



Arbeta vidare med Benjamin 2017

Nu är tävlingsdelen av Kängurun avslutad, men vi hoppas att problemen ska kunna vara underlag för många intressanta diskussioner. I samband med genomgång passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Uppmuntra dem att hitta så många olika lösningssätt som möjligt. Låt alla först få möjlighet att lösa problemen på egen hand om de inte hann det i samband med tävlingen.

Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Att presentera en lösning som andra kan följa och som är korrekt uppbyggd är något som eleverna måste få tid och möjlighet att utveckla med hjälp av lärare. Välj några av årets problem, arbeta igenom lösningarna noga och gör en riktigt genomarbetad redovisning.

Alla problem kan naturligtvis diskuteras utifrån valda lösningsmetoder. De flesta problem kan lösas på olika sätt och det är alltid bra att jämföra dessa och se på likheter och skillnader. Det är också bra att beskriva lösningarna med hjälp av olika uttrycksformer, konkret material, bilder, muntligt eller skriftligt tal och med symboler. Jämför de olika formerna och se hur den konkreta representationen uttrycks i ord och med symboler. Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

- Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
- Påminner problemet om något annat problem vi har löst tidigare?
- Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
- Vilka nya frågor kan problemet väcka?
- Lärde vi oss något nytt av problemet?

Gå också igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i uppgiften så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt. De felaktiga svarsalternativen kan också användas som utgångspunkt för diskussion om vad som skulle kunna leda fram till dessa svar: "Hur tror ni att den som har fått alternativ *a* som svar har tänkt?"

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att *resonera och argumentera* vara centrala.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal termer att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva få definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Här har vi sorterat förslag under rubrikerna *Tal*, *Geometri* samt *Problemlösning och resonemang*. Naturligtvis kan problemen också passa under en annan rubrik än den vi valt, delvis vad vi väljer att betrakta i problemet. Ett bra sätt att själv bilda sig en uppfattning om ett problems kvaliteter är att lösa det. Då blir vi medvetna om hur vi själva tänker och vilka samband vi använder. Lös därför gärna problemen själv och komplettera våra förslag med egna idéer.

Många problemtyper återkommer år från år, i olika skepnader och i olika varianter. Vi hänvisar här till några gamla problem som kan användas i samband med arbetet med årets, men det finns många fler att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru, där alla tidigare omgångar är samlade. Där finns också förslag på hur man kan arbeta vidare med de problemen.

Tidigare problem inom området geometri finns dessutom samlade i boken *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742.



Tal

Med utgångspunkt i problem kan vi diskutera egenskaper hos tal. Elever i denna ålder kan resonera om bla räknesättens innebörd, faktorisering och delbarhet. Problemen utmanar också barnen strategiska tänkande och förhoppningsvis väcker de frågor om tal. Uppmuntra därför eleverna att ställa fördjupande frågor. Hjälpt dem också att se samband både inom matematiken och mellan matematiken och omvärlden.

- 1 Med överslagsräkning går det snabbt att storleksordna de fem summorna. Diskutera med eleverna vad som menas med överslagsräkning och i vilka sammanhang vi använder det. Hur kan man avrunda talen i respektive summa för att överslagen ska kunna göras enkelt? Hur noga behöver summorna bestämmas?

Diskutera även huvudräkningsmetoder för att beräkna respektive summa exakt. Låt eleverna skriva om summorna i B, C och D med användning av multiplikation och med hjälp av parenteser.

Använd uttrycken för att diskutera begreppen tal, siffra, summa ...

Utmanande problem från tidigare tävlingar: Cadet 2015:3, Junior 2015:1, Cadet 2011:9

- 3 Gå igenom de fyra alternativ som visar möjliga byten. Låt eleverna beskriva vilka kort som ska byta plats.

Uppgiften kan användas för att illustrera positionssystemet. Samma siffror används i alla tal, men positionen avgör storlek. Uppmärksamma ev eleverna på det i detta sammanhang också.

- 5 Vilken är summan? Diskutera hur man bestämmer den.

