Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Cadet 2013

Här följer först svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Därefter följer förslag till hur ni kan arbeta vidare med problem i klassen.

Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru/. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att redovisa resultaten. De är värdefulla för oss och förhoppningsvis ger en sammanställning av klassens resultat även er ett bra underlag för vidare arbete. Vi har valt att inte ta några deltagaravgifter, vilket man gör i flera andra länder. Att låta er sköta rättning och redovisning av resultat är ett sätt att hålla kostnaderna nere.

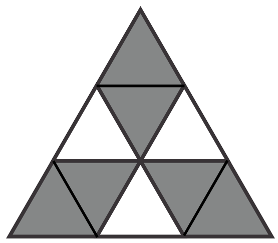
Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Vi delar inte ut några priser, men namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Där publiceras också lösningsfrekvenser på alla uppgifter liksom en sammanställning av hur elevernas resultat fördelar sig på olika poängintervall. Där kan du sedan jämföra dina elevers resultat med övriga elever och du kan se om de problem som dina elever hade svårt för också var svåra för andra.

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen: ncm.gu.se/kanguru/
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa era resultat senast 27 april.

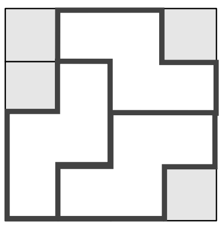
Lösningsförslag Cadet 2013

1 C: 800 m
1/8 av sträckan är 100 m. Hela sträckan är då $8 \cdot 100\,\text{m} = 800\,\text{m}$.

2 D: 6 cm^2
Det går att dela in triangeln i 9 liksidiga trianglar. 6 liksidiga trianglar är skuggade. Alltså blir andelen skuggade 6/9.



3 C: 4
4 rutor blir kvar.
Här visas en av flera lösningar.



4 D: 7

$200013 - 2013 = 198000$. Differensen slutar på en nolla, dvs det är delbart med både 2 och 5. Siffersumman är 18, som är delbart med 3 och alltså är 198000 delbart med 3. För att avgöra om ett tal är delbart med 11 kan man använda följande knep. Skriv upp talets siffror och sätt ut alternerande – och + tecken mellan dem. Om den erhållna summan är delbar med 11 så är det ursprungliga talet delbart med 11.
$1 - 9 + 8 - 0 + 0 - 0 = 0$, och 0 är ju delbart med alla tal inklusive 11.
För att visa att talet inte är delbart med 7 finns det lite olika sätt, t ex
$198 = 205 - 7 = 5 \cdot 41 - 7$ som på grund av *Aritmetikens fundamentalsats* inte är delbar med 7. Därmed inte heller 198000 är det."
Aritmetikens fundamentalsats säger att varje heltal större än 1 kan skrivas som en produkt av primtal på ett och endast ett sätt. Slutsatsen av det är att heltalen kan endast delas av dessa primtal och kombinationer av dessa.

5 E: 6

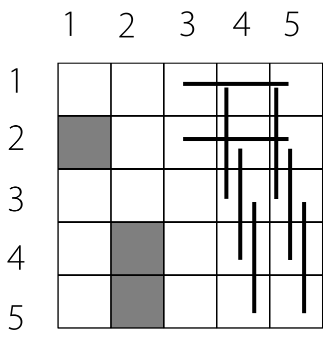
Det finns totalt 5 färger. För att vara säker på att få två bollar med samma färg måste man plocka 6 bollar. Då måste två vara lika eftersom det bara finns 5 färger. Däremot kan det räcka med färre om man har slumpen på sin sida.

6 D: 55

$3333 / 101 = 3 \cdot (1111 / 101) = 3 \cdot 11$
$6666 / 303 = (6 \cdot 1111) / (3 \cdot 101) = 6 / 3 \cdot (1111 / 101) = 2 \cdot 11$
$3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 = 55$

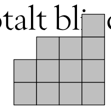
7 C: 131

$125 \cdot 4 = 500$
$2 \cdot 500 = 1000$
$125 + 4 + 2 = 131$
Det här är en kontrollräkning. Man kan förstås också visa att det kan göras på bara ett sätt. $1000 = 2^3 \cdot 5^3$. Exponenten vid 5 ska vara udda, då måste $125 = 5^3$ vara med, varken 25 eller 50 har en udda 5 - exponent vid primtalsfaktorisering. Exponenten vid 2 är mindre än 4, därför kan inte $16 = 2^4$ vara med och då måste både 2 och 4 vara med.



