Arbeta vidare med Milou 2012, med lösningar

Övningsexempel

Rätt lösning är grodan.

I vardagen möter vi mönster av olika slag. De kan finnas på kläder, i stensättningar, i arkitektur mm, men också i vardagsbeteenden. Många har rutiner som upprepas på samma sätt varje dag. Att upptäcka, fullfölja och beskriva mönster innebär att generalisera. Hur ska mönstret fortsätta?

Arbete med mönster kan ske med hjälp av rörelselekar, sagor, sånger, laborativt material, bilder och symboler. Mönstren kan bestå av olika många komponenter, ju fler desto mer att hålla ordning på. Mönster kan vara statiska, dvs återkomma på precis samma sätt eller dynamiska, som innebär en återkommande förändring. Förslag på aktiviteter för att utveckla förståelsen för mönster finns i ”arbeta vidare med Milou 2010”, problem 1.

Problem 1

Rätt lösning är 

Det enklaste sättet att få reda på vilken bit som fattas är att klippa ut delarna och undersöka vilken som passar. Varför passar just den biten? Utmana eleverna att beskriva den oregelbundna formen med hjälp av rumsliga begrepp, raka linjer, linjer som är krökta utåt (konvex) och inåt (konkav).

Var i pusslet fattas biten? Låt eleverna beskriva det. Vilka begrepp och uttryck behövs och vilka använder de (ordningstal, positioner t ex vänster – höger)? Hur många pusselbitar finns det totalt, i varje rad, kolumn? Vilken bit är störst? Hur vet vi det?

Gör egna bilder och klipp ut som pussel. Hur ska vi göra det så att det blir lätt? Svårt? Lägg pussel!

Diskutera

– Varför är pusselbitar sällan likformiga?

– Vilken typ av byggklotsar är likformiga – varför?

– När vill man att saker ska passa ihop med många andra delar och när man inte vill det (nyckel t ex)?

För att pusselbitar ska passa ihop, kan de behöva vridas. Det är praktiskt och viktigt att kunna beskriva hur en bit behöver vridas och då behöver vi gemensamma språkliga uttryck och begrepp. Ge eleverna uppmaningar, som

– Vänd ryggen åt dörren, näsan åt Zerah, lägg högerhanden på vänster knä, lägg pennan under stolen, boken på stolen. Sätt dig mellan Jasmine och bänken, till vänster om Mario. Var sitter Pelle i förhållande till mig? Lena? Arman?

– Sitt i ring runt en elev. Låt eleven mitt i ringen berätta, från sin position, var några av kamraterna befinner sig. Sätt en docka i mitten. Var sitter Johan i förhållande till dockan? Använd begrepp som vänster och höger, bakom och framför.

– Bygg ett enkelt motiv av några logiska block på golvet, mitt i barnringen. Låt eleverna rita av det som de ser det från sin plats. Sätt upp bilderna på väggen. Resonera om varför bilderna ser olika ut.

– Rita av din stol, mugg, penna, suddgummi ovanifrån, underifrån, från vänster, från höger.

Resonera gemensamt om bilderna.

– Arbeta parvis med logiska block eller andra geometriska former. Eleverna kan sitta med ryggen mot varandra, en av dem bygger en figur och beskriver den muntligt för sin kamrat, som bygger en likadan figur efter beskrivningen. Diskutera efteråt vari utmaningen bestod. Att i tanken ta ett annat perspektiv är inte enkelt och problemet ställer krav på språkliga formuleringar. Informationen måste också tolkas. Resonera om hur man kan beskriva så att kamraten förstår.

Tidigare problem
2009: Milou 2, Milou 7; 2006: Ecolier 11.

Att läsa
Visualisering i tysthet, Uppslaget. *Nämnaren* 2004 (2).

Problem 2

Rätt svar är 14

Kan eleverna uppfatta antalet ben på varje djur ”i en blink”, utan att räkna (subitisera)? Finns det elever som har svårighet med parbildningen antal – räkneord eller kanske med ett-till-ett-räkningen? Hur vet eleven vilka ben som räknats? Har alla elever klart för sig vilken siffra som svarar mot antalet?

Lös problemet tillsammans. Hur vill eleverna gå tillväga? Finns det olika förslag? Vilka strategier har eleverna?

