Till läraren

Välkommen till Kängurutävlingen – Matematikens hopp
17 mars 2016

Student – för elever på kurs Ma 4 och Ma 5

– Tävlingen ska genomföras under perioden 17 mars–1 april. *Uppgifterna får inte användas tidigare.*

– Meddela senast *6 april* hur många elever som har deltagit på ncm.gu.se/kanguru/. Då får du rättningsmall och lösningar samt förslag på hur ni kan arbeta vidare med problemen.

– Redovisa resultatet senast *29 april*.

– *Tävlingen är individuell* och eleverna får arbeta i 60 minuter.

– Eleverna behöver ha tillgång till papper för att kunna göra anteckningar och figurer. Linjal behövs inte.

– *Miniräknare eller sax får inte användas. Observera att telefoner, datorplattor och datorer inte heller får användas.*

– Läs igenom problemen själv i förväg så att eventuella oklarheter kan redas ut.

– Kontrollera att kopiorna blir tillräckligt tydliga så att nödvändiga detaljer syns.

– Läs tillsammans med eleverna igenom informationen på nästa sida innan de sätter igång.

– Besök *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru/ där vi publicerar eventuella rättelser och ytterligare information.

– Samla in problemformulären efter tävlingen. Problemen får inte spridas utanför klassrummet förrän efter 17 april, men ni får gärna arbeta med problemen i klassen.

– Ytterligare information finns på http://ncm.gu.se/node/8136

Mikael Passares stipendium
Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers goda matematikprestationer. Information om hur du nominerar elever kommer tillsammans med lösningar och facit.

Lycka till med årets Känguru!

e-post: kanguru@ncm.gu.se, tel: 031-786 2196 eller 031-786 2286.

Till alla elever

Välkommen till

Kängurun – Matematikens hopp 2016

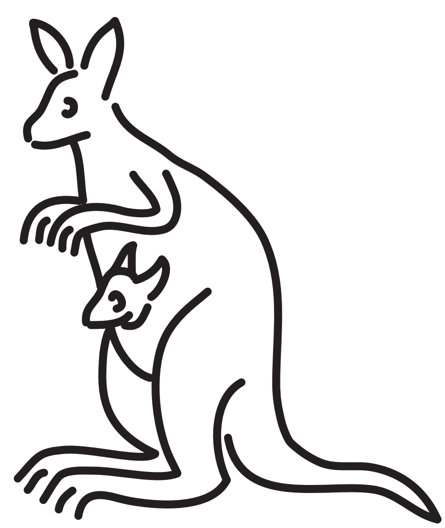
Nu är det dags för årets Kängurutävling. Du är inte ensam om att fundera på dessa problem, runt om i världen sitter ungefär 6,5 miljoner elever i ungefär 60 länder och löser Känguruproblem. Tävlingen är en av världens största matematiktävlingar. Vi hoppas att du ska tycka om årets problem – även dem du inte lyckas lösa vid första försöket. Vid varje uppgift kan du se varifrån den kommer.

Kängurun består av 3 avdelningar med 8 problem i varje. Den första avdelningen tror vi ska vara den lättaste och i den sista avdelningen kommer de svåraste problemen. Det är svårt att hinna med alla problem och det är mycket svårt att få alla rätt. Tillsammans i klassen kan ni sen arbeta vidare med problemen.

Till varje problem finns det fem svar att välja mellan. Bara ett av de svaren är riktigt. Du kan ibland lösa problemet genom att pröva de olika svarsalternativen.

Du behöver kladdpapper. Du får däremot *inte ha tillgång till räknare, datorplatta, dator eller mobiltelefon*. Fråga din lärare om det är något du undrar.

Lycka till med årets problem!



Trepoängsproblem

1. Tom och John är tillsammans 23 år, John och Alex är tillsammans 24 år och Tom och Alex är tillsammans 27 år. Hur gammal är den som är äldst?