8 E: 8

Beteckna kolumnerna 1 – 5 och raderna 1 – 5. I kolumn 4 finns tre sätt att placera ett skepp lodrätt. I kolumn 5 finns också tre sätt att placera ett skepp lodrätt.
I rad 1 finns en plats för ett vågrätt skepp, även i rad 2.
Totalt blir det 8 sätt.



9 C:

Bakifrån, sett från vänster finns som mest 2,3,3,4 höga staplar.

10 C: 4

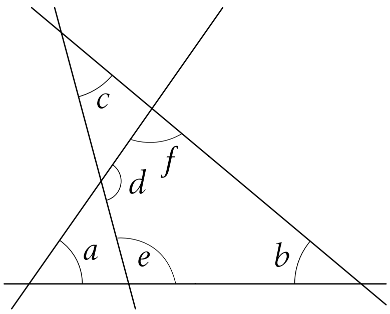
Efter 55 min har 6 ljus tänts, men två har också hunnit brinna ner och är släckta. Då är det fyra ljus som brinner.

11 C: 14

Talteoretisk lösning: Primtalsfaktorisera konstanterna. $14 = 7 \cdot 2$, $10 = 2 \cdot 5$, $35 = 5 \cdot 7$. xy och yz är delbara med 2 men inte zx, alltså måste y vara delbart med 2. På motsvarande sätt ser vi att x måste vara delbart med 7 och z med 5, och skulle något av talen vara delbart med några andra, så skulle produkterna vara större. Alltså är $y = 2$, $x = 7$, $z = 5$ och $x + y + z = 14$.

12 E: 2,5

Antal barn i alla fem familjer blir i de olika alternativen:
A: $0{,}2 \cdot 5 = 1$ dvs totalt ett barn på fem familjer. Det är möjligt.
B: $1{,}2 \cdot 5 = 6$ dvs totalt sex barn på fem familjer. Det är möjligt.
C: $2{,}2 \cdot 5 = 11$ dvs totalt elva barn på fem familjer. Det är möjligt.
D: $2{,}4 \cdot 5 = 12$ dvs totalt tolv barn på fem familjer. Det är möjligt.
E: $2{,}5 \cdot 5 = 12{,}5$ dvs totalt 12,5 barn på fem familjer. Det är omöjligt.



13 E: 130°

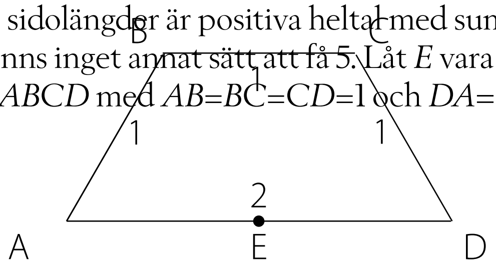
Det finns många sätt att angripa problemet, ett är följande. En av trianglarna i figuren har vinklarna b, c och e. $b + c + e = 180°$. Då är $e = 105°$. En annan triangel har vinklarna a, b och f. Då är $f = 85°$. Då har fyrhörningen i figuren vinklarna b, d, e och f så att $b + d + e + f = 360°$. Då är $d = 130°$.

14 A: 4

Mats springer 9/8 varv samtidigt som Lisa springer ett varv. Han tar alltså in 1/8 varv för varje varv som Lisa springer. Han ska ta in ett halvt varv, alltså är han ikapp efter 4 varv.

15 B: 60° och 60°

Parallelltrapetsens sidolängder är positiva heltal med summan 5. Alltså måste de vara 1, 1, 1, 2. Det finns inget annat sätt att få 5. Låt E vara mittpunkten av sidan AD i parallelltrapetsen $ABCD$ med AB=BC=CD=1 och DA=2.

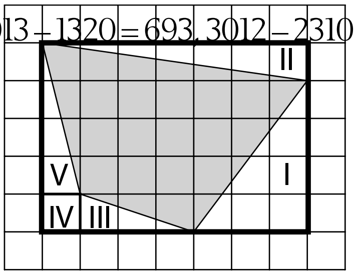


Då är $EABC$ en parallellogram, alltså $EC = AB = 1$ och då är CDE en liksidig triangel och vinklarna CDE och $EAB = DEC = 60°$. Vinklarna vid den korta basen (vinklarna B och C) måste då vara 120°. Parallelltrapetsens vinklar är alltså 60°, 60°, 120° och 120°. De minsta vinklarna är alltså 60° och 60°.

