



Milou 2015

– lösningar och arbeta vidare

Vi hoppas att problemen i Milou blev en spännande och positiv upplevelse för både elever och lärare.

Nu kan ni diskutera och kontrollera lösningarna genom att pröva laborativt. Diskutera hur olika problem kan formuleras för att andra lösningar ska vara möjliga. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex ingående tal, ändras.

Här ger vi några kommentarer och förslag på hur ni kan arbeta vidare. Säkert har du också egna idéer. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se

I årets Ecolier finns det ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans i klassen. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer att publiceras på Kängurusidan, ncm.gu.se/kanguru i slutet av terminen. Där finns också alla tidigare problem tillgängliga. Många av dessa går att använda i din grupp även om de ursprungligen var tänkta för äldre elever.

Övningsuppgiften

Rätt svar: Hunden

Klipp ut pusselbitarna och undersök vilka som passar ihop. Av t ex finmotoriska skäl kan det vara bra med förstora bilder.

Låt eleverna beskriva hur de löste uppgiften. Tittade de enbart på bilderna av djuren eller uppmärksammade de egenskaper hos de geometriska formerna? Exempelvis är kattbilden en kvadrat som är delad i två trianglar. Går det att se vilken bild som blir över utifrån de geometriska formerna? Hur skulle pusselbiten som kompletterar hunden se ut? Vad kallas den formen?

- Leta efter två- och tredimensionella former i omgivningen och hemma (t ex grytlapp, fotboll, toarulle, reflex osv) och låt barnen berätta om föremålens användningsområden.
Gruppera föremålen efter geometriska egenskaper. Kan de sorteras på flera sätt? Hur gör man om ett föremål tillhör fler än en grupp?
Låt eleverna beskriva formernas egenskaper och rita av dem i olika positioner.
- Undersök hur geometriska figurer är konstruerade. Vilka månghörningar är t ex en fotboll uppbyggd av? En toarulle? (klipp upp och undersök).
- Lägg geometriska figurer i olika storlekar, färger och mönster med pärlor och pärlplattor (t ex kvadrat, triangel, romb, sexhörning osv).
- Hur många trianglar består en kvadrat av? Hur ser trianglarna ut? Beskriv dem.
- Hur många liksidiga trianglar behövs för att bygga en sexhörning? Vilka egenskaper har en romb? Hur kan man bygga stjärnor av liksidiga trianglar?
- Arbeta med geobräden och två eller flera gummisnoddar till var och en. Gör en liten figur på brädan. Gör en likadan figur men vrid den ett kvarts varv. På vilka sätt är figuren densamma? Har den samma storlek som förut? Har den samma form? Fortsätt att vrida figuren och samtala om likheter och skillnader. Gör fler figurer.



Uppgift 1

Rätt svar: 19

Uppfattar eleverna antalet prickar på de olika nyckelpigorna i en blink, utan att räkna (subitisering)? Finns det elever som har svårighet med parbildningen antal – räkneord eller kanske ett-till-ett-räkningen? Hur vet eleven vilka prickar som har räknats? Har alla elever klart för sig vilken siffra som svarar mot antalet?

Lös problemet tillsammans. Hur vill eleverna gå tillväga? Finns det olika förslag? Vilka strategier har eleverna? Upptäcker de att antalet prickar på två av nyckelpigorna är lika? Har de nytta av det? Kanske några elever räknade en prick i taget och fick det till nitton. Andra upptäckte talen 2, 3, 5 och 6 och använde dem. Några såg två ”femmor” för de adderade två och tre prickar till fem. Fem och fem är tio. Då återstod sex och tre, som tillsammans är nio. Sammanlagt 19 prickar.

Någon annan upptäckte kanske dubbelt så mycket som tre, dvs sex och tillsammans med de sex prickarna på en annan nyckelpiga dubbleras antalet till tolv. Tillsammans med de fem och de två prickarna på resten av krypen är det nitton. De räknar tolv, tretton, fjorton ... nitton, eller kommer på ytterligare sätt fram till det totala antalet, nitton.

Observera de enskilda elevernas strategier så att undervisningen sedan kan ge lämpliga utmaningar.

Gör olika undersökningar med eleverna i klassen. Hur många ben har vi tillsammans? Armar? Ögon? Fingrar och tår? Låt eleverna beskriva för varandra hur de löser problemen. Vilka räknestrategier och räknesätt använder de?

