Kängurun – Matematikens hopp

Ecolier 2013, svar och lösningar

Här följer svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på nätet.

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen ncm.gu.se/kanguru/
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa era resultat senast 27 april.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Vi delar inte ut några priser, men namnen på de elever som fått bäst resultat, i varje årskurs, kommer att publiceras på webben. Där publiceras också lösningsfrekvenser på alla uppgifter liksom en sammanställning av hur elevernas resultat fördelar sig på olika poängintervall. Du kan sedan jämföra dina elevers resultat med övriga elever i samma åldersgrupp och du kan se om de problem som dina elever hade svårt för också var svåra för andra. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att redovisa resultaten. De är värdefulla för oss och många lärare frågar efter sammanställningen med lösningsfrekvenser. Förhoppningsvis ger en översikt av klassens resultat även ett bra underlag för ert vidare arbete. Vi har valt att inte ta några deltagaravgifter, vilket man gör i flera andra länder. Att låta er sköta rättning och redovisning av resultat är ett sätt att hålla kostnaderna nere.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner att lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen.

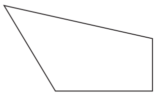
Arbeta vidare med lösningarna
De flesta problem kan lösas på flera sätt och med olika representationsformer. Låt eleverna försöka hitta olika metoder, beskriva sina lösningar och jämför metoderna. Se efter både likheter och skillnader. Pröva om lösningsmetoden är generell, t ex genom att ändra de ingående talen. Låt eleverna få upptäcka, eller visa dem, hur samma lösning kan presenteras på olika sätt, t ex med ord och med symboler. Det är viktigt att eleverna får uttrycka sina lösningar på mer än ett sätt. Att kunna gå mellan olika representationsformer är viktigt för att utveckla förståelse.

Arbeta vidare med problemen
Efter redovisningssidorna i detta dokument följer förslag till hur ni kan arbeta vidare med problemen. Där finns också ytterligare kommentarer till lösningarna i vissa fall.

Svar och lösningar – Ecolier

1: E 6

2: D 7 Entalssiffran i summan ska vara 4. Det kan vi bara få av 2+2 eller 7+7. För att få 10 tiotal måste summan av entalen vara större än 10.

3: B  Figuren måste vara en fyrhörning, och ett hörn måste ha en rät vinkel.

4: D 5 2, 3, 4 och 6 är alla delare till 36.

5: E Erik Tiotalssiffran 2 är jämn. (Men talet 325 är udda eftersom entalssiffran är udda.)

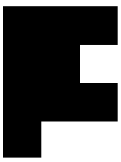
6: C 16 Enklaste addition får vi om vi jämför varje valör för sig: guld + 8, silver + 2, brons + 6.

7: A 

8: E 9 Bosse får $5+3=8$ och ger sen 4 till Lasse, som då har $5+4=9$.

9: D 4 De flesta löser nog problemet genom att rita eller hoppa i rutorna. Efter 5 drag (dubbelhopp för katten) är katten framme på ruta 2, och musen på ruta 3, ett till tar katten till ruta 4 och musen också. Ett annat sätt är att resonera är att utgå från att katten startar 6 rutor bakom musen. I varje drag knappar katten in en ruta, alltså krävs det 6 drag att komma ikapp. Efter 6 drag är musen på ruta 4.

10: B 3 22, 24 och 25.

11: B  Det finns olika sätt att betrakta bilderna. Ett är att se på de utstickande delarna på den bit som saknas. De två utstickande delar som ska passa in når lika långt, vilket gör att bara del B och D kan vara aktuella, men D passar inte.

12: D Doris Äldst är den som fyller år 20 februari. Anna och Billy fyller år i maj, Carl fyller år den 12, alltså är det bara Doris som kan fylla år 20 februari.

13: C 18 Ett päron kan växlas mot 2 äpplen som ger 6 plommon och 6 plommon ger 3 bananer. 6 päron ger därför 18 bananer.

14: D 16 Första delningen ger 4 små trianglar. Varje sådan triangel delas sen i fyra ännu mindre trianglar, dvs 16 totalt.

15: D 5 Tre lådor med 10 apelsiner och två lådor med 9. Eftersom Petra vill ha så få lådor som möjligt ska hon försöka få så stora lådor som möjligt. Fyra lådor är inte möjligt eftersom det som mest är 10 apelsiner i en låda, men fem lådor går: $3 \cdot 10$ apelsiner + $2 \cdot 9$ apelsiner.

16: E Det går inte att dela upp stickorna så att det blir tre lika långa rader. Stickorna är tillsammans $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$. 55 kan inte delas i tre lika delar.

17: B 3 Lilla Ru har skrivit $1011+1001+1$ eller $1001+1001+11$. Det måste vara minst tre tal för att det ska bli 3 som ental, och tre tal är möjligt.

18: D 52 Ett lager innehåller $6 \cdot 6$ bitar, hela kartongen alltså 72 bitar. $72 - 20 = 52$

Arbeta vidare med Ecolier

Nu är tävlingsdelen av Kängurun avslutad, men vi hoppas att problemen ska kunna vara underlag för många intressanta diskussioner. I samband med genomgång passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Låt alla först få möjlighet att lösa problemen på egen hand om de inte hann det i samband med tävlingen.

Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar:

– Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar?

– Är lösningarna tydliga?

– Är resonemanget korrekt?

– Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem?

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Att presentera en lösning som andra kan följa och som är korrekt uppbyggd är något som eleverna måste få tid och möjlighet att utveckla med hjälp av lärare. Välj några av årets problem, arbeta igenom lösningarna noga och gör en riktigt genomarbetad redovisning.

Alla problem kan naturligtvis diskuteras utifrån valda lösningsmetoder. De flesta problem kan lösas på olika sätt och det är alltid bra att jämföra dessa och se på likheter och skillnader. Det är också bra att beskriva lösningarna med hjälp av olika uttrycksformer, konkret material, bilder, muntligt eller skriftligt tal och med symboler. Jämför de olika formerna och se hur det konkreta uttrycks i ord och med symboler. Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?

– Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?

– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?

– Vilka nya frågor kan problemet väcka?

– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Gå också igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i uppgiften så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt. De felaktiga svarsalternativen kan också användas som utgångspunkt för diskussion om vad som skulle kunna leda fram till dessa svar: ”Hur tror ni att den som har fått alternativ a som svar har tänkt?”

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera kring både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal termer att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva få definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Här har vi sorterat förslag under några rubriker *Tal*, *Geometri* och *Problemlösning och logiska resonemang.* Naturligtvis kan flera av problemen också passa under flera rubriker. Många problemtyper återkommer år från år, i olika skepnader och i olika varianter. Vi hänvisar här till några gamla problem som kan användas i samband med arbetet med årets, men det finns många fler att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru, där alla tidigare omgångar är samlade. Tidigare problem inom området geometri finns dessutom samlade i boken *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem.* Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742.

Tal

1. *Additionsmaskinen*. Problemet illustrerar att det inte spelar någon roll i vilken ordning vi adderar termerna. Undersök detta på olika sätt, om inte eleverna redan är helt säkra på att det stämmer och varför det är så.

   Jämför med andra räknesätt. Vilken roll spelar ordningen i subtraktion och division? Ett sätt att förenkla vissa subtraktioner är att lägg till (eller ta bort) lika mycket på varje term. Visa varför det fungerar med exempel och med resonemang. Jämför med ålder och konkret med längder. Låt två elever stå på golvet och bestäm hur mycket längre en av dem är. Be sen båda att ställa sig på ett bord och fråga hur det påverkar *skillnaden* i längd. Jämför motsvarande på en tallinje. Gör några exempel där eleverna kan använda sig av strategin att lägga till eller ta bort lika mycket på båda termerna för att förenkla uträkningen: $82 - 67 = 80 - 65$ eller $82 - 67 = 85 - 70$.

   Vilket samband finns mellan addition och multiplikation och mellan subtraktion och division? Att multiplikation kan ses som en upprepad addition är nog de flesta elever medvetna om, men att division också kan ses som en upprepad subtraktion är kanske inte lika uppenbart. $\frac{81}{9}$ kan ses som $81 - 9 - 9 - \ldots - 9 = 0$, dvs hur många gånger kan vi subtrahera 9 från 81? Undersök sambandet konkret.

   Diskutera också sambanden mellan addition och subtraktion och mellan multiplikation och division. Om eleverna har dessa samband helt klara för sig har de större möjligheter att utveckla ett flexibelt tänkande kring tal och att utveckla goda räknefärdigheter.

6. *OS-medaljörerna*. Jämför olika huvudräkningsstrategier. När vi vet att ordningen inte spelar någon roll i addition kan vi utnyttja det för att hitta enklare vägar. Exempel: $78 + 64 + 22$ kan förenklas genom att skrivas om som $78 + 22 + 64 = 100 + 64$.
   Låt eleverna konstruera egna liknande huvudräkningexempel åt varandra, då stimuleras de att själva hitta bra ”talkamrater”.

   Se också Ecolier 2010:12

2. *Dolda siffror.* Undersök vilka entalssiffror som dubblering ger upphov till. Varför är det just 2 och 7 som ger 4? Vilka andra tal ger samma ental vid dubblering? 1 och 6, 3 och 8, 4 och 9, 5 och 10. Varför är det så? Undersök konkret med hjälp av laborativt material. Vilka ental kan vi aldrig får vid dubblering? Varför? Låt eleverna resonera kring sina iakttagelser och sammanfatta sina slutsatser.

   Vi kan också betrakta uttrycket som $40 + \blacksquare + 50 + \blacksquare = 104$ och lösa det som en ekvation.

   Milou 2012:8; Benjamin 2004: 14; 2008:16.

4. *Karamellpåsen*. Undersök hur olika tal kan delas upp. Bygg konkret och rita ”mattor”, dvs rektanglar. Försök att finna alla möjliga sätt att dela upp talen. Jämför uppdelningen med multiplikation. Skriv talen faktoruppdelade. Undersök och bekräfta att ordningen inte spelar någon roll i multiplikation heller.

   Ecolier 2001:6.

5. *Talet 325.* Problemet behandlar centrala termer och begrepp som rör tal. Vad innebär det att ett tal är tresiffrigt? femsiffrigt? etc. Är alla säkra på entalssiffra, tiotalssiffra, hundratalssiffra etc? Diskutera vad som är siffra och vad som är tal. Vilken betydelse har siffrornas plats i ett tal? Låt eleverna skapa tal så nära ett givet tal som möjligt, med hjälp av några givna eller slumpade siffror. Ex: Gör ett tal som är så nära 7000 som möjligt, med hjälp av siffrorna 4, 5, 7 och 8.

   Vad händer om vi adderar två udda, två jämna, ett udda och ett jämnt? Undersök först med olika tal så att eleverna ser sambandet. Gå sedan över till att diskutera udda och jämna tal generellt. Varför är ”udda + udda” alltid ett jämnt tal och varför är ”udda + jämnt” alltid ett udda? Låt eleverna få förklara med ord muntligt och skriftligt, med laborativt material, med bilder och eventuellt också med symboler. Begreppen udda och jämn liksom siffersumma är betydelsefulla vi när vi diskuterar delbarhet och delbarhetsregler.

   Ecolier 2005:9; 2008:17; 2009:1;

10. *Talen 35 och 48.* Här återkommer delbarhet och entalssiffra. Enkelt uttryck handlar det om vilka tal med entalssiffran 2 som finns i tvåans tabell, med 3 i treans etc. Diskutera gärna varför 21 och 30 har uteslutits ur frågeformuleringen. Vilka tal kan delas med 1? Med 0? Varför kan man inte dela ett tal med 0? Genom att resonera utifrån sambandet med multiplikation kan elever tidigt inse att det är meningslöst att dividera med 0. När de sedan har klart för sig att division kan beskriva både delnings- och innehållsdivision (alltså hur många gånger kan vi plocka ett visst tal från ett annat, eller hur många gånger ryms ett visst tal i ett annat) kan man genom att successivt dividera med mindre och mindre tal (men större än 0) göra troligt att division med allt mindre tal ger större och större tal som resultat.

15. *Apelsinlådorna*. Här handlar det om att dela upp talet 48 och uttrycka det som en summa av produkter. Den ena faktorn, som motsvarar antalet apelsiner i lådan, ska vara 5, 9 eller 10. Försök att hitta olika lösningar, utan krav på att det ska bli så få lådor som möjligt. Gör motsvarande med andra tal.

    Ecolier 2010:14; 2011:11

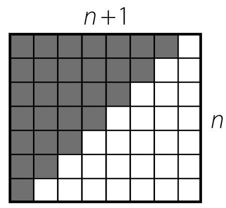
16. *Lasses stickor.* Problemet handlar om tal, även om det illustreras av längder. Vad händer om vi lägger till en sticka som är 11 dm? Låt eleverna undersöka olika möjligheter och också konstruera egna liknande problem.

    Serien $1+2+3+ \ldots + 10$ kan beräknas på olika sätt. Låt eleverna diskutera sig fram till hur man på ett enkelt sätt kan finna summan. Troligen kommer någon att upptäcka att man kan summera från ytterkanterna och få 11, så att hela uttrycket kan förenklas till $5 \cdot 11$.

    $$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

    Undersök flera exempel, med både jämnt antal termer och udda antal Försök att komma fram till en generell metod för att addera talföljden $1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, \ldots,$ $1+2+3+\ldots+n$. Uttryck den med ord och låt eleverna skriftligt få formulera den ”regel” de kommer fram till. Ge dem stora summor att addera där de kan använda sin upptäckta regel.

Detta är exempel på *aritmetiska talföljder*, talföljder där differensen mellan termerna är konstant. Summan beräknas som $n \cdot (n+1)/2$. De tal vi får som summor, 1, 3, 6, 10, 15, 21 etc, kallas *triangeltal*.



Vi kan också illustrera geometrisk genom att bygga med klossar eller rita kvadrater.

Denna talföljd passar bra att använda för att eleverna relativt tidigt ska kunna bekanta sig med bevis. Eleverna kan jämföra bilden med det numeriska och senare det algebraiska uttrycket och på så sätt få stöd för förståelsen, formeln kan få en innebörd.

Kanske är eleverna ovana vid att svaret på frågan är att det inte går. I Kängurun finns ofta det alternativet med i några problem, speciellt i gymnsaieklasserna. Låt gärna eleverna försöka konstruera egna problem som saknar lösning eller som av andra skäl inte går att lösa.

17. *Lilla Rus tal.* För att lösa problemet måste vi se på entalen. Det ger en första ingång. Eftersom det gäller att få så *få* som möjligt ska vi också visa att det går med tre termer. Diskutera gemensamt vad formuleringen ”så få som möjligt” innebär.

    Vilka tal kan man skriva med bara ettor och nollor? Tresiffriga, fyrsiffriga, femsiffriga etc. Hur vet vi att vi har hittat alla tänkbara möjligheter? Diskutera värdet av att undersöka systematiskt. Gör sedan liknande med andra förutsättningar.