16 A: 702

1023	2013	3012
1032	2031	3021
1203	2103	3102
1230	2130	3120
1302	2301	3201
1320	2310	3210

De största hoppen sker i växling mellan tusental. $2013 - 1320 = 693$, $3012 - 2310 = 702$. Störst är 702.



17 B: $21\,\text{cm}^2$

Hela den inrutade arean är $7 \cdot 5 = 35$ rutor.
Område I: $3 \cdot 4 / 2 = 6$ rutor
Område II: $7 \cdot 1 / 2 = 3{,}5$ rutor
Område III: $3 \cdot 1 / 2 = 1{,}5$ rutor.
Område IV: 1 ruta
Område V: $1 \cdot 4 / 2 = 2$ rutor.

Områdena I – V har arean $6 + 3{,}5 + 1{,}5 + 1 + 2 = 14$ rutor. Skuggat område blir $35 - 14 = 21$ rutor. Varje ruta är $1\,\text{cm}^2$, dvs skuggad area är $21\,\text{cm}^2$.

18 B: Berit

Yngst är den som är född den 23 april 2001 vilket är det enda datum med dagen 23. Anders eller Catrin kan inte vara födda den 23e eftersom de är födda samma dag i olika månader. Av samma anledning kan inte Dennis eller Eddy vara det. Återstår bara Berit.

19 D: 456231

Alternativ D är omöjligt. Det innebär att Olle kommer in när våffla nr 4 är klar. Han äter den och fortsätter sedan med 5e och 6e våfflan. Då finns våfflorna 1,2 och 3 kvar och den varmaste är då 3. Därför ska han inte äta nr 2 som det står i alternativ D.
En enkel regel för att slippa att resonera vid varje svarsalternativ är: en våffla som äts upp måste ha ett nummer som antingen är större än alla som redan ätits upp, eller är det största nummer bland de som blev kvar.

20 B: 45 %

De varianter som finns om man tar ett antal konsekutiva tal är:
- Lika många jämna som udda
- ett udda mer än jämna
- ett jämnt mer än udda

Första alternativet ger 50 %. De andra två alternativen ger oändligt många varianter men man märker fort att ju fler konsekutiva tal man använder desto närmare 50% udda tal kommer man. Om man till exempel tar 5 konsekutiva tal får man antingen 40 % eller 60 % udda. Man kan också titta på alternativen. 48 % = 48 / 100 = 12 / 25. Detta innebär att det totalt är 25 konsekutiva tal och att 12 är udda, det är möjligt. 45 % = 45 / 100 = 9 / 20. Det innebär att man har 20 konsekutiva tal och att 9 är udda. Detta går inte, för i en sekvens med ett jämnt antal konsekutiva tal finns det lika många jämna som udda.
En algebraisk lösning finns i *Arbeta vidare*.

21 A: 9

Om vi numrerar bilarna 1, 2, 3, 4 och att bilarna står från början i utfarterna 1, 2, 3, 4 så innebär problemet att permutera dessa nummer så att inget nummer står på samma plats som det gjorde från början (i ordningen 1, 2, 3, 4). De olika möjligheterna är då:

2143
2413
3142
3412
3421
4123
4312
4321

(2143 betyder att bil nr 2 kör ut i utfart 1, bil nr 1 kör ut i utfart 2, bil nr 4 kör ut i utfart 3. bil nr 3 kör ut i utfart 4)
Det finns alltså 9 sätt.

22 B: -671

Talraden ser ut såhär:
1, - 1, - 1, 1, 1, - 1, - 1, 1, - 1, - 1 , 1, - 1, - 1 ...
Om man grupperar termerna i följden tre och tre får man upprepningar av 1,-1,-1 med summan -1.
Antalet upprepningar man får är 2013 / 3 = 671.
$671 \cdot (-1) = -671$.

23 C: 12

Vi vill ha så många björkar som möjligt. Vi börjar plantera en björk, och en till och en till och ytterligare en. Nästa träd kan nu inte vara en björk för då finns det tre träd mellan första och femte björken. Då sätter vi en rönn där. Nästa kan inte heller vara en björk för då skulle det vara tre träd mellan andra (som är en björk) och femte trädet (som inte kan vara en björk). Alltså är det femte trädet en rönn. Om man fortsätter detta resonemang så blir planteringen enligt följande (om man har i åtanke att plantera så många björkar som möjligt).