Liknande problemställningar:

- Sara besöker en bondgård med grisar och hönor. Hon ser 14 djur. Tillsammans har de 46 ben. Hur många grisar och hur många hönor finns det på gården?
- I häxans fångelse finns pallar med tre och fyra ben. När jag tittade in genom det lilla hålet kunde jag se att det satt en fånge på varje pall. Jag räknade till 39 ben. Jag glömde räkna hur många pallar och hur många fångar där fanns. Hjälp mig snälla du.
- Jag har fångat jordlöpare, guldbaggar, kålfjärilar, citronfjärilar, krabbor och ligustersvärmare. Tillsammans har de hundra ben. Hur många har jag fångat?
- Mowgli räknade benen på alla han mötte på sin djungelpromenad. Han fick det till hundra ben. Vilka kan han ha mött?
- Hur många husdjur finns det? Hur många har vi i klassen? Gör tabeller över resultatet. Hur många har 0? Hur många har 1, 2 etc? Hur många tillsammans? I samtal kring detta problem kan eleverna få insikt i hur bestående insamlade data är, att de gäller just vid en viss tidpunkt. Data som handlar om husdjur ändrar sig ofta – katten får ungar, akvariefiskar dör osv.

Uppgift 2

Rätt svar: Rektangeln

Uppgiften handlar om att känna igen och kunna urskilja de enskilda formerna. Låt eleverna berätta hur de löste uppgiften. Ett sätt att kontrollera lösningen är att använda utklippta former och lägga ut dem på motsvarande form i de olika samlingarna. Ett annat sätt kan vara att föra in uppgifterna i en enkel tabell, t ex:



| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

I tabellen finns ingen markering för rektangeln i exempel två. Den figuren finns inte i alla bilder.

Benämnn formerna gemensamt och låt eleverna beskriva egenskaper som är lika och egenskaper som skiljer formerna åt. Lyssna in hur eleverna uttrycker sig. Det ger underlag för vilka begrepp som den fortsatta undervisningen behöver ta upp.

Det är angeläget att elever får se former i olika perspektiv. Dels för att stärka förståelsen för olika former och dels för att undvika eller överbrygga missuppfattningar om att en förändrad position förändrar formen. Alltför många elever känner inte igen en kvadrat i andra positioner än stående på en sida. En tänkbar orsak är att undervisningen alltför ofta visar formen just så.

- Lägg olika geometriska former på ett bord, t ex så som ett av alternativen i uppgiften. Placera eleverna runt bordet. Peka på en form och låt dem visa med en likadan form, eller rita en bild som visar hur den ser ut från deras håll. Diskutera och jämför. Varför ser de olika ut?
- Låt en elev beskriva objektens position i förhållande till varandra, så som han ser det. Låt en elev som står vid en annan sida av bordet göra samma sak. Lägg märke till vilka lägesord de använder (vänster–höger, ovanför–nedanför, över–under, ovanpå–under). Hur skiljer sig beskrivningarna åt? Varför? Lyssna in vilka lägesord som den fortsatta undervisningen ska ta upp. Betyder begreppen över, ovanför och ovanpå samma sak? Nedanför och under? Diskutera.
- Placera några elever runt ett bord eller i ring på golvet. Lägg ett abstrakt motiv av några geometriska former framför dem. Låt eleverna lägga likadana på ett papper, så som motivet ser ut ifrån den egna platsen. Dokumentera lösningarna med t ex foton. Projicera bilderna intill varandra. Diskutera vad som är lika och vad som skiljer samt vad detta beror på.
- Låt eleverna använda logiska block eller andra geometriska former och sätta ihop former till ett motiv. Låt sedan två elever sitta med en skärm mellan sig, eller rygg mot rygg. Den ena beskriver sitt motiv så att kamraten kan göra en kopia. Uppgiften ställer krav på att både uttrycka och att tolka språkliga formuleringar. Diskutera vad som är lätt och vad som är svårt att beskriva och att tolka. Resonera om och pröva hur man kan beskriva så att kamraten förstår.

Uppgift 3

Rätt svar: 5

Vad var lätt i uppgiften? Vad var svårt? Låt eleverna berätta.

Också denna uppgift handlar om att kunna urskilja och särskilja former. Här bildar trianglar och andra former en sammanhållen helhet i en föreställande bild. För att kunna urskilja en specifik form, som trianglar, behöver eleverna dels ha kunskap om själva formen och dels perceptuellt kunna skilja ut just dessa i mängden av information.

