Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Junior 2013

Här följer först svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Därefter följer förslag till hur ni kan arbeta vidare med problem i klassen.

Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru/. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att redovisa resultaten. De är värdefulla för oss och förhoppningsvis ger en sammanställning av klassens resultat även er ett bra underlag för vidare arbete. Vi har valt att inte ta några deltagaravgifter, vilket man gör i flera andra länder. Att låta er sköta rättning och redovisning av resultat är ett sätt att hålla kostnaderna nere.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Vi delar inte ut några priser, men namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också lösningsfrekvenser på alla uppgifter liksom en sammanställning av hur elevernas resultat fördelar sig på olika poängintervall. Där kan du sedan jämföra dina elevers resultat med övriga elever och du kan se om de problem som dina elever hade svårt för också var svåra för andra.

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen: ncm.gu.se/kanguru/
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa era resultat senast 27 april.

Lösningsförslag Junior 2013

1 C: 20^{13}
Överslagsräkning ger att C bör vara störst. Jämför de övriga alternativen med C, använd räknelagar, t ex D: $201^3 < 400^3 = 20^6 < 20^{13}$.

2 C: 5
Betrakta kvadraten som är omskriven cirkeln. Den har sida 10, alltså har cirkeln radien 5.

3 C: ½
De tre punkterna längst till vänster bildar en triangel med bas 1 och höjd 1 (bevis för att det är den triangel som ger minst area, se arbeta vidare).

4 E: 2^{31}
$4^{15} + 8^{10} = 2^{30} + 2^{30} = 2 \cdot 2^{30} = 2^{31.}$

5 C: 896
Det största tresiffriga tal som är delbart med 4 är 996 och det minsta tresiffriga tal som är delbart med 4 är 100, alltså är $4n - 4m = 996 - 100 = 896$.

6 D: 150
$f(x) = kx + m$. $f(2013) - f(2001) = 2013k - 2001k = 100$ ger $k = 100/12$.
$f(2031) - f(2013) = 18k = 150$.

7 D
Rotation 90° moturs innebär att trekvartscirkeln hamnar i andra, tredje och fjärde kvadranten och pilen i tredje kvadranten samt pekar mot x-axeln.Spegling i x-axeln innebär att trekvartscirkeln hamnar i första, andra och tredje kvadranten och pilen i andra kvadranten med spetsen riktad mot x-axeln.

8 C: $20 \cdot \sqrt{13}$

A: $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{20 \cdot 13} = \sqrt{260}$,

B: $\sqrt{20} \cdot 13 = \sqrt{20 \cdot 13^2} = \sqrt{3380}$

C: $20 \cdot \sqrt{13} = \sqrt{20^2 \cdot 13} = \sqrt{5200}$,

D: $\sqrt{201} \cdot 3 = \sqrt{201 \cdot 3^2} = \sqrt{1809}$

E: $\sqrt{2013}$

9 B: 6
Det finns 14 skurkar kvar att fånga för de övriga tre superhjältarna. Om den fjärde fångar fyra skurkar så finns det 10 kvar och då måste någon av de övriga två ha fångat flest. Om den fjärde fångar fem skurkar så finns det 9 kvar och då har en av de övriga två fångat minst lika många. Om den fjärde fångar sex och vi vet att han har fångat flest så kan de övriga två ha fångat 5 och 3 eller 4 och 4.

10 D: 35°
Triangeln KZR är likbent, $\angle KZR = 60° + 70° = 130°$, $\angle RKZ = \angle KRZ = (180° - 130°)/2 = 25°$. Alltså är $\angle MKR = 60° - 25° = 35°$.

11 D: 80
Sexhörningen kan delas i sex liksidiga trianglar, vardera med arean $60/6 = 10$. Basen i en sådan triangel är halva PQ och höjden är halva RS.

$$\frac{PQ/2 \cdot RS/2}{2} = 10\,,\ PQ \cdot RS = 80.$$

12 D: 60 %
Anta att klassen består av p pojkar och f flickor, provets medelpoäng är m, pojkarnas medelpoäng m_1 och flickornas medelpoäng m_2. Då är pojkarnas totalpoäng pm_1 och flickornas fm_2. Det ger $m = \dfrac{pm_1 + fm_2}{p+f}$. Om varje pojke får 3 poäng mer så förändras det totala medelvärdet med $\dfrac{p \cdot 3}{p+f} = 1,2$. Det ger att $\dfrac{p}{p+f} = 40\%$ och flickorna är alltså 60 %.

