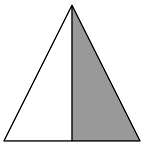
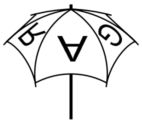
Svar och lösningar – Benjamin

1 B

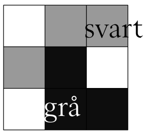


2 C



Det räcker att uppmärksamma att ett spegelvänt ”R” inte förekommer på paraplyet.

3 A 2



En grå kvadrat som ska bli svart.
En svart kvadrat som ska bli grå.

4 A 75 ägg

5 ankor lägger var och en 10 ägg på 10 dagar och 5 lägger 5 ägg var på 10 dagar. Sammanlagt $5 \cdot 10 + 5 \cdot 5 = 75$

5 B 18 cm

Kvadraterna har sidolängd 2 cm. Den tjocka svarta linjen består av 9 sådana sidor.

6 E $\frac{23}{12}$

7 D 12 cm

3 cm längs kvadraternas nedre sidor , 6 cm sammanlagt på de lodräta sidorna och 3 cm sammanlagt på översidorna. Var kvadraterna i de två övre raderna exakt är placerade vet vi inte, men det behövs inte.
Det är totalt 3 cm av kvadraternas översidor som är en del av omkretsen.

8 E 20

Siffersumman i en månads nummer kan som mest vara 9, september.
Siffersumman för dagen i månaden är som mest 2+9=11, den 29:e.
Årets största siffersumma skriver Anna 29 september: $11 + 9 = 20$.

9 D 5 kg

Rita och Dita väger 8 kg tillsammans men Dita väger 2 kilo mer än Rita. Då måste Dita väga 5 kg (ett kg mer än hälften) och Rita 3 kg (ett kg mindre än hälften).

10 A 10

Det finns 6 växter med blommor. De har sammanlagt 12 blad.
Återstående 20 blad sitter på 4 växter utan blommor.

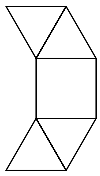
11 A 4 cm

De två remsorna är 50 cm om de överlappar 10 cm. Ligger remsorna kant i kant är de alltså 60 cm. För att få 56 cm remsa måste den totala längden minska med 4 cm, dvs så mycket som den ena remsan överlappar den andra.

12 C 20 cm

Kortsidan på den lilla rektangeln är 5 cm eftersom två kortsidor är lika långa som en långsida. Sidan AB är därför $5\,\text{cm} + 10\,\text{cm} + 5\,\text{cm} = 20\,\text{cm}$.

13 C



Kvadraten måste vara pyramidens bas eftersom alla andra sidor i en pyramid är trianglar. C kan inte vikas till en pyramid då den nedre vänstra triangeln skulle överlappa den övre vänstra triangeln och då skulle en av de fyra sidorna saknas.

14 D 29

De kan bo så här: 5 – 1 – 5 – 1 – 5 – 1 – 5 – 1 – 5
Det finns andra sätt att placera sex personer i två hus intill varandra, men detta är den lösning som ger flest, då vi får 5 personer i det nionde huset. Fler än 24 kan det inte bo i de första 8 husen och i nionde huset kan det inte bo fler än fem eftersom det bor minst en i hus 8.

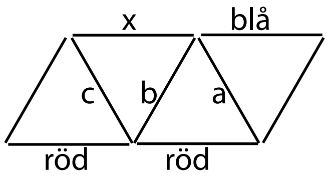
15 C 4030

Vår ålder talar om skillnaden mellan innevarande årtal och födelseåret. Födelseår plus aktuell ålder ger alltså nuvarande årtal. Sofias födelseår plus ålder är nu 2015, hennes mors födelseår plus ålder också 2015.
Det ger 4030 tillsammans.

16 B 26 cm

12 kan skrivas som en produkt av två naturliga tal på tre sätt: $1 \cdot 12$; $2 \cdot 6$ och $3 \cdot 4$. Omkretsen på de möjliga rektanglarna är $2 \cdot (1 + 12) = 26$, $2 \cdot (2 + 6) = 16$ eller $2 \cdot (3 + 4) = 14$.