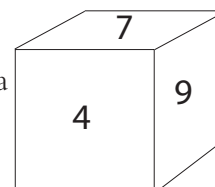
Hur ser en korrekt "vanlig" tärning ut?

I ursprungsversionen var de fem talen, 5, 6, 9, 11 och 14. Vilket tal står då på den sjätte sidan om summan av tal på motstående sidor är lika? Vilken är summan då?

Låt eleverna konstruera tärningar med de givna villkoren, också som en tvådimensionell figur som viks ihop till en tärning.

En variant på problemet är att visa tre synliga sidor med informationen om att summan av tal på motstående sidor är lika och alla tal på tärningen är olika och ental. Vilka tal står på de icke synliga sidorna?

Finns det fler lösningar?



En svårare variant är nr 14 på Junior 2014. Där behöver eleverna även känna till begreppet primtal.

Liknande tärningsproblem från tidigare tävlingar: B 2001:20, B 2011:20, B 2010:14, C 2015:4, C 2016:15.

- 6 Hur stor *andel* av rutorna ska vara röda? Skriv påståendena med matematiska symboler istället för ord. Ändra frågeformulering till exempelvis "En tredjedel av alla rutor ska vara blå och av de återstående rutorna ska hälften vara gula. Resten ska vara röda. Hur många rutor är röda?" Ändra antalet rutor och diskutera hur *antalet* rutor ändras fastän *andelen* är densamma.

Låt eleverna formulera liknande problem med annat antal rutor och andra delar.

Konstruera rektanglar med rutor färglagda i olika färger och be eleverna bestämma andelen.

Gör motsvarande problem med annat än rutor, exempelvis fiskar i ett akvarium, grupper av människor etc. Gör också exempel där mängderna är så stora att de inte går att rita ut.

Tidigare problem: E 2004:17, C 2002:8, C 2004:4.



- 8 Diskutera med eleverna hur vi enkelt kan lösa uppgiften. Här handlar det om att verkligen *förstå* multiplikationen. Börja eventuellt med ett enklare exempel som $10 \cdot 7 = 70$, vad är då $20 \cdot 7$? Varför? Använd samma strategi på olika uppgifter, med stegrande svårighet. Låt eleverna uttrycka sig generellt.

Låt eleverna också fundera över $2222 \cdot 2222$, $1111 \cdot 3333$, $2222 \cdot 3333$ osv.

Vad ska vi multiplicera det ursprungliga svaret (1234321) med för att få samma resultat som i dessa multiplikationer?

Gör på liknande sätt med $10 \cdot 350 = 3500$, vad är $5 \cdot 350$? etc

Att kunna använda sig av dubbling och halvering är mycket effektivt och ett bra verktyg att ha med sig. Undersök sambanden mellan $12 \cdot 12$ och $6 \cdot 24$ etc. Gör först flera exempel så att eleverna kan upptäcka sambandet. Låt dem sedan försöka förklara varför vi kan halvera ena faktorn och dubblera den andra. Illustrera med bild, visa med valda tal och formulera sedan en generell förklaring.

Liknande problem: C 2013: 6, C 2014: 8

- 18 Diskutera begreppen likhet och olikhet. Låt eleverna resonera sig fram till relationen mellan de olika talen. Be dem formulera dessa både med ord och med matematiskt symbolspråk. Försök finna flera lösningar och låt eleverna argumentera för sina.

Ändra talen som står utanför rutnätet och låt också eleverna göra egna rutor. Diskutera huruvida talen kan väljas helt slumpvis.

Tidigare problem: E 2004: 5, C 2008: 2

Geometri

Geometri är ett område som lämpar sig väl för problemlösning. Att resonera sig fram till lösningen och att sedan kunna argumentera för den är väsentliga delar av problemlösningsförmågan.