Kanske räknar några elever ett ben i taget och får fjorton. Andra upptäcker talen 2 och 4 och använder dem. Sex hönsben, fyra kattben och fyra hundben. Några ser att de sex hönsbenen och kattbenen (eller hundbenen) är tio tillsammans och lägger sedan till återstoden ben. Några elever beräknar $4 + 4 = 8$, adderar sedan två hönsben och får summan 10. Återstår att lägga $2 + 2$ till 10.

Observera de enskilda elevernas strategier så att undervisningen sedan kan innehålla lämpliga utmaningar.

Gör olika undersökningar med eleverna i klassen. Hur många ben har vi tillsammans? Armar? Ögon? Fingrar och tår? Låt eleverna beskriva för varandra hur de löser problemen. Vilka räknestrategier och räknesätt använder de?

Sortera en samling djur i tvåfota och fyrfota.

– Om vi vet att vi har 25 höns och 20 fyrfota djur, hur kan vi då räkna ut hur många ben de har på ett enklare vis?

Ex på liknande problemställningar

– Sara besöker en bondgård. Hon ser 14 djur, grisar och hönor. Tillsammans har de 46 ben. Hur många grisar och hur många hönor finns det på gården?

– I häxans fängelse finns pallar med tre och fyra ben. När jag tittade in genom det lilla hålet kunde jag se att det satt en fånge på varje stol. Jag räknade till 39 ben. Jag glömde räkna hur många pallar och hur många fångar. Vill du vara snäll och hjälpa mig med det.

– Hur många husdjur finns det? Hur många har vi i klassen? Gör tabeller över resultatet. Hur många har 0? Hur många har 1, 2 etc? Hur många tillsammans? I samtal kring detta problem kan eleverna få insikt i hur bestående insamlade data är, att de gäller just vid en viss tidpunkt. Data som handlar om husdjur ändrar sig ofta – katten får ungar, akvariefiskar dör osv.

Tidigare problem:
2009: Ecolier 14; 2005: Ecolier 4.

Problem 3

Rätt lösning är E.

Gör problemet praktiskt och tillsammans på ett rutnät med t ex 10 cm x 10 cm stora rutor, eller kanske utomhus med ett ännu större rutnät. Markera stigarna. Linjerna kan vara stigar, som olika sagofigurer följer. Sagofigurerna lägger snören utmed varje stig. Jämför längderna. Låt kvadratens sida utgör längdenheten.

Enheten kan istället vara en fotlängd hos de olika sagofigurerna. Bestäm då tillsammans hur långa fötter dessa har. Sagofigurerna går tomtesteg, fot invid fot med häl mot tå, längs stigarna. Hur många steg lång är varje stig? Kan antalet steg på samma stig vara olika? Varför / varför inte?

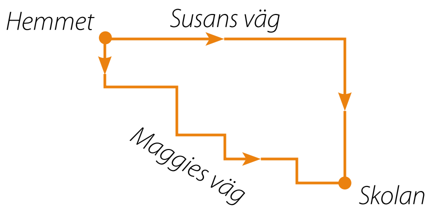
Bygg figurer på geobräde. Hur många spikhopp är det runt om? Bygg eller rita figurer med så lång kant som möjligt och så kort som möjligt. Gör slutna figurer med stor och liten omkrets. Undersök omkrets av olika figurer.

Vilken är närmaste vägen mellan två punkter?

Detta problem är hämtat ur *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem:*

192 **Skolvägen**

Susan och hennes syster Maggie går till samma skola varje dag, men olika vägar. Vilken är den längsta vägen?



Susans väg

Maggies väg

Fågelvägen

Susans och Maggies väg är lika långa.

Det går inte att avgöra, men de är olika långa.

Studera symmetrier i figuren. I det centrala innehållet i Lgr 11 är begreppet symmetri framskrivet, för första gången för elever i Milou-åldern. Figurerna i uppgiften är, liksom många föremål i omvärlden, spegelsymmetriska. Detta kan vara ett lämpligt innehåll att arbeta vidare med.

En vanlig bilduppgift är att vika ett teckningspapper på mitten, lägga färgklickar på ena halvan och vika över andra halvan och sedan pressa ihop sidorna. Bilden som framträder på det uppvikta papperet är spegelsymmetrisk. Vikningen är symmetrilinjen.