Elever med perceptuella svårigheter kan behöva hjälp att urskilja de enskilda formerna i helheten. Täck i så fall alla delar utom en, studera den och låt eleven beskriva den. Vilka ord och begrepp har eleven? Vilka ytterligare behöver ni ta upp i undervisningen?

Många elever har en begränsad uppfattning om vad en triangel är och hur den ser ut. Låt eleverna



möta trianglar av olika slag. Samtala om och låt eleverna beskriva de övergripande och gemensamma egenskaperna.

- Knyt ihop ändarna på ett snöre, minst 1 m långt. Låt eleverna tre och tre forma olika trianglar genom att sträcka repet mellan sig. Kan sidorna vara olika långa? Kan två vara lika? Kan alla vara lika? Hitta olika möjligheter. Dokumentera på lämpligt sätt. Jämför och beskriv likheter och skillnader mellan olika trianglar som bildas. Lyssna in elevernas beskrivningar. Aktualisera komparativa former av lång och kort och introducera gärna geometriska begrepp som sidor och vinklar. Kanske använder eleverna ord som kant och hörn. Låt dem göra det, men använd själv de korrekta begreppen sida och vinkel. För att beskriva och tolka vinklar är begreppen spetsig, trubbig och rät vinkel lämpliga att använda.
- Leta tillsammans efter olika trianglar i närmiljön.
- Låt eleverna parvis forma trianglar på geobrädet. Följ upp på samma sätt som med snöret.

Uppgift 4

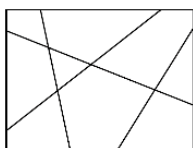
Rätt svar:



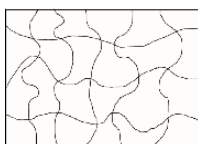
En förutsättning för att lösa uppgiften är att eleven kan urskilja helheten och dess delar. I tidigt lärande är helheten dominant. Att upptäcka enskilda delar kan därför vara svårt. Här är delarna oregelbundna och saknar skarpa vinklar. Eleven måste också föreställa sig hur alternativen ser ut i olika positioner precis som i "vanliga" pussel där det ofta är nödvändigt att vrida bitarna för att passa in dem i tomrummen.

Det enklaste sättet att kontrollera vilken bit som passar är att klippa ut dem och undersöka praktiskt. Det är en fördel om allt förstoras. Låt eleverna diskutera hur de ska få biten att passa. Lägg märke till hur de beskriver omfattning och riktning på vridningen. Låt dem tänka efter hur de ska beskriva rörelsen för någon som inte kan se vad de gör.

Att lägga vanliga pussel stärker rumsuppfattningen, dvs förståelsen för form, storlek och position. Det kan också vara spännande att göra egna pussel. Låt eleverna måla icke-föreställande motiv på A4- eller A5-papper. Klistra upp den färdiga målningen på en lika stor kartongbit, rita ett rutnät av räta linjer på baksidan. Linjerna behöver inte vara parallella. Klipp ut och pussla. En något enklare variant kan vara att göra linjerna först och färglägga fälten på olika sätt.



Det blir svårare om linjerna kröks. Inledningsvis kan det vara bra att begränsa till två horisontella och två vertikala linjer som gör små krökar. Så småningom kan linjerna bli fler, t ex



För att rikta mer uppmärksamheten mot geometriska egenskaper kan följande aktiviteter användas:

- Sätt samman tre (eller fyra) kvadrater på alla tänkbara sätt. Hur många olika finns det? Jämför area och omkrets. Arbeta i par med att täcka en $8 \cdot 8$ -rektangel med bitarna. Hur blir det med en $5 \cdot 5$ rektangel? Hur resonerar eleverna? Vilka lägesord och uttryck för rörelse använder de? Matematiska begrepp? Vilka begrepp behöver lyftas fram i undervisningen?



- Sätt samman fem kvadrater på alla tänkbara sätt. Totalt finns 12 möjligheter, kallade pentominos. Vilka av dessa former kan enskilt eller tillsammans täcka rektanglar av olika storlek?
- Jämför storlek (area och omkrets) på pentominobitarna. Vad upptäcker ni?

Uppgift 5

Rätt svar:



Hur löste eleverna uppgiften? Använde de ögonmått, mättade de med fingrarna, använde de hålen i remsorna eller hade de andra strategier?