13 D

Rektangeln är i tredje kvadranten så samtliga koordinater är negativa och alla kvoter blir positiva. A och B har samma y-koordinat medan x-koordinaten för A är mindre än för B. Då är kvoten y/x minst i A. A och D har samma x-koordinat medan y-koordinaten för A är mindre för D. Då är kvoten y/x minst i D. Då återstår att jämföra D och C. Samma resonemang som för A och B ger att i punkten D har kvoten sitt minsta värde.

14 D: 1952

Primtalsfaktorisering av 2013 ger att $2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$. Alltså fyller John 61 år och sonen 33 år. John är född 1952.

15 A: 9

För en av vägarna väljer man vart bilen som kommer härifrån ska. Det finns tre möjligheter. Den bil som ska köra in på den valda vägen kan väljas på tre sätt. Det ger $3 \cdot 3 = 9$ möjligheter. De övriga två bilarna har i samtliga fall bara en väg kvar att välja.

16 A: 12

Villkoret ger att $\frac{n}{3} \geq 100$ och $3n \leq 999$, dvs $300 \leq n \leq 333$. Men n är en multipel av 3 vilket ger att det finns 12 tal, 300, 303, 306, ..., 333

17 C: 52

Eftersom det ska vara så många björkar som möjligt så börjar trädgårdsmästaren med sex björkar, sedan fortsätter det med sex rönnar, sex björkar osv och avslutas med fyra björkar, alltså 52 björkar.

18 D: 4

Låt rektangeln ha basen 5 och höjden h. En kvadrat med area 4 får vi om rektangelns höjd $h = 2$. En rektangel med area 4 och en kvadrat med area 25 får vi om rektangelns bas $= 5$ och dess höjd $h = 5 + 4/5$.
En rektangel med arean 4 får man då höjden h uppfyller andragradsekvationen $h(5 - h) = 4$ med två lösningar, $x = 1$ eller $x = 4$.

19 D: 12

För att komma från A till B går man fyra steg: två till höger, ett uppåt och ett inåt (eller snett) i godtycklig ordning. Vilka två av dessa fyra steg som ska gå till höger kan man välja på 6 sätt $(4 \cdot 3/2 = 6)$ och vilka av de återstående två stegen som ska gå uppåt och inåt kan väljas på två sätt. Det blir enligt multiplikationsprincipen $6 \cdot 2 = 12$ olika vägar.

20 E: 94°

$AN = AC$ ger att triangel ANC är likbent och $\angle NAC = \angle NCA = v$. $BM = BC$ ger att triangel BMC är likbent och $\angle BMC = \angle BCM = u$. Då är vinklarna i triangel MCN, u, v och 43°. Alltså är $u + v = 180° - 43° = 137°$. $\angle ACB = u + v - 43° = 94°$.

21 C: 53
Ett kort (det med ”100”) har summan 1 och ett (det med ”999”) har summan 27. De övriga har summor mellan 2 och 26 och det finns minst två kort för varje summa i detta intervall. Så om Francois väljer 52 kan det i värsta fall bestå av ”100”, ”999” och två kort för varje summa mellan 2 och 26. Väljer han 53 kort så måste tre av dem ha samma summa.

22 C: 75 km/h
Anta att bil a är främst efter 100 h. Den bilen har då kört i $(100-a)$ h med hastigheten $(50+a)$ km/h och alltså hunnit $s(a)=(100-a)(50+a)$ km. Detta är en andragradsfunktion som har maximum för $a=25$. Hastigheten är 75 km/h.

23 A: 4
Förutsättningarna ger ekvationen $5(x+y)=xy$. Förenkling ger

$5x-xy+5y=0$	Bryt ut x.
$x(5-y)+5y=0$	Subtrahera 25 i båda led.
$x(5-y)+5y-25=-25$	Bryt ut -5 ur $5y-25$.
$x(5-y)-5(5-y)=-25$	Bryt ut $5-y$ i VL.
$(5-y)(x-5)=-25$	Bryt ut -1 ur andra faktorn i VL.
$(5-y)(5-x)=25$	

Vi söker heltalslösningar (x,y) där $x \le y$.
$25=1\cdot 25=(-1)\cdot(-25)=5\cdot 5=(-5)\cdot(-5)$ ger följande fyra möjligeter
(-20,4), (0,0), (6,30) och (10,10).

24 E: 5050
Rekursionsformeln ger $a_2=3$, $a_3=6$, $a_4=10$, $a_5=15$. Med induktionsbevis kan man visa att en sluten formel för talföljden är $a_n = \frac{n(1+n)}{2}$.

Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Junior 2013 – arbeta vidare

Årets Känguruproblemen kan direkt kopplas till innehållet i kursplanerna i Ma1 och Ma 2. Få av dem är direkta rutinuppgifter men alla bygger på grundläggande förståelse och kunskaper. Flertalet av dem kan kopplas till det centrala innehållet problemlösning men även till förmågan problemlösning. Det är därför viktigt att låta problemen leva vidare. Har man inte haft möjlighet att genomföra tävlingen kan problemen komplettera den ordinarie undervisningen.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal matematiska termer och begrepp att aktualiseras. Gå igenom dem. För definitioner hänvisar vi till Matematiktermer för skolan (Kiselman & Mouwitz, 2008).

I all form av problemlösning är det viktigt att diskutera strategier och lösningsmetoder. Vill man inte arbeta genom samtliga problem kan man exempelvis välja ut problem som har något gemensamt från årets olika tävlingar, eller liknande problem från tidigare års tävlingar. Nedan ges hänvisningar till liknande problem och förslag på upplägg.

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera kring både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemets innebörd ändras.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
– Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
– Vilka nya frågor kan problemet väcka?
– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru. Tidigare problem inom området geometri är dessutom samlade i en bok – *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742

Taluppfattning, aritmetik och algebra

I kursplanen för Ma1b och Ma1c kan man läsa under

A1: Egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet

A2: Metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnena med reella tal skrivna på olika former inklusive potenser med heltalsexponenter

A3: Generalisering av aritmetikens räknelagar till att hantera algebraiska uttryck.

Och i kursplanen för Ma2b och Ma2c

T7: Algebraiska och grafiska metoder för att lösa andragradsekvationer.

Många problem som förkommer i Kängurun och i andra matematiktävlingar bygger på heltalsmatematik. I flera av årets problem nämns siffra och tal. Diskutera med eleverna när vi har en siffra och när vi har ett tal. Det naturliga räknandet börjar med de positiva heltalen med tillhörande begrepp. Talområdet utvidgas sedan till negativa heltal. Egenskaper hos heltal, såsom faktor, multipel, delbarhet, primtal, primtalsfaktorisering är därför viktiga att arbeta med. De här kunskaperna ligger till grunden för arbete med tal i bråkform.

J1, J4, J8

handlar om reella tal skrivna på olika former. I samband med dessa uppgifter kan det vara lämpligt att ta upp potenslagarna.

I **J1** kan det vara en bra övning för eleverna att omforma uttrycken och utifrån dem göra en jämförelse.

B: $2^{0+13} = 2^{13}$, C: $20^{13} = (2 \cdot 10)^{13} = 2^{13} \cdot 10^{13,}$ D: $201^3 = (2{,}01 \cdot 10^2)^3 = 2{,}01^3 \cdot 10^6$, E: $20 \cdot 13 = 260$

I **J8** kan man istället titta på kvadraterna vid jämförelsen av talens storlek. Resonera med eleverna varför det går lika bra.

I **J4** kan man även resonera om de övriga räknesätten på de två talen.

Se även material från 2011 om potenser, ncm.gu.se/node/5426

J5, J16

handlar om decimalnotation och algebraiska uttryck. Diskutera innebörden i texten, ta upp delbarhetsregler för 3 och 4. Inför beteckningen *abc* för ett tresiffrigt tal och låt eleverna skriva talet i utvecklad form.