A: 10 år B: 11 år C: 12 år D: 13 år E: 14 år

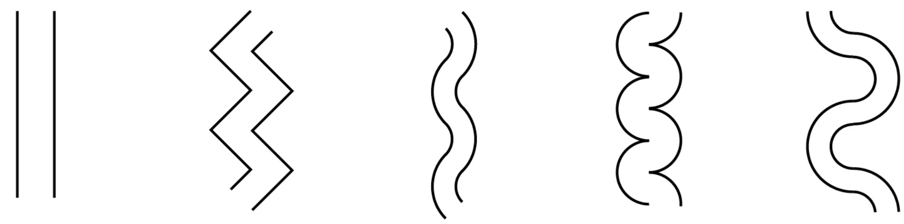
(*Bulgarien*)

2. $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$

A: $\frac{3}{111}$ B: $\frac{111}{1110}$ C: $\frac{111}{1000}$ D: $\frac{3}{1000}$ E: $\frac{3}{1110}$

(*Schweiz*)

3. Maria vill bygga en bro över en flod och hon vet att det inte spelar någon roll var hon börjar bygga, eftersom det kortast möjliga avståndet mellan stränderna är detsamma överallt. Vilken av följande bilder kan *inte* vara en bild av floden?



A B C D E

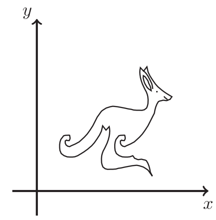
(*Sverige*)

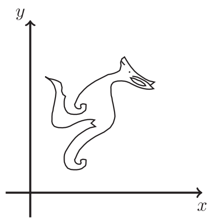
4. Hur många heltal är större än $2015 \cdot 2017$ men mindre än $2016 \cdot 2016$?

A: 0 B: 1 C. 2015 D: 2016 E: 2017

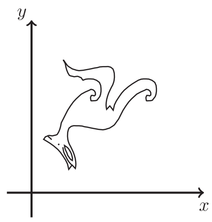
(*Tyskland*)

5. I xy-planet bildar en mängd punkter en bild av en känguru. I varje punkt byter x- och y-koordinaten plats. Vad blir resultatet?

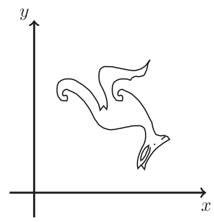




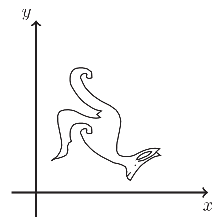
A



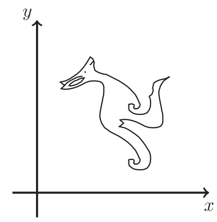
B



C



D

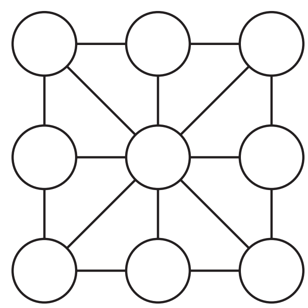


E

(*Finland*)

---

6. I bilden finns 8 små trianglar där hörnen är sammanbundna med linjer. I hörnen finns cirklar där det ska stå heltal. Då man summerar talen i hörnen för varje triangel måste alla dessa ha samma summa. Vilket är det största antal olika heltal hon kan använda?



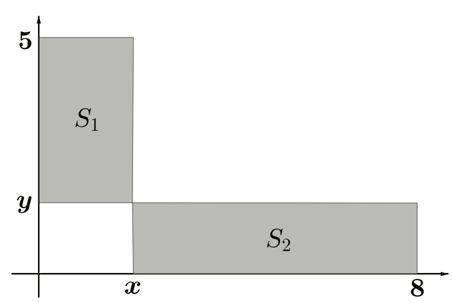
A: 1 B: 2 C: 3 D: 5 E: 6

(*Belarus*)

---

7. Rektanglarna S_1 och S_2 har samma area.

Bestäm förhållandet $\frac{x}{y}$.



A: 1 B: $\frac{3}{2}$ C: $\frac{4}{3}$

D: $\frac{7}{4}$ E: $\frac{8}{5}$

(*Mongoliet*)

---

8. Om $x^2 - 4x + 2 = 0$, vad är då $x + \frac{2}{x}$?

A: -4 B: -2 C: 0 D: 2 E: 4

(*Ungern*)

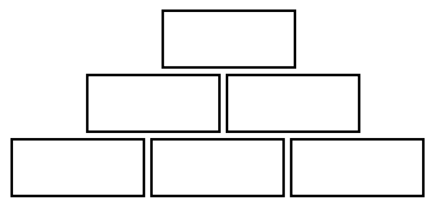
Fyrapoängsproblem

9. De positiva heltalen a, b, c, d uppfyller sambanden $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = \frac{d}{2}$.
Vilket av de fyra talen a, b, c, och d är störst?

A: a B: b C: c D: d E: går inte att bestämma entydigt

(*Tyskland*)

10. I var och en av de tre nedersta rutorna ska det stå ett heltal större än 1. I var och en av de övriga rutorna ska produkten av talen i rutorna närmast under stå. Vilket av följande tal kan inte stå i den översta rutan?



A: 56 B: 84 C: 90 D: 105 E: 220

(*Schweiz*)

11. Vad är x_4 om $x_1 = 2$ och $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ för $n \geq 1$?

A: 2^{2^3} B: 2^{2^4} C: $2^{2^{11}}$ D: $2^{2^{16}}$ E: $2^{2^{768}}$

(*Iran*)

12. I rektangeln *ABCD* är sidan *BC* hälften så lång som diagonalen *AC*. Låt *M* vara en punkt på sidan *CD* så att *AM* = *MC*. Hur stor är vinkeln *CAM*?

A: 12,5° B: 15° C: 27,5° D: 42,5° E: annat värde

(*Tyskland*)

13. Hur många olika rektanglar med arean 2016 kan delas i 56 lika stora kvadrater med sidolängder som är heltal?

A: 2 B: 4 C: 6 D: 8 E: 0

(*Katalonien*)

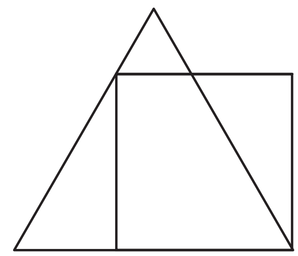
14. På en ö är invånarna antingen riddare eller skurkar. Riddarna talar alltid sanning medan skurkarna alltid ljuger. Under ditt besök på ön möter du sju invånare som sitter runt en brasa. Alla säger ”Jag sitter mellan två skurkar!” Hur många av dem är skurkar?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6

E: Det behövs mer information.

(*Finland*)

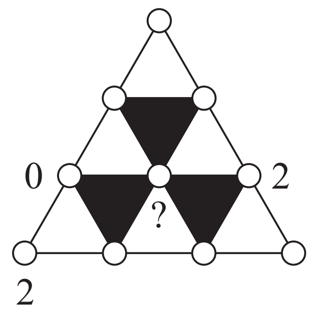
15. Figuren visar en kvadrat och en liksidig triangel.
Kvadratens omkrets är 4.
Vilken omkrets har den liksidiga triangeln?



A: 4 B: $3 + \sqrt{3}$ C: 3
D: $3 + \sqrt{2}$ E: $4 + \sqrt{3}$

(*Belarus*)

16. Var och en av de tio punkterna i triangeln ska markeras med en siffra: 0, 1 eller 2. Summan av hörnsiffrorna runt en vit triangel ska vara delbar med 3 medan summan av hörnsiffrorna runt en svart triangel inte ska vara det. Tre av siffrorna är redan givna i figuren. Vilka siffror kan markera mittcirkeln (cirkeln ovanför ?)?

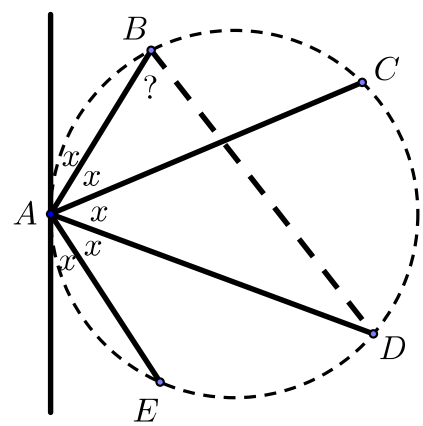


A: Bara 0 B: Bara 1 C: Bara 2
D: Bara 0 och 1 E: Antingen 0 eller 1 eller 2

(*Belarus*)

Fempoängsproblem

17. Bettina markerar fem punkter A, B, C, D och E på en cirkel samt drar tangenten till cirkeln genom punkten A på så sätt att alla fem vinklar markerade med x är lika stora. Hur stor är vinkeln ABD? (Figuren är inte skalenlig).



A: 66° B: 70,5° C: 72°
D: 75° E: 77,5°

(*Österrike*)

18. Hur många olika reella lösningar finns det till ekvationen $\left(x^2 - 4x + 5\right)^{x^2+x-30} = 1$?

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: oändligt många

(*Schweiz*)

19. I en rätvinklig triangel ABC (den räta vinkeln i A) skär bisektriserna till de spetsiga vinklarna varandra i punkten P. Vilket är avståndet från P till A om avståndet från P till hypotenusan är $\sqrt{8}$?

