta och övriga är vita. Hon placerar dem i ett kvadratisk mönster genom att börja med en svart cirkelskiva i övre vänstra hörnet, och fortsätter sedan med alternerande färger som bilden visar.



Hur många cirkelskivor av varje färg finns kvar när Julia har fyllt den största möjliga kvadraten?

A: Ingen B: 40 av varje C: 40 svarta och 41 vita
D: 41 av varje E: 40 vita och 41 svarta

Katalonien



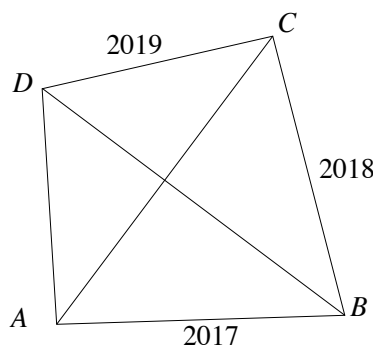
Fempoängsproblem

17. Två konsekutiva (på varandra följande) tal är sådana att siffr summorna av respektive tal är multiplar av 7. Vilket är det minsta antal siffror i det mindre talet?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

Kanada

18. I en konvex fyrhörning $ABCD$ är diagonalerna vinkelräta. Sidorna har längderna $|AB|=2017$, $|BC|=2018$ och $|CD|=2019$ (figuren är inte skalenlig). Hur lång är sidan AD ?



A: 2016 B: 2018 C: $\sqrt{2020^2 - 4}$ D: $\sqrt{2018^2 + 2}$ E: 2020

Polen

19. Tytti försöker vara en lydig liten känguru, men att ljuga är mycket roligare. Därför är var tredje påstående som hon säger en lögn, övriga påståenden är sanna. (Ibland börjar hon med en lögn och ibland med en eller två sanna påståenden.) Tytti tänker på ett tvåsiffrigt tal och säger följande om det:

- En av siffrorna är 2.
- Det är större än 50.
- Det är ett jämnt tal.
- Det är mindre än 30.
- Det är delbart med 3.
- En av siffrorna är 7.

Vilken siffr summa har talet som Tytti tänker på?

A: 9 B: 12 C: 13 D: 15 E: 17

Finland

20. Hur många positiva heltal är sådana att om man tar bort den sista siffran så är det nya talet $1/14$ av det ursprungliga?

A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: 4

Katalonien



21. Vi har talföljden a_n med $a_1 = 2017$ och $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Vad är a_{2017} ?

- A: -2017 B: $\frac{-1}{2016}$ C: $\frac{2016}{2017}$ D: 1 E: 2017

Schweiz

22. Summan av längderna på de tre sidorna i en rätvinklig triangel är 18 och summan av kvadraterna på de tre längderna är 128. Vilken area har triangeln?

- A: 18 B: 16 C: 12 D: 10 E: 9

Katalonien

23. Nio heltal är skrivna i rutnätet. Summan av talen är 500.
Differensen mellan talen i två närliggande rutor
(rutor som har gemensam kant) är 1.
Vilket tal står i den mittersta rutan?

	?	

- A: 50 B: 54 C: 55 D: 56 E: 57

Belarus

24. Vad är värdet av $x + y$ om $|x| + x + y = 5$ och $x + |y| - y = 10$?

- A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

Katalonien



Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
SUMMA						

Namn:

Klass: