Kängurun – Matematikens hopp

Ecolier 2012, svar och lösningar

Här följer svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på nätet.

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen ncm.gu.se/kanguru/
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa era resultat senast 27 april.

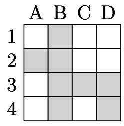
Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Vi delar inte ut några priser, men namnen på de elever som fått bäst resultat, i varje årskurs, kommer att publiceras på webben. Där publiceras också lösningsfrekvenser på alla uppgifter liksom en sammanställning av hur elevernas resultat fördelar sig på olika poängintervall. Du kan sedan jämföra dina elevers resultat med övriga elever i samma åldersgrupp och du kan se om de problem som dina elever hade svårt för också var svåra för andra. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att redovisa resultaten. De är värdefulla för oss och många lärare frågar efter sammanställningen med lösningsfrekvenser. Förhoppningsvis ger en översikt av klassens resultat även ett bra underlag för ert vidare arbete. Vi har valt att inte ta några deltagaravgifter, vilket man gör i flera andra länder. Att låta er sköta rättning och redovisning av resultat är ett sätt att hålla kostnaderna nere.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med
Endast några enstaka elever hinner att lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen.

Arbeta vidare med lösningarna
De flesta problem kan lösas på flera sätt och med olika representationsformer. Låt eleverna försöka hitta olika metoder, beskriva sina lösningar och jämför metoderna. Se efter både likheter och skillnader. Pröva om lösningsmetoden är generell, t ex genom att ändra de ingående talen. Låt eleverna få upptäcka, eller visa dem, hur samma lösning kan presenteras på olika sätt, t ex med ord och med symboler. Det är viktigt att eleverna får uttrycka sina lösningar på mer än ett sätt. Att kunna gå mellan olika representationsformer är viktigt för att utveckla förståelse.

Arbeta vidare med problemen
Efter redovisningssidorna i detta dokument följer förslag till hur ni kan arbeta vidare med problemen. Där finns också ytterligare kommentarer till lösningarna i vissa fall.

Svar och lösningar – Ecolier

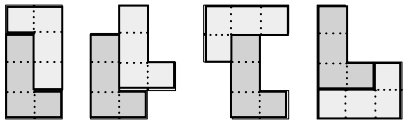
1: C 

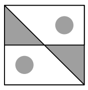
2: B 10 Det behövs en klädnypa mer än antalet handdukar.

3: B 8 Nerifrån räknat 3 + 3 + 2 grå plattor.

4: A 3 Det är 12 barn som har gömt sig.

5: C 3 I tredje kolumnen andra raden uppifrån måste det stå 2. Det ger att tredje kolumnen fjärde raden måste vara 4. Då blir det 3 i den färgade rutan. Det finns andra vägar att gå, men alla ger samma lösning.

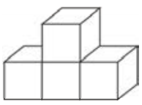
6: E alla fyra 

7: D  Diagonaler delar rektanglar i lika stora delar. I alternativen A, B, C och E har varje mörkt område ett motsvarande lika stort vitt område, och omvänt.

8: B 5 Kattungarna, ankungarna och kycklingarna har tillsammans $12 + 8 + 4 = 24$ ben. Lammen har alltså sammanlagt 20 ben, vilket innebär att de är 5 st.

9: E 10 När farmor har lagt russin på 15 kakor har hon 5 kakor utan russin. Hon lägger sen nötter först på de 5 kakor som inga russin har, för att få så få kakor som möjligt med både russin och nötter. För att det ska bli 15 kakor med nötter måste hon sen lägga nötter på 10 av de kakor som redan hade russin. Hon får alltså 5 kakor med bara russin, 5 med bara nötter och 10 med både russin och nötter.

10: B 6 kr Tre ballonger är två fler än en ballong. De två ballongerna kostar 12 kr, dvs 6 kr styck.

11: D  Biten måste ha tre klossar i undre raden och en i mitten av den övre.