Var finns symmetrilinjen i problemets figurer? Förstora figurerna och undersök hur en spegel ska placeras för att spegelbilden och figuren intill spegeln ska motsvara hela figuren. Spegelns placering är då längs symmetrilinjen. Pröva också att klippa ut de förstorade figurerna och vika fram symmetrilinjen. Lys igenom mot fönstret och se om det stämmer.

Kopiera figurerna på storrutade papper (använd större rutor än kvadratcentimeter för motorikens skull) och låt dem utgöra ena halvan i en spegelsymmetri. Placera spegeln på figurernas baslinje. Hur ser hela figuren ut då? Låt eleverna fylla i den nya halvan, dvs bygga ut den neråt. I den nya figuren finns då två symmetrilinjer, en horisontell och en vertikal.

Tidigare problem

2011: Milou 2, 2010: Milou 8, Ecolier 4
2009: Milou 5, Ecolier 10
2008: Milou 12
2006: Ecolier 7 och 9
2004: Ecolier 3, Benjamin 13
2002: Ecolier 11
2001: Ecolier 7

Att läsa

Gennow, S. & Wallby, K. *Geometri och rumsuppfattning – med känguruproblem*. NCM.

Problem 4
Rätt lösning: 12

Diskutera hur mycket äldre man blir på ett år.
- Hur många år gammal är du nu?
- Hur många år är mamma / pappa / syskon nu?
- Hur många år var du / de för ett år sedan? Hur många år är du / de om ett, två, tre år?
- Hur mycket äldre / yngre än du är din bror / syster / mamma / pappa nu / om ett, två, tre år?

Tidigare problem:
2007: Ecolier 13;
2006: Ecolier 3;
2004: Ecolier 2

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2011). Olika hundringar. I *Nämnaren TEMA Matematik – ett grundämne*. NCM,Göteborgs universitet.

Problem 5
Rätt lösning är kl 11.

Vid tidsberäkningar har vi oftast klockan framför oss, i tanken eller på riktigt. För att utveckla förståelse för klockslagen på båda sidor om 12 behöver vi samtala om att 1 och 13 kan vara detsamma. Fundera tillsammans över när det är viktigt att vi använder 13 etc. Kanske någon vet hur man gör om man inte skriver 13, för att visa att det är på eftermiddagen?

Jobba med klockslag, tidsskillnad mellan klockslag, hela timmar men också med minuter. Vad är klockan om 3, 4, 5 timmar? Om 11, 12 och 13 timmar? För 4, 11, 23 timmar sedan? Vad är klockan om 15, 30 och 45 minuter? Vad var klockan för 15, 30, 45 minuter sedan?

En bra strategi när det gäller tidsintervall som innehåller 24.00 eller 00.00 är att bestämma tiden före och tiden efter detta klockslag och sedan addera. Lös olika problem t ex:
– En flygresa är 4 timmar. När slutar/börjar den om den börjar/slutar 18.30, 21.30?

Tidigare problem
2011: Ecolier 4
2010: Ecolier 15
2009: Ecolier 7
2008: Ecolier 8
2007: Ecolier 13
2004: Ecolier 9 och Ecolier 14
2003: Ecolier 7 och Ecolier 9
2002: Ecolier 14

Problem 6
Rätt svar är 9.

Arbeta tillsammans med att fylla de tomma rutorna, så att eleverna får syn på det upprepade mönstret och kan räkna stjärnorna i den färdiga bilden, som är en tänkbar spelplan. Hur många finns det av varje figur. Hur många sammanlagt? Går det jämnt upp? Varför?

Hur skulle spelplanen kunna se ut med tre olika figurer?

Om jag står på stjärna och slår 4, var hamnar jag då?

Jämför med lika stora skutt på tallinjen: $7 + 5 = 12$, $27 + 5 = 32$ etc som visar mönstret i vårt talsystem.

Titta på ett Fia-spel. Spela Fia. Konstruera egna spelplaner på samma sätt.

Förslag till arbete med statiska och dynamiska mönster, se övningsexemplet.