    Benjamin 2011:12

Geometri

3. *Den krossade spegeln.* Vad innebär det att spegeln har formen av en rektangel? Vad vet vi då? Hur kan figurerna i alternativen beskrivas med hjälp av antalet hörn? Hur många sidor har en fyrhörning? Femhörning? etc. Vilken form har de övriga delarna i den spruckna spegeln?

    Låt eleverna sortera bitarna i undergrupper och förklara efter vilka kriterier de har sorterat. Låt dem beskriva bitarna med ord.

    Jämför arean på den hela spegeln och den spruckna. Jämför omkretsen på den hela spegeln och den sammanlagda omkretsen på bitarna. Dela upp olika former och jämför deras omkrets och area. Eleverna behöver många erfarenheter av att former kan delas upp i mindre delar och att dessa tillsammans har samma area som den ursprungliga, men att motsvarande inte gäller för omkretsen.

    Milou 2009:7

7. *Kartan*. Här måste man först skilja på vänster och höger och sen kunna ta ut riktning ur ett annat perspektiv. Man måste kunna orientera sig i en bild. Detta är en grundläggande kunskap för att kunna använda kartor. Gör flera exempel med bilden och låt sedan eleverna göra motsvarande kartpromenader på andra kartor, över hemorten eller över andra platser.

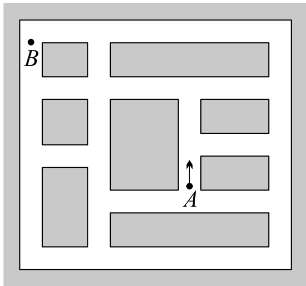
I samband med detta problem kan det passa att introducera koordinatsystem. Börja med första kvadranten och placera ut föremålen i koordinatsystemet. Låt eleverna beskriva var föremålen ligger med hjälp av koordinater. När de klarar det kan de också pröva att röra sig i koordinatsystemet. Konstruera egna problem, t ex:
– Hur ska man gå för att ta sig från (3,4) till (5, 3)?

Benjamin 3, 2013, var ett liknande problem.

3 Nick håller på att lära sig cykla i trafiken. Han får svänga till höger, men han får inte svänga till vänster. Hur många gånger måste han minst svänga för att komma från A till B?

A: 8 B: 4 C: 6

D: 3 E: 10



11. *Pusslet.* Bitarna behöver vridas i huvudet. För att kontrollera lösningen är det bra att kunna urskilja detaljer i helheten – vilken form har delarna som sticker ut respektive går inåt? Hur stora är olika partier? Hur kommer den färdiga rektangeln att se ut?

Bitarna är konstruerade så att de går att dela upp i mindre enhetskvadrater. Låt eleverna rita av bitarna på ett rutat papper så att dessa framgår. Hur stor är varje del? Hur stor blir hela rektangeln? Vilken av bitarna A–E är störst? Minst?

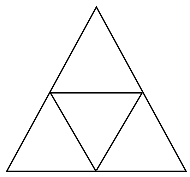
Hur kan en rektangel som består av hela enhetsrutor se ut om den har arean 19, 20,21, 22?

Hur ser de bitar ut som de andra svarsalternativen kan byggas ihop med?

Milou 2012:9; Ecolier 2007:5; 2012:6.

14. *Uppdelad triangel.* Diskutera triangelns egenskaper. Lös problemet konkret genom att vika, klippa och jämföra. Resonera om varför delarna är lika stora.

Fortsätt att dela upp de små trianglarna, hur många av nästa storlek får vi?



I problemet har vi en liksidig triangel. Undersök även andra trianglar.

Utgå från den stora liksidiga triangeln och gör den första indelningen. Klipp ur triangeln och vik längs linjerna. Vi får då en tetraeder. Vilka egenskaper har tetraedern?

Ecolier 2008:5

18. *Chokladasken.* Diskutera med eleverna om varför det inte blir $4 \cdot 6$ bitar längs kanten när lagret består av $6 \cdot 6$ bitar? Bygg eller rita hur bitarna ligger. Hur många rutor skulle det bli om lagret var $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$ etc? Hur hade asken sett ut om Vera hade ätit 16 bitar? Försök att tillsammans formulera en generell lösning, först med ord och därefter med ord och symboler.