17 C endast röd



a kan inte vara röd eller blå, alltså grön.
Då är **b** blå.
c kan inte vara blå eller röd, alltså grön.
Då är **x** röd

18 E 13

Vid maximal otur tar Simon 5 gula äpplen och 7 gröna päron.

19 E 6

Ett tvåsiffrigt tal (YY) och två ensiffriga tal (X och X), där X och Y står för olika siffror, kan som högst ha summan $99 + 8 + 8 = 115$.
Det betyder att Z måste vara 1. ZZZ=111.
Y kan inte vara 8 (eller mindre), då 111–88=23, och 23 > 9+9.
Alltså Y=9, YY=99. 111 – 99 = 12, så X = 6.

20 C 67

Efter multiplikation av 100 med 2 eller 3 och ökning med 1 eller 2 får vi 201, 202, 301 eller 302. Inget av dessa tal är delbart med 4 och bara 201 är delbart med 3, så slutresultatet måste vara 201/3= 67.

21 B 61

BD–AC= 79–18= 61 ger den största möjliga differensen.
A < B < C < D där A, B, C och D är siffror och A > 0.
B och D kan inte vara större än 7 och 9 och A kan inte vara mindre än 1.
AC ska vara så litet som möjligt, men eftersom B<C så måste C vara 8.
Om vi minskar C skulle differensen bli större men om vi minskar C måste vi också minska B, eftersom B<C och då minskar differensen.

22 B	8	Eftersom Mike åker i kupé 18 och i vagn 3, kan de två första vagnarna som mest ha 8 kupéer vardera. Om det är 8 kupéer i varje vagn ligger kupé 50 i vagn 7. Med 7 kupéer i varje vagn hamnar kupé 18 fortfarande i vagn 3, men kupé 50 hamnar i vagn 8. Sista tänkbara möjlighet att få kupé 18 i vagn 3 är med 6 kupéer i varje vagn, men då hamnar kupé 50 i vagn 9.
23 D	10	Numrera rummen från 1 till 7. Det finns 10 tripplar som anger vilka rum som kängururna kan placeras i. 135, 136, 137, 146, 147, 157, 246, 247, 257 och 357.
24 E	9	De två punkter som ligger längst från varandra är ändpunkter på en sträcka med längden 14. De två övriga punkter delar sträckan i 3 delar vars längder har summan 14. Avstånden mellan punkterna är skrivna i stigande ordning, så vi vet att $3 < k$. De 3 delsträckorna måste vara 2, 3 och k, alla andra val leder till att summan är större än 14. $2 + 3 + k = 14$ alltså $k = 9$.

Arbeta vidare med Benjamin 2015

Nu är tävlingsdelen av Kängurun avslutad, men vi hoppas att problemen ska kunna vara underlag för många intressanta diskussioner. I samband med genomgång passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Låt alla först få möjlighet att lösa problemen på egen hand om de inte hann det i samband med tävlingen.

Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Att presentera en lösning som andra kan följa och som är korrekt uppbyggd är något som eleverna måste få tid och möjlighet att utveckla med hjälp av lärare. Välj några av årets problem, arbeta igenom lösningarna noga och gör en riktigt genomarbetad redovisning.

Alla problem kan naturligtvis diskuteras utifrån valda lösningsmetoder. De flesta problem kan lösas på olika sätt och det är alltid bra att jämföra dessa och se på likheter och skillnader. Det är också bra att beskriva lösningarna med hjälp av olika uttrycksformer, konkret material, bilder, muntligt eller skriftligt tal och med symboler. Jämför de olika formerna och se hur den konkreta representationen uttrycks i ord och med symboler. Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
– Påminner problemet om något annat problem vi har löst tidigare?
– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
– Vilka nya frågor kan problemet väcka?
– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Gå också igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i uppgiften så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt. De felaktiga svarsalternativen kan också användas som utgångspunkt för diskussion om vad som skulle kunna leda fram till dessa svar: ”Hur tror ni att den som har fått alternativ *a* som svar har tänkt?”