B B B B   R R R R   B B B B   R R R R   B B B B. Totalt blir det 12 björkar.

24 B: 41

Låt oss använda följande beteckningar

T	totala antalet tävlande
A_f	antalet tävlande som kom före Andreas (Andreas kom efter dem)
A_e	antalet tävlande som kom efter Andreas (Andreas kom före dem)
D_f	antalet tävlande som kom före Daniel (Daniel kom efter dem)
D_e	antalet tävlande som kom efter Daniel (Daniel kom före dem)

$T = A_f + 1 + A_e = D_f + 1 + D_e$

Andreas slutade på 21:a plats, alltså är $A_f = 20$.

Daniel kom i mål före 1,5 gånger så många löpare som kom i mål före Andreas, alltså är $D_e = 1{,}5 \cdot A_f = 30$.

Då kan vi skriva att $T = 20 + 1 + A_e = D_f + 1 + 30$. Då måste $A_e = D_f + 10$.

Men vi vet också att $A_e = 2 \cdot D_f$, alltså $2 \cdot D_f = D_f + 10$ vilket ger att $D_f = 10$ och $T = D_f + 1 + D_e = 10 + 1 + 30 = 41$.

Arbeta vidare med Cadet 2013

Årets Känguruproblem kan direkt kopplas till innehållet i kursplanerna för åk 9 samt för Ma1. Få av problemen kan kategoriseras som rutinuppgifter utan bygger på förståelse och grundläggande kunskaper. Flertalet av dem kan kopplas till det centrala innehållet problemlösning men även till förmågan problemlösning som ska utvecklas. Det är därför viktigt att låta problemen leva vidare. Har man inte haft möjlighet att genomföra tävlingen kan problemen komplettera den ordinarie undervisningen.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal matematiska termer att aktualiseras. Gå igenom dem. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

I all form av problemlösning är det viktigt att diskutera strategier och lösningsmetoder. Man kan komplettera med liknande problem från tidigare års tävlingar. Nedan ges hänvisningar till liknande problem och förslag på upplägg.

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera kring både matematikinnehållet och strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala.

Ett sätt att arbeta vidare kan vara att eleverna i mindre grupper resonerar sig fram till en gemensam lösning. Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få bedöma kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Diskutera vilken information i problemet som är nödvändig och vad som kan ändras utan att problemet förändras.

Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?
– Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?
– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?
– Vilka nya frågor kan problemet väcka?
– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp. Här finns många tillfällen att utveckla olika matematiska förmågor. I efterarbetet kan det även vara lämpligt att hämta in snarlika problem från de andra tävlingsnivåerna detta år och från tidigare års Kängurutävlingar. Alla tidigare tävlingsproblem finns att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru. Tidigare problem inom området geometri är dessutom samlade i en bok – *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742

Tal och taluppfattning

Många problem som förkommer i Kängurun och i andra matematiktävlingar bygger på heltalsmatematik. I flera av årets problem nämns siffra och tal. Diskutera med eleverna när vi har en siffra, när har vi ett tal. Det naturliga räknandet börjar med de positiva heltalen, som sedan utvidgas till negativa heltal. Egenskaper hos heltal, såsom faktor, multipel, delbarhet, primtal, primtalsfaktorisering är därför viktiga att arbeta med. De här kunskaperna ligger till grund för arbete med tal i bråkform.
C6 och **C7** handlar om att faktoruppdela tal. Ta fram andra exempel och faktorisera tillsammans.

En alternativ lösning på **C4** innehåller också faktoruppdelning tillsammans med aritmetikens fundamentalsats:

$200013-2013=200000-2000=2\cdot(100-1)\cdot 1000=2\cdot 99\cdot 1000=2\cdot 3\cdot 3\cdot 11\cdot 23\cdot 53$ är delbart med 2 och 3 och 5 och 11 men inte med 7 på grund av aritmetikens fundamentalsats. (Den säger att varje heltal större än 1 kan skrivas som en produkt av primtal på ett och endast ett sätt. Slutsatsen blir att heltalet är delbart endast med 1 och har produkter av primtal i faktoruppdelningen.) Detta ger att 198 inte kan delas med 7. Därmed kan heller inte 198000 det.