Ecoloier 2009:9; Benjamin 2011:13.

Problemlösning och logiska resonemang

8. *Äppelutdelning.* Additionen i problemet är inget problem för elever i den här åldern. Svårigheten ligger i att hantera informationen. Texten är i sig enkel men informationsmängden är stor och det kan vara för mycket att hålla i huvudet. Problemet passar bra för att diskutera hur man kan angripa problem. Gå igenom informationen i ordning och för samtidigt anteckningar med olika uttrycksformer: bild, ord och symboler.

   Kontrollera lösningen: om Lasse har 9 äpple, hur många har Lisa och Bosse? Hur många har de tillsammans?

   I den här uppgiften spelar ordningen mellan de ingående operationerna roll, Bosse ger bort hälften av sina äpplen, *efter* att han har fått tre från Lisa. Om vi tecknar uppgiften med divisionen skriven med bråkstreck blir det tydligt $\frac{5+3}{2}$, annars måste vi använda parentes (5+3)/2.

   Ecolier 2004:4; 2008:11; 2009:3; Benjamin 2007:15; 2008:6.

9. *Kattens jakt på musen.* Här handlar det främst om att tolka texten och att hålla reda på kattens och musens olika hopp. Använd problemet för att uppmärksamma eleverna på betydelsen av att vara noggrann så att de inte blandar ihop kattens och musens hopp. Det kan vara lättare att hålla ordning på hoppen om man ritar kattens hopp på ena sidan och musens på den andra.

   Om eleverna utan svårighet klarar det kan det passa att föra ett mer generellt resonemang exempelvis utifrån hur många rutor katten ligger efter och hur mycket den tar in i varje drag. Gör modellen större så att katten startar många rutor efter – var träffas de då?

   Milou 2012:7; Ecolier 2009:11; 2012:16; Benjamin 2001:10

12. *Barnens födelsedagar.* Att den som är äldst också är den som fyller år först är kanske inte uppenbart för alla. För att lösa problemet behöver vi inte placera ut alla födelsedagar, men hur vet vi även när de andra barnen fyller år? Använd också detta problem för att arbeta med att hålla ordning på den information som ges.

   Hur mycket fyller barnen om de är födda 2002? 1998?
   När är det födda om de fyller 8 år i år? När kommer de att fylla 15 år?

   Jämför barnens åldrar i dagar räknat. Hur många dagar äldre än Billy är Doris?

   Gör motsvarande undersökningar i den egna klassen.

   Att man kan beräkna ålder med enkel addition eller subtraktion utifrån årtal är inte uppenbart för alla. Hjälp eleverna att jämföra tidslinjen med tallinjen så att de kan utnyttja detta samband.

   Att beräkna övergången kring ett sekelskifte är svårare. När fyller Alva 100 år om hon föddes 1997? När fyller hon 110år?

   Ecolier 2002:12; 2007:13; Benjamin 2007:10; 2008:17.

13. *Fruktväxling*. För elever i Ecolieråldern är detta sannolikt ett äkta problem, dvs en uppgift där de inte har någon färdig metod att använda sig av. Låt eleverna resonera kring hur de kan byta frukter mot varandra. Det finns olika vägar att angripa problemet men de ger samma lösning. Låt eleverna redovisa sina lösningar med hjälp av ord, bild och symboler. Variera problemet och låt gärna eleverna göra egna likadana problem.

    Ecolier 2003:20; 2008:5; Benjamin 2006:4.

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* NCM, Göteborgs universitet.

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem.* NCM, Göteborgs universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation.* Stockholm: Liber.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan.* NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal.* NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. &Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Nämnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnarenartiklar publicerade 1990–2009 finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen*. Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Nämnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem*.

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte och mål.