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att *resonera och argumentera* vara centrala.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal termer att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva få definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Här har vi sorterat förslag under rubrikerna *Tid*, *Tal*, *Geometri* och *Problemlösning och resonemang*. Naturligtvis kan flera av problemen också passa under andra rubriker. Många problemtyper återkommer år från år, i olika skepnader och i olika varianter. Vi hänvisar här till några gamla problem som kan användas i samband med arbetet med årets, men det finns många fler att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru, där alla tidigare omgångar är samlade. Där finns också förslag på hur man kan arneta vidare med de problemen.

Tidigare problem inom området geometri finns dessutom samlade i boken *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742.

Tid

Varje år brukar det finnas något problem som anknyter till Kängurudagen eller till årtalet. I årets tävling har vi *uppgift 8*, som handlar om siffersumman olika dagar. I den uppgiften handlar det mest om att ha kontroll på antalet dagar i månaderna och att inse att 12 har en lägre siffersumma än 9.

15: Lucys och mammas födelseår och ålder

Detta problem tror vi kommer att skapa en hel den aha-upplevelser. Låt eleverna få undersöka detta samband med sig själva, sina föräldrar, sina bekanta och andra personer, både levande och historiska personer. Årtalet man föds + ålder ger aktuellt årtal. Diskutera detta samband. Det är inte säkert att alla har tänkt på det tidigare och inte säkert att de verkligen förstår hur tidslinjen kan ses som en tallinje, dvs att vi kan räkna på tiden. Jämför subtraktioner på tallinjen med beräkningar av tid med hjälp av subtraktion.

Tal

Med utgångspunkt i problem kan vi diskutera egenskaper hos tal. Elever i denna ålder kan resonera om bl a räknesättens innebörd, faktorisering och delbarhet. Problemen utmanar också barnens strategiska tänkande och förhoppningsvis väcker de frågor om tal. Uppmuntra därför eleverna att ställa fördjupande frågor. Hjälp dem också att se samband både inom matematiken och mellan matematiken och omvärlden.

1: Skuggade figurer

Hur stor del av de andra figurerna är skuggade? Hur mycket är hälften av de andra figurerna? Vilka andra andelar av figurerna kan vi relativt lätt markera?

Det är viktigt att eleverna får möjlighet att bestämma andelar av olika helheter. I uppgiften har helheterna olika form, men helheten kan också vara en mängd.

Uppgiften kan också användas för att diskutera geometriska former. Vilka former är illustrerade? Vilka förutsättningar måste gälla för att de skuggade partierna ska vara de andelar de ser ut att vara.

Tidigare problem: E(Ecolier) 2003:6, B(Benjamin) 2001:6; B2002: 6; B2010:16; C(Cadet) 2006:5; C 2009:5

6: Storleken på bråk

Hur kan vi snabbt avgöra om ett bråk är större eller mindre än 1, 2, 3 etc?

Konstruera bråk som ligger nära 1/2, som är exakt 1/2, 1/3, 1/4.

Se på talserien 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 etc … Vilket tal närmar den sig? Resonera om varför.

1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7 etc …. Vilket tal närmar den sig? Varför?

Denna uppgift illustrera på ett bra sätt varför miniräknare inte får användas i Kängurutävlingen. Om eleverna slår in talen kommer de enkelt att få rätt svar, men utan miniräknare måste de fundera ut en strategi och använda sina begreppsliga kunskaper om bråk. Då blir det matematik och inte ett exempel på hur man använder verktyget.

Tidigare problem: C2002:1,

9: Den tunga ankan

Samtala om vågen som bild för likhet. Det är inte säkert att eleverna är bekanta med balansvågar. Låt eleverna få berätta om hur de resonerar.

Hur vet vi att Rita och Dita inte väger lika mycket?

Uttryck sambandet med en ekvation och lös den.

Variera vikterna och låt eleverna konstruera egna liknande likheter.