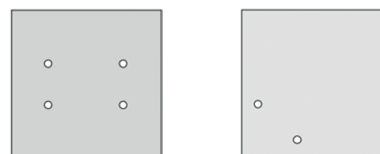
I geometri spelar också bilden en väsentlig roll, som underlag för kommunikation och som stöd för tanken. Med stigande ålder hos eleverna bör vi också ställa större krav på hur de använder bilder och vilka slutsatser man kan dra av bilderna. Flera av problemen i årets tävling går förstås att lösa konkret, men det konkreta arbetet, i samband med diskussion av lösningar, bör kombineras med samtal så att det konkreta ger stöd för tänkandet. Det är resonemanget som är centralt. Det konkreta arbetet kan också användas för att bekräfta lösningar och för att skapa nya erfarenheter att bygga vidare på.

- 7 Att vika papper och klippa bort delar för att få fina mönster när pappret vecklas ut har många barn gjort, så de har konkret erfarenhet att utgå från. Gör några sådana konkreta uppgifter då eleverna får vika ett papper, göra ett eller fler klipp och fundera på hur det utvikta pappret ser ut – innan de viker upp och ser efter. Den typen av problemet har förekommit tidigare, t ex B 2001: 2, C 2003: 1, B 2016: 16 och C 2012: 7. Även S 2015: 6 kan användas, som en utmaning. Se också *Snö och andra kristaller* (Annika Persson, Nämnaren 2010:4

I problem 7 handlar det om hur pappret är vikt. Diskutera gärna hur Ronja har vikt sitt papper, dvs hur hon praktiskt har gått till väga. Samma vikningsalternativ finns även i problem i Ecolier och Cadet, men där är hålen placerade på annat sätt.

Lös också de problemen (Ecolier: 12 och Cadet: 5).

Jämför dessa tre exempel och försök komma fram till vad som är gemensamt.



Vik pappret som i alla alternativ och gör ett hål igenom.

Placera hålet på olika ställen. Veckla upp och undersök – hur kan vi resonera oss fram till lösningen på liknande problem? Se på symmetrier i de olika exemplen.

I B 2004: 10 vet vi hur pappret är vikt men frågan är hur många hål det blir. Låt eleverna rita ut hålen på det utvikta pappret.



- 11 Bygg konstruktionen med enhetskuber. Diskutera hur den minsta lådan kan se ut. Använd begreppen höjd, bredd och längd samt rätblock. Hur många kuber kan eleverna utöka sin konstruktion med om den fortfarande ska rymmas i den minsta lådan? Behandla begreppet volym och visa hur problemet är en konkret illustration av detta. Orden *rymmer* och *volym* används i matematik på ett annat sätt än i vardagen. Uppmärksamma eleverna på det och diskutera ordens innebörd.

Låt eleverna bygga andra sammanhängande konstruktioner av sina kuber. Vilken form, mått och volym har den minsta låda som rymmer dessa konstruktioner. Be eleverna konstruera sammanhängande byggen med så få kuber som möjligt som precis rymms i de andra lådalternativen.

Någon kanske undrar om konstruktionen i problemet skulle passa in i $4 \times 4 \times 4$ -asken, om den läggs snett, men det går inte. Det längsta avståndet mellan två punkter i konstruktionen är roten ur $3^2 + 4^2 + 5^2$ medan askens diagonal bara är roten ur $4^2 + 4^2 + 4^2$.

Liknande problem med övning på volym: B 2009:14, C 2003:11, J 2005:20.

- 15 Diskutera lösningsmetoder. Hur stora är kvadraterna som överlappar varandra? Vilken omkrets har figuren? Jämför gärna med B 2016:19.

En utveckling av problemet är att fortsätta med fler kvadrater där sidan i varje ny kvadrat är 2 cm längre och de läggs så att ett hörn ligger i föregående kvadrats mittpunkt. Låt eleverna använda flera representationer för att beskriva den sammanlagda arean, t ex ord, bild, matematiska uttryck. En extra utmaning är att försöka formulera en formel för ett godtyckligt antal kvadrater. Eleverna kan även arbeta konkret med papperskvadrater. Diskutera även hur omkretsen ändras.