J9

Diskutera olika lösningsmetoder. Vilket antal skurkar kan superhjältarna fem och sex ha fångat? Hur kan antal fångade skurkar för respektive superhjälte fyra, fem och sex se ut om man tar bort kravet på att den fjärde fångade fler än de andra. Ändra frågeställning till: Vilket är det minsta antal skurkar som hjältarna kan ha fångat om alla hjältar fångar olika antal skurkar och alla har fångat minst en skurk. Behandla triangeltal.

Liknande problem från årets omgång Benjamin2013 nr 17, från tidigare år Cadet2011 nr 6.

J14

Diskutera primtal. Ändra frågeställningen till att John och två av hans barn fyller år idag. Produkten av deras åldrar är 2013. Vilka år är de födda? Ta upp entydigheten i primtalsfaktoriseringen (algebrans fundamentalsats). Primtalsfaktorisera gärna större tal, en idé är att använda datum, t.ex. 130320. Vilka strategier finns för primtalsfaktorisering?

Liknande problem, Junior2010 nr 10.

J23

Låt eleverna formulera frågan algebraiskt. Diskutera olika lösningsmetoder.

Liknande problem Junior2008 nr 20, Student2010 nr 9,

J24

Vad menas med en talföljd? Definiera begreppet tillsammans med eleverna. Visa på några enkla talföljder, t.ex. de naturliga talen, kvadrattal mm. Hur kan en talföljd beskrivas med ord och med formel. Vad säger formeln i uppgiften? Låt eleverna använda den och beräkna några element. Kan de se något samband mellan elementets nr och värdet? Går det att hitta en sluten formel? Diskutera rekursionsformel och sluten formel.

Ta upp bevis för att den slutna formeln motsvarar rekursivformeln. Det uppges inte entydigt i problemet hur följdens termer ska beräknas t.ex. a_{50} kan uttryckas som $a_{10}+a_{40}+10\cdot 40$ eller som $a_{20}+a_{30}+20\cdot 30$ och på flera andra sätt. Får man samma värde oberoende av beräkningsväg? Hur kan man vara säker på det?.

Liknande problem Student2008, nr 19 och 22, Junior2009 nr 9, Student 2009 nr 24, Junior2010 nr 23, Student2010 nr 11, Student2011 nr 19, Student2012 nr23

Geometri

Flera av problemen på Kängurutävlingen har geometrisk anknytning. I efterarbetet är det viktigt att låta eleverna motivera sina tankegångar och redovisa sina lösningar. Vad är ett bevis? Hur mycket måste man redovisa i ett bevis och hur gör man detta på ett enkelt och tydligt sätt? Hur markerar man t.ex. att två vinklar är lika stora eller att de inte är det? Det går inte att hänvisa till att två vinklar ser lika stora ut eller att en vinkel är rät om man inte har fått veta att det är så.

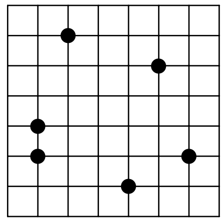
I samband med uppgifterna **J2**, **J3**, **J10**, **J11**, **J18**, **J20** kan det vara lämpligt att kontrollera elevernas kunskaper om geometriska begrepp. Be eleverna förklara vad som menas med linje, sträcka, skärningspunkt, parallellogram, regelbunden månghörning, inskriven cirkel, likformighet och kongruens.

J2

Alternativ lösning: Det finns 4 par parallella diagonaler i figuren. Man kan på olika sätt förklara varför eller bevisa att de verkligen är parallella t.ex. med hjälp av symmetri. Diametern i en cirkel som tangerar två parallella linjer är lika stor som avståndet mellan linjerna. Ett sådant par parallella diagonaler bildar tillsammans med 2 sidor i åttahörningen en rektangel. Alltså är avståndet mellan de parallella diagonaler lika med åttahörningens sidolängd.