Tidigare problem: E2004:8

11: Alvas pappersremsor

Problemet kan betraktas som en konkret mätuppgift, men kan också ses som ett talproblem. Hur lång är en remsa? Hur vet vi det? Hur kan vi skriva det som ett uttryck? $(30 + 30 – 10)$. Hur kan vi använda det för att lösa problemet? $(30 + 30 – x = 56)$

Visa konkret med remsorna och jämför. Gör fler exempel och låt eleverna konstruera nya problem med andra remsor.

Se också B2001:17

19: Additionsuppställning med bokstäver

Uppgiften passar utmärkt för att lyfta fram det matematiska resonemanget. Varför måste det tresiffriga talet vara 111? Vilka möjligheter finns då för Y?

Tidigare problem inom samma område, som också passar för resonemang: B2008:2; B2008:16; B2010:1; B2012:21; B2013:5; C2008:18; C2013:11

20: Operationer på talet 100

Gå igenom problemet stegvis. Efter multiplikationen har vi de tänkbara talen 201, 202, 301 och 302. Med hjälp av delbarhetsregler kan vi snabbt avgöra vilket tal som kan divideras med 3 eller 4.

Gå igenom delbarhetsregler. Vilka tal kan delas med 2, 3, 4, 5 och 10?

Tidigare problem B 2007:21; C 2011:19; C 2013:4

21: Största möjliga differens

Ändra förutsättningen i uppgiften så att siffrorna står i minskande ordning. Undersök också minsta möjliga differens i uppgiften.

Diskutera vilken relation det ska vara mellan talen om differensen ska vara så stor som möjligt, och så liten som möjligt. Vilken är den största möjliga differensen mellan två tvåsiffriga tal? Två tresiffriga?

Låt eleverna diskutera tal och operationer i generella termer. Vad händer om man adderar 0 till ett tal? Spelar det någon roll i vilken ordning man adderar termer? etc Uttryck gärna generella samband med bokstäver, exempelvis

$a + 0 = a$, $a + b = b + a$, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Låt eleverna berätta vad dessa uttryck står för.

Se också: C 2011:1
Några tidigare, mer utmanande problem: C2013:16; C2012:4; C2012:8; C 2011:23; C2011:16;

22: Hur många kupéer är det i en vagn?

Jämför lösningsstrategier. Uppmärksamma eleverna på att den första kupén i vagn 3 inte kan ha ett jämnt nummer. Låt dem få förklara varför. Samtala om vilka olika möjligheter som finns om kupé 18 ska ligga i tredje vagnen.

Undersök om det blir samma lösning på problemet med bara information om Mikes eller bara om Janes placering. Spelar det någon roll hur många vagnar tåget har?

I ett annat tåg finns kupé nr 11 i vagn 2 och kupé nr 20 i vagn 4. Hur många kupéer finns det i varje vagn i det tåget? (Lika många kupéer i varje vagn)

Låt eleverna göra liknande uppgifter.

Geometri

Geometri är ett område som lämpar sig väl för problemlösning. Att resonera sig fram till lösningen och att sedan kunna argumentera för den är väsentliga delar av problemlösningsförmågan.

I geometri spelar också bilden en väsentlig roll, som underlag för kommunikation och som stöd för tanken. Med stigande ålder hos eleverna bör vi också ställa större krav på hur de använder bilder. Hur *vet* vi att vinklar är räta? Hur kan vi vara *säkra* på att en yta är hälften så stor som en annan? Att det ser så ut är inte ett tillräckligt starkt argument, utan vi måste också kunna motivera med hjälp av egenskaper hos de geometriska objekten.

2: Paraplyproblem

Vilka delar av paraplyet är det vi ser? Varför är alternativ C fel?

Undersök olika föremål och rita dem från olika håll. Samtala om hur olika delar av något ser ut från andra håll och låt eleverna komma fram till hur höger kan bli vänster om man ser på något från andra hållet. Utgå sedan från bilder och låt eleverna rita motivet från ett annat håll. Se Wallby, K. Matematiken i bilden eller bilden i matematiken, *Nämnaren 1996:2*.

Se även E2015:8, C2015:1

3: Målade rutor

Hur många olika sätt finns det att färglägga figuren så att den stämmer med förutsättningen?