A: 8 B: 3 C: $\sqrt{10}$ D: $\sqrt{12}$ E: 4

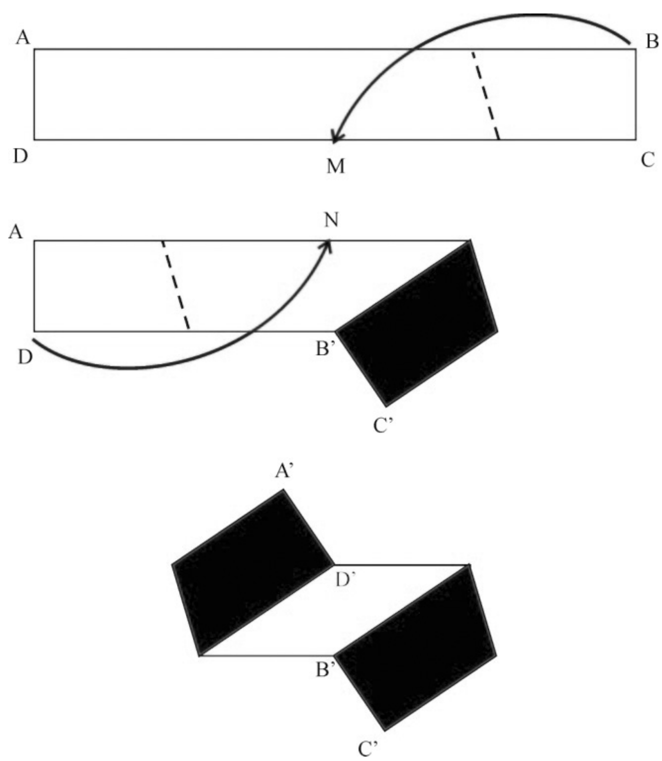
(*Katalonien*)

20. En kub uppdelas i sex pyramider genom att en given inre punkt P i kuben sammanbinds med varje hörn i kuben. Fem av dessa pyramider har volymerna 2, 5, 10, 11 och 14. Vilken volym har den sjätte pyramiden?

A: 1 B: 4 C: 6 D: 9 E: 12

(*Tyskland*)

21. En rektangulär pappersremsa med bredd 5 cm och längd 50 cm är ljusgrå på ena sidan och mörkgrå på den andra sidan. Christina viker först remsan så att hörnet B sammanfaller med mittpunkten M på sidan CD, därefter så att hörnet D sammanfaller med mittpunkten N på sidan AB.
Vilken area i cm^2 har den synliga ljusgråa delen av remsan som syns å den nedersta bilden?



A: 50 B: 60 C: 62,5 D: 100 E: 125

(*Brasilien*)

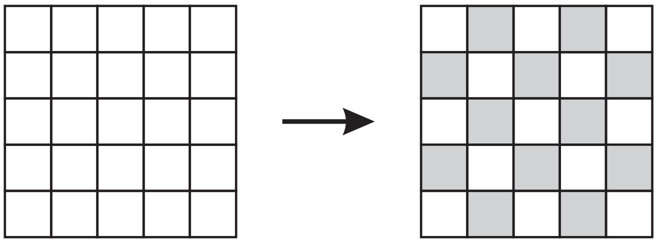
22. Ann valde ett positivt heltal n och skrev ner summan av alla positiva heltal från 1 till n. Ett primtal p delar summan men inte någon av summans termer. Vilket av följande tal kan vara $n + p$?

A: 217 B: 221 C: 229 D: 245 E: 269

(*Litauen*)

---

23. En 5×5-kvadrat är indelad i 25 rutor. Från början är alla rutor vita som i den vänstra figuren. I varje steg ändrar man färg på tre närliggande rutor i en rad eller kolumn till den motsatta färgen, dvs vita rutor blir svarta och svarta rutor blir vita. Vilket är det minsta antal möjliga steg som behövs för att erhålla den färgläggning som visas i den högra figuren?



A: mindre än 10 B: 10 C: 12

D: mer än 12 E: Det är omöjligt att genomföra

(*Belarus*)

---

24. Det positiva heltalet N har exakt sex olika positiva delare inklusive 1 och N. Produkten av fem av dem är 648. Vilken av följande är den sjätte delaren till N?

A: 4 B: 8 C: 9 D: 12 E: 24

(*Spanien*)

Svarsblankett

Markera ditt svar i rätt ruta

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
					SUMMA	

Namn: ....

Klass: ....