Diskutera i klassen hur man kan ta reda på om ett tal är delbart med 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11?

C11 kan lösas algebraiskt till exempel med substitution:

Andra ekvationen ger att man kan skriva om första ekvationen, $x\cdot 10/z=14$. Med hjälp av tredje ekvationen blir det då $(x\cdot 10)/(35\cdot x)=14$. $x^2=49$ och $x=7$ i vårt fall. Därav följer att y=2 och z=5. $7+2+5=14$.

C16 är ett problem där tal, siffra och siffrans värdeplacering blir aktuell. Diskutera hur man kan sortera sina tal och hur man vet att man fått med alla alternativ. Se även Benjamin 2011:12 och Junior 2011:6.

I **C20** och **C22** används talrader på lite olika sätt. I **C20** kan det vara bra att testa och skriv upp några konsekutiva tal. Vilka möjliga varianter kan man få? Undersök vad som händer om man ökar antalet konsekutiva tal. Fördelningen udda/jämna närmar sig 50% ju fler tal man använder. Alternativ lösning till problemet:

Låt u vara antalet udda tal i sekvensen. Om det finns lika många jämna tal så är andelen udda,
$a=50\,\%$. Annars
$a=u\,/\,(2u\pm 1)$
$a\,(2u\pm 1)=u$
$2au$ v$\pm\, a=u$
$(2a-1)\,u=\pm\, a$
$u=\pm\, a\,/\,(2a-1)$ och eftersom u är positivt så
$u=|a\,/\,(2a-1)|=a\,/\,|2a-1|$
Låt $p=100a$ dvs $a=p\,\%$
Då har vi att $u=p\,/\,2p-100|$ och u ska vara ett heltal.

Vi testar för alla svarsalternativ:
A: $40\,/\,|2\cdot 40-100|=2$ B: $45\,/\,|2\cdot 45-100|=4{,}5$ C: $48\,/\,|2\cdot 48-100|=12$
E: $60\,/\,|2\cdot 60-100|=3$

Liknande problem till C20 finns i Cadet 2005:21, Student 2007:17 samt Cadetgymnasiet 2008:18. Liknande problem till C22 finns i Junior 2009:9 och 2010:23.

Geometri och rumsuppfattning

Flera av problemen på Kängurutävlingen har geometrisk anknytning. I efterarbetet är det viktigt att låta eleverna motivera sina tankegångar och redovisa sina lösningar. Vad är ett bevis? Hur mycket måste man redovisa i ett bevis och hur gör man detta på ett enkelt och tydligt sätt? Några av årets problem handlar om vinklar. Diskutera hur man kan mäta och laborativt jämföra vinklar. När kan man bevisa att två vinklar är lika?

C2 och **C17** handlar om area i en geometrisk figur. Repetera hur man räknar areor för olika figurer och diskutera olika alternativ på tillvägagångssätt. Andra liknande uppgifter har funnits tidigare år, Cadet 2012:17, 2009:24, 2007:6 och 2006:5 samt Cadetgy 2010:22.

I **C3** blir det några tomma rutor kvar. Varför måste några bli kvar? Visa att t ex vid varje kant måste minst en ruta bli kvar. Ingen rektangel kan täckas med sådana pusselbitar utan att några bitar överlappar varandra eller någon bit sticker ut. Skiss av ett bevis:

Vi försöker täcka övre kanten. Vi använder ett antal (kanske 0) horisontella bitar. Varje horisontell bit som täcker någon ruta i första raden, täcker lika många rutor i andra raden, nämligen 2 i varje. Men första raden kan inte täckas med sådana horisontella pusselbitar utan att några bitar överlappar varandra eller någon bit sticker ut. Då måste även vertikala bitar användas. Men en vertikal bit kan bara täcka en ruta i första raden och då täcker den två rutor i den andra. Sammanlagt blir då i den andra raden fler rutor täckta än i den första.

Problem som **C9**, som går ut på att se vyer från olika håll av konstruktioner, har förekommit tidigare i Kängurun. Det var ett liknande problem i Benjamin 2005:17.

C13 söker en vinkel i en figur. Diskutera vinkelsumma i olika figurer och resonera om olika alternativ till att komma fram till storleken på vinkeln.