12. E 30 Antalet måste vara jämnt delbart med 3. Alla antal som är delbara med 3 är möjliga, men bara ett, talet 30, finns bland svarsalternativen.

13: D 1173

För att få så stor summa som möjligt ska vi låta 5 och 6 vara hundratalssiffror, 3 och 4 tiotalssiffror och 1 och 2 entalssiffror.
Vi kan kombinera siffrorna på flera sätt:
$531 + 642 = 631 + 542 = 541 + 632 =$ etc.

14: C 4

På de brickor som ligger kvar ser vi sammanlagt 22 prickar. Det saknas alltså 11 st. På de brickor som saknas måste 2 prickar finnas på den vänstra och 1 prick på den högra, återstår 8 prickar att fördela på de två återstående bitarna, 4 prickar på varje.

15: B 4

Ebba och Leo kan stå antingen EL eller LE.
Ina ska stå bredvid Leo vilket ger möjligheterna ELI och ILE.
Viktor kan stå antingen till vänster eller till höger i båda fallen,
dvs 4 möjligheter: VELI, ELIV, VILE, ILEV.

16: D 12

Loppan ska hoppa ett visst antal hopp upp och ett visst antal hopp ner.
Hon kan göra hoppen i olika ordning.
Det gäller att få talet 22 genom en kombination av multiplar av +3 och multiplar av -4.
$10 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 22$, dvs 10 hopp uppåt och 2 nedåt.

17: D 7

Arbeta baklänges:
$2012/4 = 503$; $503 - 3 = 500$; $500/10 = 50$; $50 - 1 = 49$; $49 = 7 \cdot 7$.

18: C 10

Vi vill hitta det största möjliga antalet förluster och räknar då med att de 80 poängen i så stor utsträckning som möjligt ska komma från segrar.
80/3 ger 26 rest 2, dvs som mest kan laget ha vunnit 26 matcher och fått 78 poäng.
De 2 ytterligare poängen upp till 80 kommer från två oavgjorda matcher, totalt 28 matcher som givit poäng, vilket innebär 10 förlorade matcher.
Laget kan förstås få 80 poäng på andra sätt. Då måste fler matcher ha blivit oavgjorda och färre vunna, men då blir också antalet förlorade matcher färre.

Rättningsmall

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1			C			3
2		B				3
3		B				3
4	A					3
5			C			3
6					E	3
7				D		4
8		B				4
9					E	4
10		B				4
11				D		4
12					E	4
13				D		5
14			C			5
15		B				5
16				D		5
17				D		5
18			C			5
					SUMMA	72

Redovisningsblankett A

Redovisning av resultat sker på webbadress ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031-786 69 85. Redovisa senast den 27 april.

Namn och poäng för de 2 bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
3		
4		

Om du har fler elever med mycket bra resultat kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se

Antal elever med	åk 3	åk 4
58 – 72 poäng		
43 – 57 poäng		
31 – 42 poäng		
19 – 30 poäng		
10 – 18 poäng		
0 – 9 poäng		
Totalt antal deltagare		

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

	Antal elever med rätt svar på uppgiften	
Uppgift nr	åk 3	åk 4
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		

Arbeta vidare med Ecolier 2012

Nu är tävlingsdelen av Kängurun avslutad, men vi hoppas att problemen ska kunna vara underlag för många intressanta diskussioner. I samband med genomgång passar det bra att låta eleverna resonera sig fram till lösningarna i grupp. Låt alla först få möjlighet att lösa problemen på egen hand om de inte hann det i samband med tävlingen.

Diskutera gruppernas lösningar i klassen och jämför idéer och angreppssätt. Låt också eleverna få granska kamraternas lösningar: Har de tagit hänsyn till alla förutsättningar? Är de tydliga? Är resonemanget korrekt? Fungerar lösningsmetoden på andra, liknande problem? Att analysera och diskutera varandras lösningar är bra, men det kräver förstås att man arbetar långsiktigt så att eleverna vänjer sig vid att både ge kritik på ett konstruktivt sätt och att ta emot kritik. Om de redan från början får uppleva att det är en del av undervisningen kan det bli en naturlig och uppskattad form av arbete med problem.