En intressant aspekt av detta problem är att kvadraterna kan vridas nästan hur som helst kring sina hörn, som ligger mitt i den föregående kvadraten. Så länge den första och sista kvadraten inte överlappar varandra blir totalarean densamma.

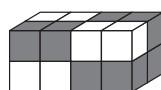
Tidigare problem med överlappning: B 2001:1, C 2003:20, C 2014:10, B 2015:11, C 2015:13, C 2014:5, B 2012:20, C 2012:9, J 2010:15, B 2009:8, B 2007:14.

- 17 Diskutera spegling i en linje. Hur avbildas det speglade föremålet? Gör eleverna uppmärksamma på att kängurun växlar mellan att vara vänstervänd och högervänd. Även här är det lämpligt att behandla begreppet symmetri.

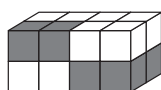
Arbeta konkret med uppgiften. Börja med en enklare bild, t ex en siffra eller en bokstav. Låt eleverna rita speglingen och beskriva den med ord. Använd gärna B 2010:1, E 2001:1, M 2010:9. Utmanande spegelproblem att fundera på är J 2008:3 och J 2017:2.

- 19 Diskutera hur man avgör vilken av figurerna som är korrekt. Det är viktigt att komma överens om en gemensam terminologi för klossarnas placering och riktning. Hur många byggklossar av modellen två grå kuber och en vit kub ingår i de övriga alternativen? Hur ser den felande klossen ut? Låt eleverna bygga alternativen. Student nr 7 är ett liknande problem. Hur skulle en kub byggd med 16 sådana bitar se ut?

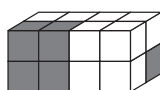
En bit består av 2 vita och 2 grå kuber som är hopklistrade så att resultatet är en $4 \times 1 \times 1$ bit med 2 grå kuber i ena änden och två vita kuber i andra änden:
En av figurerna kan byggas av fyra sådana bitar. Vilken?



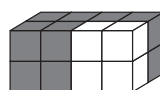
A



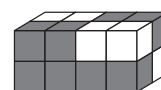
B



C



D



E

Tidigare problem: B 2016:22, E 2003:10, B 2003:14, C 2003:5.



Problemlösning och resonemang

Textproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket information att hantera. Eleverna behöver få undervisning om hur de ska angripa den typen av uppgifter. Arbeta därför gemensamt med texterna. Gå igenom tillsammans och hjälp eleverna att sätta sig in i problemet, exempelvis med stödjande frågor. Hjälpt eleverna att strukturera informationen i texten.

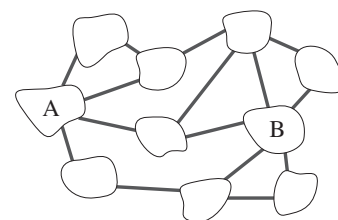
Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad det handlar om och vad som efterfrågas är inte detsamma som att ”veta vad man ska göra”. Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna process, som består av flera steg och ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. Här är resonemang en viktig del.

- 4 Diskutera gemensamt vilka broar som måste stängas. Finns det flera möjligheter? På hur många sätt kan man resa mellan A och B om man *inte* förstör några broar? Låt eleverna rita in möjliga resvägar. Går det att bestämma antalet möjligheter utan att rita? Behandla multiplikationsprincipen.

På Student nr 3 i år finns en något svårare variant:

Bilden visar 10 öar som är sammanbundna med 15 broar.
Vilket är det minsta antal broar som måste förstöras för att det ska vara omöjligt att förflytta sig från A till B?

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5



Utmanande uppgifter från tidigare tävlingar: B 2012: 4, J 2014: 19, J 2013: 19.

9. Diskutera olika sätt att angripa problemet. Gör resonemangen tydliga och skriv gärna upp på tavlan hur man stegvis kommer fram till rätt svar. Troligen har någon använt kopplingen till bokstävernas plats i alfabetet, så gör ett liknande problem där den kopplingen inte finns. Låt eleverna konstruera liknande kodproblem.