Använd bilden i problemet och diskutera symmetrier. Hur ska rutorna färgläggas för att vi ska få en symmetrisk bild? Hur många olika symmetriska bilde rkan vi få?

5: Längden på linjen

Hur vet vi sidlängden? Variera arean på de små kvadraterna och bestäm sidlängden (dvs kvadratroten). Undersök sambandet mellan sidlängd och kvadratens area konkret och med bilder om eleverna inte är helt på det klara med sambandet. Geobrädet är bra att använda.

Arbeta med kvadraterna 2^2, 3^2, 4^2, etc. Vad betyder den upphöjda tvåan? Undersök vilka kvadrater vi kan addera så att även summan är en kvadrat.?

7: Kvadrattornet

Varför behöver vi inte veta exakt position på kvadraterna? Låt eleverna förklara.

12. Fyra rektanglar i en rektangel

Låt eleverna motivera rektanglarnas mått. Hur kan vi *veta*? Vilken area har de små rektanglarna? Den stora? Undersök area och omkrets om de fyra rektanglarna placeras på ett annat sätt. Hur får vi störst omkrets? Minst omkrets? Störst och minst area? Diskutera slutsatserna.

B2002:6; E2001:11 0ch 14

13: Utvikt pyramid

Rita utvikningen av en kub, en ask utan lock, en mjölkförpackning. Sätt samman och kontrollera.

Denna uppgift handlar om visulaisering, att skapa sig en inre bild av något. Uppgiften blir förstås lättare att lösa om man gör det konkret, men vi behöver också träna vår förmåga att visualisera. Att *samtala* om bilden och om vad som händer när man viker hjälper till.

Utvikningsuppgifter har förekommit många gånger tidigare i Kängurun, tex:
E2003:12; E2004:12; E2005:13; B2006:6

16: Area - omkrets

Hur hade problemet förändrats om vi inte hade haft några alternativ?

Variera arean och tillåt också sidorna att vara annat än hetal.

Utgå från en bestämd omkrets och låt eleverna bestämma omkrets.

Denna typ av uppgift är mycket viktig för att eleverna ska utveckla en säker förståelse av relationen mellan area och omkrets. De behöver många erfarenheter av detta för att de med säkerhet ska inse att en viss area inte innebär en viss omkrets, utan att fomen på objeketet också påverkar omkretsen. Med hjälp av snöre kan man tydligt illustrera att en bestämd omkrets (snörets längd) kan vara omkrets på former med olika area. Att omkresten kan vara olika på två former med samma area kan illustrerars med hjälp av urklippta pappersfigurer som klipps i mindre bitar som placeras om. Arean är densamma (pappret är detsamma) men genom att klippa så att formen ändras kan också omkretsen ändras. Låt eleverna komma fram till generella slutsatser om största möjliga area med en bestämd omkrets, om största omkrets med en bestämd area.

I många tidigare Kängurutävlingar har liknande problem funnits med och i boken *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem* behandlas detta särskilt, s 75ff.

Problemlösning och resonemang

Textproblem uppfattas av många som svåra, speciellt om det är mycket information att hantera. Eleverna behöver få undervisning om hur de ska angripa den typen av uppgifter. Arbeta därför gemensamt med texterna. Gå igenom tillsammans och hjälp eleverna att sätta sig in i problemet, exempelvis med stödjande frågor. Hjälp eleverna att strukturera informationen i texten.

Att förstå vad problemet handlar om är en förutsättning för att kunna lösa det. Men att förstå vad det handlar om och vad som efterfrågas är inte detsamma som att ”veta vad man ska göra”. Problemlösning handlar om att komma från att förstå situationen till att komma på hur man ska komma fram till svaret på den formulerade frågan. Det är denna process, som består av flera steg och ofta innebär både misslyckade och lyckade insatser, som är central i undervisning om problemlösning. I denna process är resonemang en viktig del.

4: Ankornas ägg

I denna uppgift handlar det om att göra sig en bild av situationen. Spelar det någon roll vilken dag de fem ankor som lägger ägg varannan dag lägger sina ägg? Hur förändras problemet om frågan i stället rörde 9 dagar? Undersök olika möjligheter.

