Kängurun – Matematikens hopp

Benjamin 2017, svar och lösningar

Här följer svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på nätet.

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen ncm.gu.se/kanguru.
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa era resultat senast 29 april.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat, i varje årskurs, kommer att publiceras på webben. Där publiceras också lösningsfrekvenser på alla uppgifter liksom en sammanställning av hur elevernas resultat fördelar sig på olika poängintervall. Du kan sedan jämföra dina elevers resultat med övriga elever i samma åldersgrupp och du kan se om de problem som dina elever hade svårt för också var svåra för andra. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att redovisa resultaten. De är värdefulla för oss och förhoppningsvis ger en sammanställning av klassens resultat även er ett bra underlag för vidare arbete. Många efterfrågar också en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner att lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att de andra svarsalternativen än de rätta ska bli de rätta svaren.

Ytterligare förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen finns samlade i dokumentet *Arbeta vidare med Ecolier*, som publiceras i vecka 12.

Nominera till Mikael Passares stipendium
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför en elev i varje tävlingsklass på grundskolan och en elev från gymnasiet att belönas med 500 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade (åtminstone redovisning A). Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola* och *årskurs, tävlingsklass, resultat* på årets tävling samt uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn och e-post till den nominerande läraren. Dessutom behöver vi ett kontonummer där vi kan sätta in ett eventuellt stipendium samt postadress dit vi kan skicka diplomet. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan t ex vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpsam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond och NCM.

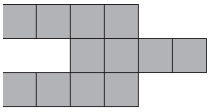
Nomineringen skickas *senast 29 april* till:

Kängurutävlingen
NCM, Göteborgs universitet
Box 160
405 30 GÖTEBORG

Svar och lösningar – Benjamin

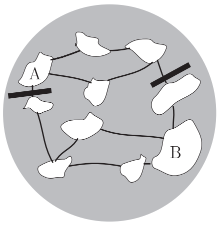
1. C $2017 + 2017$
Med överslagsräkning ser vi att $A<1000$, $B<100$, $D<25$ och $E<2000$. $C>4000$

2. E



3. B 0127

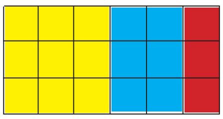
4. B 2



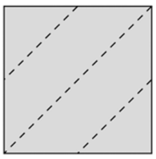
Det räcker att stänga av två broar för att stoppa trafiken mellan A och B.
Detta är en lösning (det finns ett par till).

5. C 7
Den enda summa som fyra av de fem givna talen kan ha gemensam är 10: $2+8=10$ och $6+4=10$, så på motsatta sidan till 3 ska det stå 7.

6. C 3
Av de 18 rutorna ska hälften, dvs 9 rutor, vara gula. En tredjedel av 18 är 6, så 6 rutor ska vara blå. $9+6=15$, så det återstår 3 rutor som ska vara röda.
En lösning:



7. D



När Ronja viker kommer det vikta pappret se ut så här:
På det utvecklade pappret kommer hålen då att ligga symmetriskt kring viklinjerna.

8. A 2 468 642
Eftersom $2222 = 2 \cdot 1111$ måste produkten vara dubbelt så stor, $2 \cdot 1\,234\,321 = 2\,468\,642$.

9. C 284
Vi kan utgå från låset som är märkt DAD. Första och sista bokstaven är densamma så på nyckeln måste också första och sista siffran vara densamma. Det stämmer bara för 414, så $D=4$ och $A=1$. Av de tre talkombinationerna vi har kvar finns det bara en som har siffran 1 i mitten, 812. 812 motsvarar då HAB, så nu vet vi att $H=8$ och $B=2$.
Vi kan nu koppla samman DAD med 414, ABD med 124, AHD med 184 och HAB med 812. Vi saknar nyckeln som passar till låset märkt BHD, och den borde vara märkt 284.
Vi kan nu också notera att siffrorna anger bokstavens plats i alfabetet, men det kunde vi inte utgå ifrån.

10. B 6

Petter och Albin löser sammanlagt 5 uppgifter på samma tid och Albin löser då 1 uppgift mer än Petter. För att pojkarna ska lösa totalt 30 uppgifter måste de lösa en sådan uppsättning om 5 problem 6 gånger. Då har Albin löst 6 uppgifter mer än Petter.

11. C $3 \times 4 \times 5$

Konstruktionen består av 3 plan. Den är 4 kublängder djup och 5 kublängder lång.