Problem 7

Rätt svar är 14

Rita ett stort staket med samma antal pinnar på ett stort papper och lägg på golvet eller gör markeringar på annat sätt. Gör problemet konkret tillsammans. Låt en elev vara fågel och hoppa som fågeln. Räkna tillsammans alla hoppen, både framåt och bakåt. Fyra framåt och ett bakåt, blir fem. Fem och fyra framåt blir nio osv.

Hur blir det om han istället hoppar två hopp framåt och ett bakåt eller enbart två hopp i taget framåt? Kan han hoppa ett steg framåt och två steg bakåt? Två steg framåt och två steg bakåt?

Var hamnar fågeln om den börjar på 0? 1? 14? Hitta på egna sätt att hoppa för att komma i mål.

Arvid och Nadja har varsin tallinje och varsin markör. De startar alltid med att lägga markören vid noll.

– Arvid gör först ett 3-skutt framåt på tallinjen. Därifrån gör han ett 4-skutt framåt. Vilket tal landar han på?
– Nadja gör först ett 2-skutt och därefter ett 5-skutt. Vilket tal landar Nadja på?
– Nadja startar på 0 igen och gör ett hemligt hopp på sin tallinje. Därefter gör hon ett 5-skutt och landar på talet 9. Hur långt var Nadjas hemliga skutt?
– Arvid gör ett nytt skutt med start på noll. Han gör först ett 6-skutt och sedan ett hemligt skutt och landar på talet 10. Hur långt var Arvids hemliga skutt?
– Arvid gör ett 10-skutt framåt och sedan ett 2-skutt bakåt. Vilket tal landar Arvid på?
– Nadja gör ett 8-skutt framåt och sedan ett hemligt skutt bakåt. Hon landar på talet 5. Hur långt var Nadjas hemliga skutt?
– Hur kan skutten beskrivas matematiskt?

Grodan i brunnen: Grodan hade ramlat ner i en brunn, som var 9 meter djup. Varje dag klättrade han uppåt 3 meter. På natten gled han ner 2 meter. Hur många dagar tog det för grodan att komma upp ur brunnen? (Detta problem återfinns i olika kontexter och med olika tal.)

Liknande problem
2012: Ecolier 16; 2011: Milou 6 2010: Milou 7

Problem 8

Rätt svar är 4.

Problemet handlar om flera saker:

– likhetstecknets betydelse, dvs att värdet på båda sidor om tecknet är lika
– tals helhet och delar
– att okända tal kan representeras av symboler.

Talet 4 motsvarar två likadana trianglar, dvs två lika stora tal. Dela upp antalet 4 i två lika stora delar med konkret material, dvs två och två (2 + 2). Byt nu ut trianglarna mot talet 2 och diskutera vilka tal som ska ersätta övriga symboler.

Låt eleverna göra egna liknande problem. Tillåt även uttryck, t ex 16 – 4 och $5 \cdot 5$, för symbolerna.

Tidigare problem:
2011: Ecolier 2;
2008: Milou 2;
2005: Ecolier 2;
2004: Ecolier 4;
2003: Ecolier 20;
2002: Ecolier 5

Problem 9

Rätt svar: Alla figurer

Som i andra pussel måste delarna gemensamt täcka en avgränsad yta. Använd förstorade utklippta pusselbitar och figurer, för att följa upp problemet. Låt eleverna berätta och visa praktiskt för varandra hur de löste problemet.

Problemet utmanar elevens spatiala förmågor samt förmågan att föreställa sig hur den givna formen ser ut när den roteras och speglas. För att se vilka figurer som är möjliga att pussla samman behöver man kunna se att formen är densamma oavsett läge. Elever behöver många och olika erfarenheter för att hantera problem av detta slag. Observera särskilt de elever som inte löste problemet.

Exempel på liknande problem.

Sätt samman tre och fyra kvadrater på alla tänkbara sätt. Jämför area och omkrets. (Längdenhet = sidan på den använda kvadraten; areaenhet = den kvadrat som används). Kan en 8 x 8-rektangel täckas med figurer där tre eller fyra kvadrater är sammansatta på olika sätt? En 5 x 5-rektangel?

Sätt samman fem kvadrater på alla tänkbara sätt. Totalt finns 12 möjligheter, kallade *pentominos*. Vilka av dessa former kan enskilt eller tillsammans täcka rektanglar av olika storlek?

– Jämför storlek (area och omkrets) på pentominobitarna. Vad upptäcker ni?