När man talar om fyrhörningar tänker man främst på konvexa fyrhörningar. Alla vinklar i en konvex fyrhörning är mindre än 180° men det finns också konkava fyrhörningar, en sådan med vinklar a, b, c och $360° - d$ ser vi i figuren. En alternativ lösning använder satsen om vinkelsumman i en fyrhörning. $a+b+c+(360°-d) = 360°$och alltså $d = a + b + c$.

Ett liknande problem fanns i Cadet 2012, nr 11.

C15 kräver att man kan geometriska begrepp. Repetera gärna namn på olika figurer, liksidighet, likformighet, likbenhet kopplat till vinklar.

Sannolikhet och statistik

Ibland finna även problem som innehåller sannolikhet och statistik. Passa på att diskutera begrepp i samband med problemen som permutationer, kombinationer, utfall, medelvärde och andra begrepp ni kommer i kopntakt med när eleverna löser problemen.

I **C5** finns möjlighet att undersöka och konkretisera problemet. Låt eleverna träna sitt resonemang och argumentera för sitt tänkande, lyft alla försök till lösningar. Liknande problem fanns i Benjamin 2002:19 och i Student 2009:6.

C12 tar upp begreppet medelvärde. I stället för vanliga problem som innehåller medelvärde uppstår här ett baklängesresonemang. Undesök hur det blir då man ändrar antalet familjer. Vilka alternativ fungerar då? Vilka antal skulle de andra svarsalternativen passa till? Ett liknande problem fanns i Cadet 2004:16 och 2005:20.

Problemlösning

Några av årets uppgifter bygger på logiska resonemang inom olika matematiska fält. Här gäller det att utgå från givna förutsättningar och utifrån dem föra ett hållbart resonemang. Diskussion om uppgifterna ger också goda möjligheter till både skriftlig och muntlig kommunikation.

I **C8** och **C18** behöver man ha en strategi klar för sig och få en struktur på sitt sätt att tänka. Hur vet man att alla möjliga alternativ är medtagna? Diskutera och välj flera olika tillvägagångssätt som eleverna använt sig av och jämför dem. I samband med **C18** kan det vara kul att plocka fram klasslistan och se på klassens spridning. Jämför också med uppgift 12 i Ecolier detta år. Andra exempel på strategiuppgifter från tidigare år finns i Cadet 2011:21, 2006:17 och 2005:17.

En alternativ lösning för **C10**:

30 minuter efter det första ljuset tänder Alex det fjärde. Därefter tänder han ett nytt ljus varje gång ett slocknar, så antalet brinnande ljus förblir fortsättningsvis konstant 4 (utom kanske i själva tändningsögonblicket).

I **C19** är det lämpligt att diskutera vad som fungerar och vad som inte fungerar i de givna alternativen. Kan eleverna förklara hur Olle gör i de andra alternativen? Kan ni komma på fler sätt? Hur många varianter finns att äta dem på?

Diskutera i samband med **C21** vad som händer om det finns 3 utfarter? 5 utfarter? En alternativ lösning till det ursprungliga problemet:

För en av vägarna väljer man vart bilen som kommer härifrån ska. Det finns tre möjligheter. Den bil som ska köra in på den valda vägen kan väljas på tre sätt. Det ger $3 \cdot 3 = 9$ möjligheter. De övriga två bilarna har i samtliga fall bara en väg kvar att välja.

Hur vet man att lösningen i **C23** är den optimala?

Tänk att en annan trädgårdsmästare kommer hit och tycker att han kan det bättre. Då ersätter han några björkar med rönnar och några rönnar med björkar. Men till vänster om varje rönn som han vill ersätta står en björk med 3 träd emellan och då måste den ersättas med en rönn. För varje rönn som han ersätter måste han ersätta minst en björk med rönn, så fler björkar än det var från början blir det inte (faktiskt färre).

Testa med andra antal träd att plantera och andra förbjudna antal mellan två björkar. När man vet hur många björkar det maximalt kan bli så kommer nästa fråga: på hur många sätt kan man plantera dem och nå det maximala antalet? Tips: Numrera träden och dela dem i klasser av träd med nummer som har samma rest vid division med det förbjudna antalet mellanträd + 1. En variant av problemet där fler antal träd använd finns i år i Junior, nr 17. Liknande problem fanns i Ecolier 2004:15 och Student 2005:9.