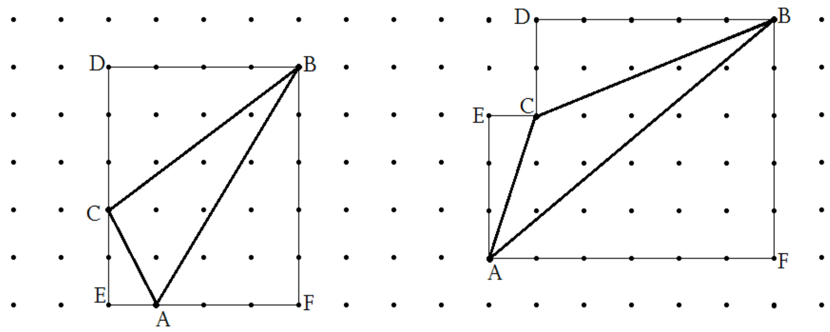
Diskutera regelbundna månghörningar och vinklarnas storlek. Hur många diagonaler kan man dra i en regelbunden månghörning? Gör motsvarande konstruktioner med regelbunden femhörning och regelbunden sexhörning.

J3



De tre punkterna längst till vänster bildar en triangel med area ½.

En triangel *ABC* där *A*, *B* och C har heltalskoordinater kan aldrig ha arean mindre än ½, dess area måste vara ett positivt heltal delat med 2. Bevis: Detta är självklart när triangeln har en horisontell eller vertikal bas. Då är basen och höjden heltal. Annars, lägg till en rätvinklig triangel för varje sida i triangeln *ABC* som i bilden nedan.



Arean av *AFBDCE* är ett heltal, var och en av de tre yttre trianglarna har area som är ett heltal/2. Arean av triangeln *ABC* är arean av *AFBDCE* minus de 3 yttre trianglarnas areor.

Låt eleverna rita in alla möjliga trianglar, diskutera deras areor. Vilka andra månghörningar med hörn i de markerade punkterna kan man konstruera. Använd gärna geobräden.

J10

Diskutera rotationen. Vad för slags avbildning är det? Hur många grader har triangeln roterat?

Liknande problem GyCadet2007 nr 14, Cadet2012 nr 23,

J11

Alternativ lösning:

Sexhörningen består av två kongruenta parallelltrapetser där höjden har längden *RS*/2 och de parallella sidorna har längderna *P*Q respektive *P*Q/2. Arean *A* av ett parallelltrapets kan beräknas med formeln $A = (a+b)h/2$. Sexhörningens area blir då

$$2 \cdot \frac{(PQ + PQ/2)RS/2}{2} = \frac{3 \cdot PQ \cdot RS}{4} = 60, PQ \cdot RS = 80$$

Diskutera och jämför olika lösningsmetoder.

J18

Diskutera olika alternativ för storleken på kvadraten respektive rektangeln. Hur vet man att man har hittat samtliga möjligheter?

J20

Låt eleverna lösa uppgiften och motivera sina tankegångar.

Problem att bestämma någon vinkel har funnits i många Känguruuppgifter. På Cadet2013 finns två problem nr 13 och 15. GyCadet2005 nr 16, GyCadet2008 nr 16, Junior2008 nr 17, Student2008 nr 6, GyCadet2009 nr 14, Junior2009 nr 10, GyCadet2010 nr 14, Junior2010 nr 11, Student2012 nr 6, Cadet2012 nr 11, Student2012 nr 7.

Samband och förändring

I kursplanen för Ma1b,c står följande:

F3 Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner och potens-och exponentialfunktioner.

F4 Representationer av funktioner.

Och i kursplanen för Ma2b,c står det "hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp ...".

Ett par av årets uppgifter hör hemma under begreppet analytisk geometri.

J7

Låt eleverna utföra den beskrivna proceduren. Hur ser figuren ut efter rotationen? Gör omvändningen, dvs spegla först och rotera sedan. Gör även andra vridningar och speglingar. Ta upp positiv respektive negativ vridning.

I samband med denna uppgift passar det att behandla cirkelns ekvation. Markera några punkter på cirkeln och undersök vilka koordinater punkterna får efter en vridning 90° moturs, 180° moturs osv.

Tidigare givna problem på rotation Cadet2003 nr 10, Benjamin2010 nr 9, Junior2011 nr 7.

Tidigare givna problem på cirkelbågar och koordinatsystem Student2004 nr 13.

J13

Diskutera vad som gäller för koordinater i tredje kvadranten. Arbeta generellt med koordinaterna för hörnpunkterna. Hur kan man algebraisk beskriva rektangelområdet? Rotera rektangeln, spegla den i axlarna och gör motsvarande undersökningar.