10: Johns trädgård

Problemet passar bra för att diskutera strategier och för att jämföra olika redovisningar av lösningen. Låt eleverna lösa med bild, tabell, symboliska beräkningar och med logiskt resonemang.

Hur kan de ingående talen varieras så att problemet fortfarande går att lösa?

14: Husen på Gröna gatan

Beräkningarna i denna uppgift är enkla, så problemet ligger i att finna en idé som leder till största möjliga antal. Det går att prova sig fram, men svaret kan också motiveras. Varför ska vi låta fem personer bo i ytterhusen?

Hur hade lösningen påverkats om det var 10 hus i rad? 11 hus? 12 hus? Om det inte får bo mer än 8 personer i två hus bredvid varandra? 9 personer? Försök att finna en generell lösning

17: Olikfärgade triangelsidor

Låt eleverna muntligt resonera om färgerna på övriga stickor. Var måste resonemnaget börja? Varför?

Lägg till nya stickor på vardera sida om de givna. Vilka färger kan de ha?

Liknande problem: C2015:15, C2011:10

18: Äpplen och päron

Illustrera problemet konkret. Diskutera innebörden av ordet *säker* i detta sammanhang. Här måste vi utgå från vad som är maximal otur, eftersom vi ska vara säkra. Gå igenom alla tänkbara sätt att *undvika* att ta två olika frukter av samma färg:

1. Att inte ta några äpplen (dvs ta 9 päron)
2. Att inte ta några päron (ta 8 äpplen)
3. Att varken ta gula äpplen eller gröna päron (ta 3 gröna äpplen och 2 gula päron, 5 st)
4. Att varken ta gröna äpplen eller gula päron (ta 5 gula äpplen och 7 gröna päron, 12 st)

Det sämsta, alltså maximal otur är 4 (att ta 5 gula äpplen och 7 gröna päron). Om Simon tar 13 frukter så är han alltså säker på att få ett äpple och ett päron av samma färg.

Gör liknande problem men variera antalet, så att eleverna får använda sig av strategin.

Tidigare problem: C 2008:1; C2013:5

23: Känguruhotellet

Illustrera konkret. Resonera om hur kängururna ska placeras för att villkoren ska uppfyllas. Arbeta systematiskt och markera möjligheterna i en tabell/ett schema. Problemet passar bra för att diskutera hur vi vet att det inte finns fler möjligheter.

Förenkla problemet om det behövs genom att minska antalet rum och eller kängurur.

24: Fyra punkter på en rad

Förenkla problemet och börja med två punkter – hur många avstånd har vi? Tre punkter – hur många avstånd? Hur förhåller sig de tre avstånden till varandra? Om eleverna ser detta samband tydligt kan det bli lättare att lösa problemet med fyra punkter. Diskutera betydelsen av att rita en bild.

Problemet passar också in i den första avdelningen, *Tal*. Men eftersom vi inte vet var punkterna är belägna utan bara avstånden mellan dem är kanske inte sambandet helt klart. Hjälp eleverna att se detta samband. Diskutera var punkterna ska placeras om vi vet någon av punkterna.

Cadet 23 i år är motsvarande problem med fem punkter. Se också Cadet 2008:13

Att läsa

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem.* NCM, Göteborgs universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation.* Stockholm: Liber.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan.* NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal.* NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. &Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Wallby, K. m fl (red) (2014). *NämnarenTema 10 Matematikundervisning i praktiken*. NCM, Göteborgs universitet.

Nämnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnarenartiklar publicerade 1990–2009 finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Nämnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem.*

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte och mål.

Matematiklyftets lärportal matematiklyftet.skolverket.se. På lärportalen finns moduler om problemlösning för alla stadier. Dessa ingår i Matematiklyftet men finns fritt tillgängliga för alla. Modulerna innehåller teoritexter, underlag för lärares gemensamma fortbildning samt problem för eleverna. Om ni inte har och inte planerar att läsa problemlösningsmodulen inom Matematiklyftet, finns den alltså ändå tillgänglig. På lärportalen finns också andra moduler där problemlösning ingår.