För uppföljning och fortsatt arbete behöver eleverna konkret material. Ett förslag är att klippa tio remsor av rutpapper, två rutor breda och tretton rutor långa. I Milou-åldrar behöver de flesta eleverna rutor som är större än 1 cm. Kopieringsunderlag med 2 cm-rutor finns på ncm.gu.se/matematikpapper. Plasta remsorna så håller de längre. Markera och gör hål i skärningspunkterna utmed mittlinjen.

- Låt eleverna arbeta i par med att tolka uppgiftens bilder och sätta ihop remsorna två och två med t ex påsklämmor. I vilka hål sitter "skruvarna"? Vilken remsa är överst? Hur långt in i den undre remsan sitter skruven? Hur kan man veta det?
- Sortera bitarna efter längd. Hur långa är de? Hur uttrycker eleverna mätetalen? Vilken enhet använder de?
- Hur långa bitar kan sättas ihop av tre remsor? Fyra? Ännu fler? Vilka är mätetalen? Vilken är enheten?
- Hur ser den kortaste biten ut som är sammansatt av tre remsor? Fyra? Tio? Samtala om och jämför måtten.

Uppgift 6

Rätt svar:



Den "skarpögde" upptäcker att de fyra första svarsalternativen visar ett helt varvs vridning av samma bild. De båda sista bilderna visar kängurun med huvudet nedåt, men fötterna pekar åt olika håll, ett särskiljande drag. Om den sista bilden vrids ett kvarts varv åt vänster, eller trekvarts varv åt höger ser den ut som bilden i frågan.

I det tidiga lärandet fokuserar elever på helheter. För att de ska få syn på och kunna uttrycka skillnader på detaljnivå måste undervisningen ge sådana erfarenheter.

Låt eleverna berätta hur de löst uppgiften. Lös den gemensamt på ett praktiskt sätt. Klipp ut bilden i frågeställningen och jämför den med de olika svarsalternativen. Låt eleverna beskriva vad som skiljer och vad som är lika.

Beskriv och dokumentera känguruns läge när uppgiftsbilden vrids ett halvt varv framåt (åt höger) och ett kvarts varv bakåt (åt vänster). Låt eleverna föreställa sig, beskriva och sedan visa vilket läge den har när den vridits (roterats) ett helt varv framåt, ett och ett halvt varv framåt osv.

För att stödja elevernas förmåga att urskilja och få syn på detaljer i omvärlden kan ni t ex arbeta med följande:



- Låt eleverna vara tysta detektiver och leta efter ett visst föremål, ett märke etc i klassrummet. Den som hittat det smyger diskret till sin plats. När alla hittat, eller när den bestämda "letatiden" är slut, får någon beskriva med ord var i rummet objektet finns. Lägg märke till vilka lägesord och begrepp som används.
- Lek "Gömma ringen/nyckeln".
- Lek "Kims lek".
- Använd en detaljrik bild, från t ex en barnbok. Låt eleverna leta upp enskilda detaljer i bilden och sedan beskriva var de finns.

Uppgift 7

Rätt svar:



Att kunna tolka en bild av ett objekt sett ur ett perspektiv och att föreställa sig hur själva objektet ser ut från ett annat håll är komplext. Redan i det mycket tidiga lärandet utmanas förmågan att uppfatta föremål i olika lägen och på olika avstånd. Föremål kan se olika ut från olika håll och i olika perspektiv. För att integrera intrycken till en helhet krävs många erfarenheter där vi tolkar egenskaper hos konkreta föremål eller avbildningar. Erfarenheter kopplas samman och bildar helheter för att vi ska kunna känna igen och identifiera objekt från olika håll, som tornet i det här fallet. För att hantera vardagen och för framgång i geometrilärandet behöver vi kunna föreställa oss, "se inre bilder", av objekt i olika lägen, på olika avstånd samt efter ett händelseförlopp.

En annan del i lärandet är att utveckla sin förmåga är att *beskriva* form, egenskaper, storlek och lägen med ökande säkerhet och precision.