Tidigare problem: B 2009: 12, J 2012: 2.

- 10 Jämför elevernas lösningsmetoder och gör resonemanget tydligt. Illustrera situationen med en skiss, så att strukturen framträder. Ändra antalet uppgifter som pojkarna löser och låt eleverna använda sig av resonemang.

Liknande problem: C 2005: 10, C 2014: 9, B 2016: 12, C 2016: 17.

- 12 Jämför olika lösningsmetoder. I lösningarna finns tre varianter, kanske har någon elev ytterligare förslag. Vad är lika och vad är olika? Konstruera liknande problem.

Differensen mellan avstånden är hela tiden konstant, så de här fem talen bildar en *aritmetisk talföljd*. Anta att Lara fortsatte sin vandring på samma sätt i ytterligare fem dagar. Hur långt har hon gått då? Låt eleverna undersöka hur man bestämmer summor av aritmetiska talföljder.

Liknande problem: C 2016: 16, C 2012: 15, C 2010: 7, J 2008: 8, J 2005: 11.

- 13 En alternativ lösningsmetod är att ställa upp ett ekvationssystem:
Låt en sitta ha bredden x cm och ett armstöd bredden y cm. Då gäller för tresitssoffan:
 $3x + 2y = 220$ (1) och för tvåsitssoffan $2x + 2y = 160$ (2).
Ekvation (1) – ekvation (2) ger $x = 60$.



Insättning av $x = 60$ i ekvation (2) ger $2 \cdot 60 + 2y = 160$, dvs $2y = 40$.
 En fåtölj består av en sits och två armstöd, dvs $x + 2y = 60 + 40 = 100$.
 Hur bred är en femsitssoffa, sjuhitssoffa osv?

- 14 Låt eleverna lösa uppgiften genom att utgå från olika belopp och se vad som händer när de tre stavarna används i alla tänkbara kombinationer. Be eleverna att med ord argumentera för varför E måste vara rätt svar.

Låt eleverna skriva upp de numeriska uttryck som bildas. Varför behövs det parenteser?
 Diskutera prioriteringsregler.

Gör en generell lösning för x euro för varje alternativ

A: $2x + 1 - 1 = 2x$

B: $(x + 1 - 1) \cdot 2 = 2x$

C: $2x - 1 + 1 = 2x$

D: $(x - 1 + 1) \cdot 2 = 2x$

E: $(x + 1) \cdot 2 - 1 = 2x + 2 - 1 = 2x + 1$

En variant är att tala om slutbeloppet och be eleverna att bestämma hur mycket det fanns från början om Boris har använt stavarna i någon given ordning.

Liknande problem: C 2012: 4, J 2012: 6.

- 16 Låt eleverna jämföra olika lösningsmetoder. Använd problemet som underlag för att arbeta med hur man kan redovisa sitt resonemang med matematiska symboler. Hur kan vi redovisa för att det ska bli lätt att följa?

Pröva även Ecolier nr 21:

Fyra bröder har ätit sammanlagt 11 kakor.
 Alla har ätit minst 1 kaka och de har ätit olika många kakor.
 Tre av dem har ätit 9 kakor tillsammans och en av dem har ätit 3 kakor.
 Hur många kakor åt den pojke som åt flest kakor?

A: 3

B: 4

C: 5

D: 6

E: 7

Liknande uppgifter: B 2013: 17, E 2001: 10, C 2002: 5.

- 20 Skriv upp alla möjligheter. Kontrollera för varje lösning att de två reglerna är uppfyllda. Använd kombinatoriska resonemang för att beräkna antal olika sätt. Börja eventuellt med endast tre rutor.

Utvidga problemet genom att lägga till en ruta i den vågräta raden och en i den lodräta raden. På hur många olika sätt kan man fylla de sju rutorna med talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 med samma villkor.

Liknande uppgift: E2015 nr 19.