Sätt samman kvadrater till bokstäver. Vilka bokstäver enskilt eller tillsammans täcka ett område?

Vilka regelbundna månghörningar (månghörningar där alla sidor är lika långa) kan täcka ett område om alla är likadana? Om man får använda flera olika månghörningar? Låt eleverna undersöka med konkret material och dokumentera sina upptäckter.

Utgå från en kvadrat, 1 dm^2 stor.

– Klipp längs mittlinjen och sätt samman delarna till en rektangel som inte är en kvadrat.

– Klipp längs diagonalen och sätt samman delarna till en triangel.

– Klipp längs diagonalen och sätt samman delarna till en parallellogram som inte är en rektangel.

– Klipp längs mittlinjen och sedan diagonalt i båda rektanglarna. Sätt samman delarna till en romb som inte är en kvadrat.

– Jämför arean på alla figurerna. Vad upptäcker ni?

Länkar:

nrich.maths.org/4976
nrich.maths.org/814
nrich.maths.org/94
www.gottfriedville.net/puzzles/colorgame/pentomino.htm
mathforum.org/sum95/suzanne/tess.intro.html
library.thinkquest.org/16661/of.regular.polygons/index.html
members.cox.net/tessellations/index.html

Tidigare problem:

2011: Ecolier 3
2010: Milou 12
2008: Milou 6 och Ecolier 10
2007: Ecolier 5
2006: Ecolier 11
2004: Ecolier 18
2003: Ecolier 9 och Ecolier 10
2002: Ecolier 3
2001: Ecolier 12

Ytterligare förslag finns i Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*, s 57 – 89. NCM.

Att läsa

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* s 75 – 79; 106 - 107. NCM
Emanuelsson, L. (1992). Utvecklande ytkunskaper. *Nämnaren* nr 1, 1992.
Furness, A. (1988). Mosaik, geometri och tal. *Nämnaren*, nr 2, 1988.
Wallby, K. (1996). Uppslaget: Tessellering. *Nämnaren* nr 4, 1996.

Problem 10

Rätt lösning: 2 mynt måste bort.

Låt eleverna visa praktiskt hur de löste problemet, med rutnät och markörer. Vilka mynt ska bort? Finns det olika lösningar? Pröva och diskutera.

Pröva också med ett 3 x 3 rutnät.

– Finns det någon lösning om samma förutsättningar ska gälla? Finns det flera lösningar?
– Hur blir det om det bara får finnas ett mynt i varje rad och kolumn?
– Går det att få två mynt i varje diagonal, rad och kolumn?
– Kan det finnas tre mynt i varje rad och kolumn; i varje rad, kolumn och diagonal?

Pröva också med större rutnät.

Använd markörer i två färger eller två olika bilder. I varje rad och kolumn eller rad, kolumn och diagonal får det bara finnas en av varje färg eller av varje bild. Hur blir det i ett rutnät som är 3 x 3 rutor? I ett större rutnät? Pröva med tre och fyra olika bilder, dvs bildsudoku. Ersätt bilderna med 1, 2, 3 och 4, dvs vanligt sudoku.

Liknande problem

2012: Ecolier 5
2010: Milou 10
2007: Ecolier 7
2006: Ecolier 12
2005: Ecolier 6

Problem 11

Rätt lösning: 3 barn

Låt eleverna berätta hur de löste problemet. Hur förhåller sig antalet som är med i leken till antalet som gömmer sig? Undersök praktiskt med olika antal. Diskutera hur lösningen kan tecknas matematiskt, t ex $13 = 1 + 9 + ?$

Problem 12

Rätt lösning: 10 klädnypor.

Låt eleverna berätta hur de löste problemet och gör det även praktiskt så alla elever ser att hur många klädnypor som behövs. Undersök med olika antal handdukar. Hur kan man tänka?

– Hur blir det om strecken inte är tillräckligt långa så att tvätten måste hängas på två streck?
– Pröva att sätta en klädnypa mitt på handduken också (eller häng lakan).
– Häng andra saker, t ex byxor, strumpor. Hur många behövs för varje byxa? för strumpor?
– Gör bilder av klädstreck där upphängningen följer ett mönster (färg, plagg, storlek etc).

Se problem 3.