Uppgift på koordinatsystem se Student2004 nr 11, Junior2007 nr 4.

J6

Ta upp begreppen definitions- och värdemängd. Be eleverna förklara geometrisk innebörden av differensen mellan två funktionsvärden. Bestäm den linjära funktionen.

Tidigare givna problem på funktioner: Student2004 nr 21, Student2005 nr 7, Junior2010 nr 14, Student2011 nr 24, Student2012 nr 14, nr 22.

J22

Alternativ lösning: Numrera bilarna från 0 till 50 i startordning. Bil nr n $n > 0$ startar n timmar efter bil nr 0 och kör med hastigheten $50 + n$ km/h. Då ligger den $49 + n$ km efter bilen med nr $n–1$ och jagar upp den med 1 km/h för att köra om den $49 + n$ timmar efter sin start, som är $49 + 2n$ timmar efter den första bilens start. 99 timmar efter den första bilens start kör bil nr 25 om bil nr 24 och ligger först tills bil nr 26 kör om den 101 timmar efter första bilens start.

Diskutera olika lösningsmetoder. Hjälp eleverna att beskriva händelsen med hjälp av en andragradsfunktion.

Problemlösning och logiska resonemang

Några av årets uppgifter bygger på logiska resonemang inom olika matematiska fält. Här gäller det att utgå från givna förutsättningar och utifrån dem föra ett hållbart resonemang. Uppgifterna ger också goda möjligheter till både skriftlig och muntlig kommunikation.

J15

Alternativ lösning: Om vi numrerar bilarna 1,2,3,4 så innebär problemet att permutera dessa nummer så att inget nummer står på samma plats som det gjorde från början dvs. i ordningen 1,2,3,4. De olika möjligheterna är då:

2143 betyder att bil nr 2 kör ut där bil 1 stod från början, bil nr 1 kör ut i utfarten där bil nr 2 stod från början osv.
2341
2413
3142
3412
3421
4123
4312
4321

En permutation utan fixpunkter dvs en sådan som inte avbildar något element på sig själv kallas *derangemang*.

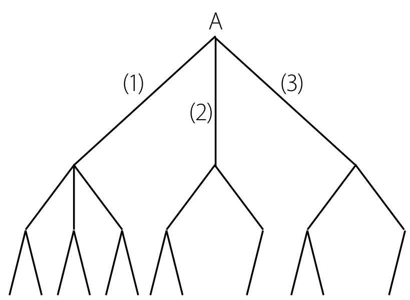
Om $R(n)$ är antal möjliga val i en rondell med n vägar, eller antal derangemang av n element, så kan det uttryckas rekursivt med $R(0) = 1$, $R(n) = n \cdot R(n-1) + (-1)n$ för $n>0$. $R(n)$ för $n>0$ är faktiskt en heltalsavrundning av $n!/e$, något som elever kan testa t.ex. $R(4) \approx 4!/e = 24/e \approx 8{,}830$ vilket ger $R(4) = 9$.

J17

Undersök med andra antal träd att plantera och andra förbjudna antal mellan två rönnar, tex. Cadet2013 nr 23. När man vet hur många rönnar det kan bli maximalt så kommer nästa fråga: på hur många sätt kan man plantera dem och nå det maximala antalet? Tips: Numrera träden och dela dem i klasser av träd med nummer som har samma rest vid division med det förbjudna antalet mellanträd +1.

J19

Ett annat sätt är att se lösningen i ett träddiagram.
Från A har vi tre möjligheter, till höger (1), inåt (2) och uppåt (3). Väljer man möjlighet (1) har man i nästa hörn återigen tre möjligheter och för var och av de tre, två möjligheter, multiplikationsprincipen ger att det blir sex möjligheter. Väljer man (2) eller (3) finns det i nästa hörn två möjligheter och utifrån valt hörn två eller en möjlighet, dvs tre möjligheter för var och ett av valen. Det ger totalt 12 möjliga vägar.



Liknande problem är Cadet 5 i år samt Benjamin2003 nr 22, Benjamin2006 nr 7, GyCadet 2009 nr 9.