12. E 16 km

Vi kan börja med att beräkna de sträckor som Lara ökar sin vandring med:
$2\,\text{km} + 4\,\text{km} + 6\,\text{km} + 8\,\text{km} = 20\,\text{km}$. $70\,\text{km} - 20\,\text{km} = 50\,\text{km}$.
Dessa 50 km ska fördelas lika på den fem dagarna, dvs på måndagen gick Lara 10 km, på tisdagen $10\,\text{km} + 2\,\text{km}$ etc. Alltså på torsdagen $10\,\text{km} + 6\,\text{km} = 16\,\text{km}$.
Vi kan också lösa problemet med hjälp av en tabell. Vi utgår från den sträcka som Lara gick på måndagen, mån:

måndag:	mån					måndagens sträcka
tisdag:	mån	+2				måndag + 2 km
onsdag:	mån	+2	+2			måndag + 4 km
torsdag:	mån	+2	+2	+2		måndag + 6 km
fredag:	mån	+2	+2	+2	+2	måndag + 8 km

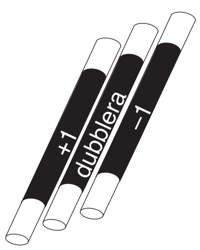
Här ser vi också att de extra 2 km/dag blir 20 km sammanlagt och att den resterande sträckan är $70\,\text{km} - 20\,\text{km} = 50\,\text{km}$. Denna sträcka fördelas lika på de fem dagarna så att Lara går 10 km på måndagen och $10 + 6 = 16$ km på torsdagen.

Om Lara hade gått lika långt varje dag hade hon gått $70\,\text{km}/5 = 14\,\text{km}$ varje dag. Den sträckan måste hon ha gått på onsdagen, den dag som ligger i mitten av veckan. Därmed har hon gått $14\,\text{km} + 2\,\text{km}$ på torsdagen.

13. D 100 cm

Skillnaden mellan en tresitssoffa och en tvåsitssoffa: $220\,\text{cm} - 160\,\text{cm} = 60\,\text{cm}$.
Vi vet alltså att sittdelen är 60 cm bred.
Två armstöd är då: $160\,\text{cm} - (2 \cdot 60\,\text{cm}) = 40\,\text{cm}$.
En fåtölj består av en sittdel och två armstöd, dvs bredden på en fåtölj är $60\,\text{cm} + 40\,\text{cm} = 100\,\text{cm}$.

14. E



dvs addera 1, dubblera, subtrahera 1.
Låt oss säga att Boris har 100 euro. Han lägger då först till 1 euro och får 101 euro, därefter dubbleras beloppet och han får 202 euro. Sen drar han bort 1 euro. Då har han 201 euro.
Om Boris först dubblerar sina 100 euro kommer resultatet att bli $200 + 1 - 1$ eller $200 - 1 + 1$, vilka båda ger 200.
Om han börjar med att subtrahera 1 och därefter addera 1 för att sedan dubblera, får han samma resultat, 200 euro.

15. B $51\ \text{cm}^2$

De tre kvadraterna har areorna $4\ \text{cm}^2$, $16\ \text{cm}^2$ och $36\ \text{cm}^2$. Eftersom kvadraterna överlappar varandra måste vi dra ifrån en kvadrat med sidlängden 1 och en kvadrat med sidlängden 2, dvs en kvadrat med arean $1\ \text{cm}^2$ och en med arean $4\ \text{cm}^2$.
$56\ \text{cm}^2 - 5\ \text{cm}^2 = 51\ \text{cm}^2$

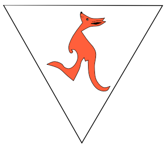
16. C 4

Vi ska hitta tre olika tal som ger summan 20. Talet 20 kan delas på tre tal på många sätt, men vi ska söka den mest gynnsamma fördelning för att Mia ska få så många mål som möjligt, dvs den av de tre andra spelarna som har gjort minst antal mål ska ha gjort ett så stort antal som möjligt. Det innebär att de tre bör ha en så jämn fördelning av mål som möjligt.

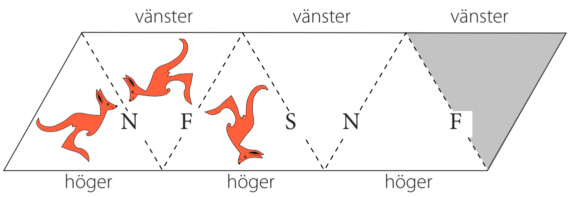
$\frac{20}{3} = 6$ rest 2, så antalet mål bör ligga runt 6.

Vi provar med 6 och finner att det inte går att kombinera med 7 eller 8 ($6+7+7=20$, $6+8+6=20$) men med 9: $6+9+5=20$. Det innebär att den som gjorde minst antal av dessa gjorde 5 mål och Mia kan därför ha gjort 4.
Samma svar kommer vi fram till även med fördelningen $5+7+8$.

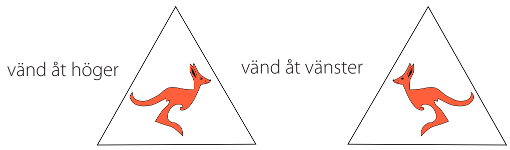
17. E



Vi kan undersöka speglingen genom att se på nosen (N), foten (F) och svanstippen (S). Kängurun speglas N, F, S, N, F, S osv.



Varannan gång är kängurun vänd åt höger och varannan åt vänster, så det mönstret kan också användas.



Kängurun i den grå rutan har alltså speglats runt foten (F), dvs fotspetsen ska vara mot spegellinjen och kängurun ska vara vänd åt vänster, så som i alternativ E.