- Ställ olika vardagsföremål som skor, stövlar, leksaker, ... framför eleverna. Låt en i taget titta på föremålet *rakt ovanifrån* och rita det. Låt dem också beskriva muntligt för varandra hur det såg ut. Fokusera på nödvändiga begrepp och detaljer. Hur ser samma föremål ut från andra håll?
- Låt eleverna undersöka och beskriva hur ett likadant torn som i uppgiften ser ut ovanifrån och underifrån och förklara varför.
- Använd bilder på föremål i olika lägen. Låt eleverna placera ett föremål så att det motsvarar läget på bilden och beskriva ur vilket perspektiv (ovanifrån, underifrån, från vänster/höger etc) de ser föremålet, och hur de vet det.
- Sätt två elever mitt emot varandra med t ex en kopp med öra framför sig i ögonhöjd. Placera koppen så att de ser örat åt ena sidan. Låt eleverna rita koppen som de ser den från sin position och sedan jämföra bilderna. Vad är lika? Olika? Varför? Hur ser bilderna ut om fyra elever sitter parvis mitt emot varandra?
- Placera ett bekant föremål, t ex en kanna med handtag och pip framför eleven "Kalle". Låt eleverna föreställa sig och rita en bild av hur kannan ser ut ur hans perspektiv. Använd bilderna som samtalsunderlag. Låt enskilda elever beskriva hur kannans placering ska ändras för att de ska se den på samma sätt som för Kalle.
- Använd en enkel bild sedd från sidan från t ex en barnbok. Låt barnen föreställa sig och måla hur den ser ut ovanifrån, som att ligga på mage på ett moln och titta ner, eller från bildens vänster- eller högerhåll.



Uppgift 8

Rätt svar: 7

Uppgiften handlar om rumsbegreppet *utanför*, det geometriska begreppet *kvadrat* samt innebörden i det aritmetiska begreppet *summa*.

Att kunna urskilja enskilda former som korsar varandra är en perceptuell utmaning. Uppfattar eleverna helheten på formerna? Kan de följa cirkelns rand med ett finger eller pennan? Uppfattar de att samma linje ändrar riktning vid vinklarna och sedan fortsätter och bildar ytterkant på kvadraten?

Låt eleverna beskriva hur de löste uppgiften. Vad är utanför kvadraten? Innanför? Vad är innanför cirkeln? Utanför cirkeln? Vad är innanför både kvadraten och cirkeln?

- Knyt ihop snören eller lägg en färdig ring på golvet. Placera ett gosedjur på olika platser i och utanför ringen. Diskutera om föremålet är innanför eller utanför. Lägg ut fler ringar i olika färger, en i taget. Flytta gosedjuret till olika positioner. Låt eleverna beskriva vilka ringar den är innanför och vilka den är utanför. Text att *nallen är innanför den röda ringen, men utanför den svarta och den gröna.*
- Lägg sifferkort inom lämpligt talområde i eller utanför ringen, tex udda tal i ringen och jämna utanför; tal som slutar på fem innanför och övriga utanför etc. Vilken är summan av talen utanför ringen? Låt eleverna visa vilka talen är och beskriva hur de adderar. Diskutera innebörden i begreppet summa. Vilken är summan av talen utanför ringen? Utöka talområdet.
- Använd ringar i olika färger. Placera dem så att några tal ligger innanför enbart en ring och utanför en annan och några innanför två eller fler ringar. Vilka tal ligger i den röda ringen? Vilka ligger i den blå? Vilka ligger i både den röda och den blå ringen? Låt eleverna beräkna summor av olika grupper och beskriva hur de adderar.

Uppgift 9

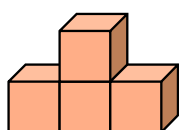
Rätt svar: 1 timma

Uppgiften handlar om tid, avstånd och riktning. Halva vägen hem *från* farmor tar en halvtimme. Diskutera hur lång tid halva vägen *till* farmor tar, dvs i motsatt riktning. Hur lång tid tar då hela vägen? Tar båda riktningarna alltid lika lång tid? Om inte, varför?

- Vilken känsla har eleverna för olika tidsavstånd? Diskutera: *Vad* hinner jag göra på en minut? *Hur långt* hinner jag på en minut/fem minuter/en timme? *Hur lång* är en minut? – sätt dig när en minut gått. Vilken blir skillnaden på upplevelse och verklig tid om det är tyst i rummet, om det är musik, om man "klappar händerna ljudlöst" ...?
- Diskutera och arbeta konkret med tidsavstånd. Hur lång tid är det tills vi ska äta, ha rast, sluta för dagen ...? När behöver Simon senast gå hemifrån för att hinna till ...?
- Hur kan man kontrollera tidsavstånd – en minut, en halvtimme, en timma? Vilken nytta har man av klockan?