- 21 Hur påverkar antal kängurur antal hopp?
 Det här problemet finns även på Cadet, nr 18, med några fler kängurur. Lös båda problemen och jämför. Diskutera lösnings- och redovisningsmetoder.

Tio kängurur står på rad. Två kängurur som står intill varandra nos mot nos byter plats genom att hoppa förbi varandra. Detta upprepas tills det att inga kängurur längre står nos mot nos. Hur många hopp behövs?



A: 15

B: 16

C: 18

D: 20

E: 21



En enklare variant, bra för att bygga upp förståelsen, fanns på Milou 2010, nr 10:

Tre kängurur hoppar längs en smal stig. De möter tre andra kängurur. De måste hoppa över varandra en i taget för att kunna fortsätta. Hur många hopp behövs?



Se också aktiviteten *Grodhopp* i Strävorna: ncm.gu.se/stravorna

- 22 I detta problem är formuleringar och ord mycket betydelsefulla, som "minst en". Minst en röd kula innebär att det kan finnas högst 4 gröna. Eftersom fallet en röd kula och fyra gröna kulor kan inträffa, så måste finnas fyra gröna kulor. Motsvarande resonemang för minst en grön kula ger att fallet en grön kula och fem röda kulor kan inträffa. Illustrera de olika tänkbara situationerna konkret. Resonera om varför det inte kan vara fler än 9 kulor. Variera antalet kulor och använd samma resonemang.

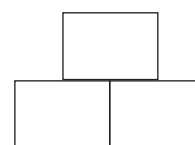
Liknande uppgifter: B 2015: 14, C 2016: 10, C 2003: 21, J 2004: 6.

- 24 I detta problem är det bra att vara säker på addition av udda och jämna tal: $U + U = J$, $U + J = U$ och $J + J = J$. Om inte alla inser detta och kan förklara varför är det en lämplig början. Med hjälp av markörer kan talen illustreras så att det blir tydligt att två udda tal adderas till ett jämnt tal.



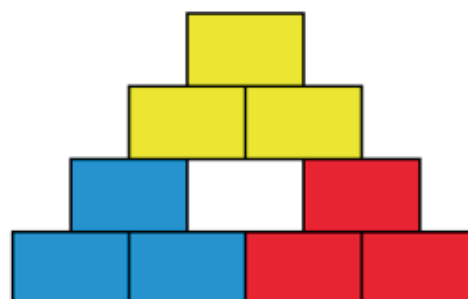
Låt eleverna genom undersökning och resonemang komma fram till att detta alltid gäller.

När vi har tre heltal a , b och c sådana att $a + b = c$, så kan alltså inte alla tre vara udda. Högst två är udda. Det betyder att i ett sådant här segment finns det udda tal i som mest två av rutorna:



Minst ett av talen i en sådan här liten talpyramid måste vara jämnt. Skriver vi ett udda tal i varje nedre ruta, så blir deras summa i den översta rutan jämnt.

Den stora pyramiden innehåller tre sådana små pyramider: Det måste stå ett jämnt tal i minst en gul ruta, ett jämnt tal i minst en blå ruta och ett i minst en röd, alltså minst tre jämna tal sammanlagt i pyramiden som består av 10 rutor. Då kan det inte finnas fler än 7 udda tal i den.





Att läsa

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem*. NCM, Göteborgs universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använd tal*. NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Wallby, K. m fl (red) (2014). *NämnaTem Tema 10 Matematikundervisning i praktiken*. NCM, Göteborgs universitet.

NämnaTem. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. NämnaTemartiklar äldre än ett år finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på NämnaTem på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. NämnaTem på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem*.

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte och mål.

Matematiklyftets lärportal larportalen.skolverket.se. På lärportalen finns moduler om problemlösning för alla stadier. Dessa ingår i Matematiklyftet men finns fritt tillgängliga för alla. Modulerna innehåller teoritexter, underlag för lärares gemensamma fortbildning samt problem för eleverna. Matematiklyftets material finns alltså tillgängligt för alla. På Lärportalen finns också andra moduler där problemlösning ingår.