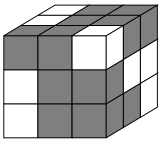
18. D $a < d$

Vi ser att $a+b$ måste vara 1 mer än $a+c$, dvs $a+b=a+c+1$.
Alltså måste b vara 1 mer än c, $b=c+1$.
$b+d$ är 2 mer än $a+b$, $b+d=a+b+2$. Alltså är d 2 mer än a, $d=a+2$.
Detta innebär $a<d$.

Vilka tal är det? Det finns fler möjligheter, här är en:

0	2	=	2
1	2	=	3
=	=		
1	4		

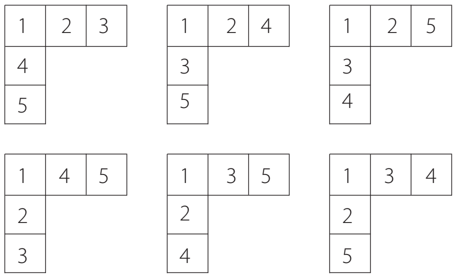
19. A



I de andra alternativen kan vi hitta klossar som inte stämmer.
Pröva gärna att bygga de andra alternativen.

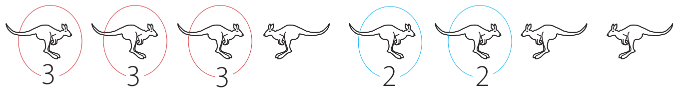
20. D 6

I övre vänstra hörnet måste vi sätta 1. 2 måste stå i rutan till höger om 1 eller under 1, dvs två möjligheter.
I bägge fallen finns det tre sätt att placera 3, 4 och 5.
Multiplikationsprincipen ger $2 \cdot 3 = 6$



21. D 13

Vi räknar hur många hopp varje känguru som är vänd mot höger behöver göra, dvs hur många kängurur står vända mot dem, till höger om dem på bilden.
$3 + 3 + 3 + 2 + 2 = 13$ hopp.



Vi får samma resultat om vi räknar hur många hopp de kängurur som är vända mot vänster måste hoppa: $3 + 5 + 5$.

22. C 9

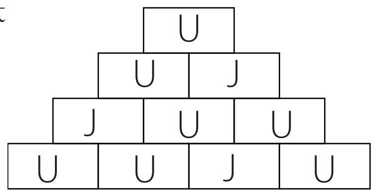
Eftersom minst en av 5 kulor alltid kommer att vara röd, är det högst 4 gröna kulor i påsen. Eftersom minst en av 6 kulor alltid kommer att vara grön, är högst 5 kulor röda. $4 + 5 = 9$.

23. A Birgitta, Carolina, Anna

De jämna talen är 20, 24, 32, 52.
De tal som är delbara med 3 är 24, 33 och 45.
De tal som är delbara med 5 är 20, 25, 35 och 45.
Några tal ingår i flera grupper: 20 är jämnt och delbart med 5, 24 är jämnt och delbart med 3 och 45 är delbart med både 3 och 5. Hur dessa tal dras är nyckeln till lösningen: Anna, som tycker om jämna tal, tog 32 och 52 men skulle också ha kunnat ta 20 och 24. Men 20 tog Carolina och 24 tog Birgitta, så de måste ha tagit sina tal före Anna. Anna kom alltså sist.
Carolina som tycker om tal som är delbara med 5 tog 20, 25 och 35, men skulle också ha kunnat ta 45. Men det hade redan Birgitta tagit, så Birgitta tog sina kort först.

24. D 7

Eftersom udda + udda = jämnt och jämnt + jämnt = jämnt gäller det att sprida ut de jämna talen på ett sätt som ger flest udda. Figuren visar ett exempel på hur talen kan placeras. Fler udda tal än detta går det inte att placera.



De två översta raderna kan som mest innehålla två udda tal. Tredje raden kan då innehålla högst två udda tal, som vi placerar ut. För att få dessa udda tal måste vi i raden under ha något jämnt tal.

Rättningsmall

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1			C			3
2					E	3
3		B				3
4		B				3
5			C			3
6			C			3
7				D		3
8	A					3
9			C			4
10		B				4
11			C			4
12					E	4
13				D		4
14					E	4
15		B				4
16			C			4
17					E	5
18				D		5
19	A					5
20				D		5
21				D		5
22			C			5
23	A					5
24				D		5
					SUMMA	96

Redovisningsblankett A

Redovisning av resultat sker på webbadress ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031-786 69 85. Redovisa senast 29 april.

Namn och poäng för de 2 bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
5		
6		
7		

Om du har fler elever med mycket bra resultat, mer än 77 poäng, kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se.

Antal elever med	åk 5	åk 6	åk 7
77 – 96 poäng			
57 – 76 poäng			
41 – 56 poäng			
25 – 40 poäng			
13 – 24 poäng			
0 – 12 poäng			
Totalt antal deltagare			

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

Antal elever med rätt svar på uppgiften

Uppgift	åk 5	åk 6	åk 7
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			