Uppgift 10

Rätt svar:



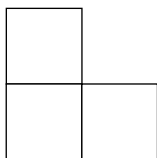
Pröva konkret vad det är Minna *inte* kan bygga. Använd tex multilinkkuber och bygg ihop två till likadana klossar som Minnas. (Tejpa eventuellt ihop dem, så att de inte ramlar isär.) Diskutera varför



hon inte kan bygga alla alternativen.

- Låt eleverna sätta samman fyra kuber på alla tänkbara sätt och sedan visa för varandra. Vilka är lika? Vad skiljer? Hur kan vi veta att vi hittat alla sätt som går? Är bygget där fyra kuber sitter ihop utmed bordet likadant som det där kuberna sitter ihop ovanpå varandra? Låt eleverna motivera.
- Låt eleverna rita sina hus så som de ser ut från olika håll. Diskutera hur bilden ovanifrån kan visa på antalet våningar. Exempel:

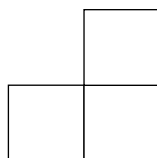
Framifrån



Från vänster



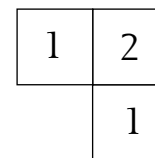
Bakifrån



Från höger



Ovanifrån



Uppgift 11

Rätt svar: 4

Hur tänkte eleverna? Låt dem berätta. Vilka olika strategier har de använt?

Någon kanske låter Tom ge Marko en kula i taget och försöker hålla ordning på hur många de då har var. Tom $9 + 1$ (10); Marko $17 - 1$ (16); Tom $10 + 1$ (11); Marko $16 - 1$ (15) osv. En sådan strategi är krävande för arbetsminnet och undervisningen behöver visa på mer effektiva sätt. Arbeta med konkret material, t ex kulor eller markörer som ligger mer still än kulor. Tillsammans har Marko och Tom $9 + 17$ kulor, 26 kulor. Om de ska ha lika många ska de ha hälften var.

- Låt eleverna dela kulorna i två lika mängder, dvs 13. Hur många för mycket har Tom? Hur många fattas för Marko?
- Skriv uttrycket $17 - 4 = 9 + 4$ och diskutera sambandet till Tom och Marko. Diskutera likhetstecknets innebörd. Gör fler exempel med andra tal.

Uppgift 12

Rätt svar:



Hur mycket måste bitarna roteras för att passa i tomrummet? Det är detaljer som skiljer alternativen åt och eleven behöver kunna föreställa sig var dekorationerna i de olika alternativen hamnar efter vridningen och som gör att dekorationen blir komplett samtidigt som biten passar i hålet. Vridningen är en tredjedels varv åt höger, eller två tredjedels varv åt vänster.

Gör uppgiften praktiskt med utklippta delar. Förstora gärna bilderna så att de blir lättare att hantera finmotoriskt. Låt eleverna beskriva hur de ska få rätt bit att passa och varför inte vilken bit som helst passar. Lägga märke till vilken riktning i vridningen som eleverna väljer. Är det någon skillnad mellan höger- och vänsterhänta?

Arbeta vidare enligt förslag till uppgift 4.



Uppgift 13

Rätt svar: 2

Problemet handlar om att göra beräkningar. Eleven ska både överföra två situationer till räkneuppgifter, $8 + 8$ eller $2 \cdot 8$ samt $16 - 14$, och göra beräkningarna. Låt eleverna berätta hur de löste problemet. Hur kom de fram till det totala antalet pizzabitar? Diskutera olika strategier för subtraktionen. Vilken form tänker eleverna sig att pizzorna hade? Var bitarna lika stora? Hur delade Vera i så fall?

Uppgiften ger också underlag för att arbeta med del av-begreppet, vilket bygger på likadelning samt några geometriska begrepp.

- Visa eleverna en kvadrat, stående på en vinkel. Vilken form är det? Lyssna in vilka uttryck eleverna använder, t ex fyrkant, fyrhörning, rektangel, kvadrat. Många elever känner igen kvadraten när den står på en sida, men är osäkra när den har andra positioner. Samtala om formens egenskaper. Använd själv korrekta begrepp och se till att eleverna förstår dem. Det är välkänt att begrepp som elever förstår innebörden av men själva ännu inte använder så småningom blir deras egna och används aktivt.
- Ge eleverna var sitt kvadratisk papper, ungefär 20×20 cm. Låt eleverna vika det ”på mitten”. Eleverna har då två alternativ, längs mittlinjen eller diagonalen. Diskutera om båda lösningarna kan stämma och varför. Vilka former fick vi fram? Lyssna in vilka språkliga uttryck eleverna använder, t ex trekant, fyrkant – eller mer matematiskt korrekta begrepp som triangel, fyrhörning, rektangel. Hur många av den framvikta formen finns det? Hur stor är en av dem jämfört med kvadraten? Hur vet vi det?
 - Vik ihop papperet längs båda mittlinjerna. Vilken form bildas? Hur stor är den jämfört med den ursprungliga kvadraten och med rektangeln?
 - Vik ihop papperet längs båda diagonalerna. Vilken form bildas? Hur stor är den jämfört med den ursprungliga kvadraten, rektangeln och den mindre kvadraten?
 - Använd korrekta bråkuttryck som en halv, en fjärdedel osv. Visa på att varje del är en av de två – hälften; en av de fyra – en fjärdedel osv. Visa att t ex två fjärdedelar och en halv utgör samma del av helheten, den ursprungliga kvadraten.
 - Vik upp hela papperet och vik de fyra hörnen mot skärningspunkten i mitten. Vilken form får vi? Hur stor är den jämfört med kvadraten vi utgick från? Jämfört med rektangeln? Den största triangeln? osv ...
 - Vänd papperet upp och ned och vik hörnen mot mittpunkten. Resonera på motsvarande sätt om form och storlek på de nya delarna.
 - När vi viker upp papperet kan vi med linjernas hjälp undersöka och markera olika representationer för olika bråkuttryck och jämföra dem både med varandra och med helheten. Olika former representerar samma storlek. Det kan ibland vara svårt att uppfatta för ögat och vi behöver undersöka och resonera för att vara säkra. I ”bråkloppa” kan uppgiften som gömmer sig innerst handla om tal i bråkform; *visa hälften av; två fjärdedelar av; ...*

Uppgift 14

Rätt svar: 4

Problemet handlar om flera saker:

- likhetstecknets betydelse, dvs att värdet på båda sidor om tecknet är lika
- tals helhet och delar
- att okända tal kan representeras av symboler.

Talet 4 motsvarar två likadana trianglar, dvs två lika stora tal. Dela upp antalet 4 i två lika stora delar



med konkret material, dvs två och två ($2 + 2$). Byt ut trianglarna mot talet 2 och diskutera vilka tal som ska ersätta övriga symboler.

Låt eleverna göra egna liknande problem. Svårighetsgraden ökar om symbolerna får stå för uttryck som $16 - 4$; $5 \cdot 5$; ...

Uppgift 15

Rätt svar: 15

För att förstå problemet behöver eleverna erfarenhet av att stå i kö, rent fysiskt. Många har varit med om det, t ex vid skollunchen eller i affären. Samtala om skillnaden mellan att stå på rad och stå i kö.

Diskutera vad det innebär att stå *mitt i* kön. Placeringen kan vara precis eller en uppskattning. Om placeringen är precis är det lika många framför som bakom. Antalet personer i kön måste vara udda. Varför?

- Låt eleverna ordna köer med olika antal gosedjur och beskriva deras plats i kön med hjälp av ordningstal. Var är mitt i kön? Vilket djur finns där? Visa på att om de stegvis lägger det djur som finns i början och slutet av kön kommer det som står mitt i kön att slutligen stå ensam kvar. Hur blir det om antalet i kön är jämnt?

Att hitta *mitt i* innebär att antalet delas upp i två lika stora delar, halvor. Mitt i kön finns det lika många framför som bakom. Den som har den platsen gör det totala antalet till ett udda tal. Tex har Nisse två personer före och två efter sig. Det är fyra i kön förutom Nisse. Hälften av fyra är två. Nisse står mitt i kön, som nummer tre. Låt eleverna parvis lösa uppgifter som:

- Satu står mitt i kön som nummer fem. Hur många står framför? Bakom? Hur lång är kön?
- Milan har tio personer framför sig och tio bakom sig. Vilken plats har han i kön?
- Rani står mitt i kön, som nummer tjugotre. Hur lång är kön?

Låt grupperna berätta hur de kom fram till en lösning och hur de vet att den stämmer.