Att presentera en lösning som andra kan följa och som är korrekt uppbyggd är något som eleverna måste få tid och möjlighet att utveckla med hjälp av lärare. Välj några av årets problem, arbeta igenom lösningarna noga och gör en riktigt genomarbetad redovisning.

Alla problem kan naturligtvis diskuteras utifrån valda lösningsmetoder. De flesta problem kan lösas på olika sätt och det är alltid bra att jämföra dessa och se på likheter och skillnader. Det är också bra att beskriva lösningarna med hjälp av olika representationsformer, konkret material, bilder, muntligt eller skriftligt tal och med symboler. Jämför de olika formerna och se hur det konkreta uttrycks i ord och med symboler. Några frågor att återkomma till när problemet är löst:

– Kontrollera att lösningen verkligen svarar mot frågan. Är det ett rimligt svar? Hur vet vi det?

– Påminner problemet om något annat problem vi löst tidigare?

– Vilka kunskaper hade vi nytta av när vi löste problemet?

– Vilka nya frågor kan problemet väcka?

– Lärde vi oss något nytt av problemet?

Gå också igenom de felaktiga svarsalternativen och resonera om varför dessa inte är riktiga. Låt eleverna göra förändringar i uppgiften så att de andra alternativen blir riktiga. Utmaningen kan vara att göra så små förändringar som möjligt.

Matematiskt arbete handlar mycket om resonemang. Elever behöver få resonera om både matematikinnehållet och om strategier för att utveckla sin matematiska kompetens. Låt dem också få argumentera för sina lösningar och sina val av metoder. I arbetet med alla problem bör förmågorna att resonera och argumentera vara centrala.

I samband med diskussion av problemen kommer ett antal termer att aktualiseras. Gå igenom dem. Låt eleverna använda och själva få definiera olika begrepp och återkom till dem i olika sammanhang. För definitioner hänvisar vi till *Matematiktermer för skolan* (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Här har vi sorterat förslag under några rubriker. Naturligtvis kan flera av problemen också passa under andra rubriker. Många problemtyper återkommer år från år, i olika skepnader och i olika varianter. Vi hänvisar här till några gamla problem som kan användas i samband med arbetet med årets, men det finns många fler att hämta på Kängurusidan på nätet, ncm.gu.se/kanguru, där alla tidigare omgångar är samlade.

Tidigare problem inom området geometri finns dessutom samlade i boken *Geometri och rumsuppfattning med känguruproblem*. Läs mer om den på ncm.gu.se/node/4742.

Problemlösningsstrategier

4: *Kurragömma*. Ett problem där barnens erfarenheter kommer till användning. Man måste veta att den som står inte också gömmer sig och också tänka på det när man löser problemet. Många elever ser talen 13 och 9 och gör snabbt en beräkning, utan att fundera på sammanhanget. Problemet passar bra som utgångspunkt för att diskutera nödvändigheten av att relatera situationen som beskrivs till beräkningen. I det här fallet att fundera på vilka de 13 barnen är, hur många som gömde sig från början och att 9 hittade tillsammans med de som gömmer sig och Hektor ska bli 13.

Problemet kan med fördel dramatiseras. Det passar också bra att illustrera det med hjälp av konkret material eller med en ritning. Jämför barnen/materialet/bilden med symbolerna i den tecknade uträkningen, t ex: $13 - 1 - 9 = 3$. Gör barnen uppmärksamma på Hektors roll. Han är en av de 13, men han gömmer sig inte och är inte heller en av de 9 hittade.

I just det här problemet är det nödvändigt att veta något om verkligheten. I andra problem fungerar verkligheten mer som kuliss och problemen går lika bra att lösa utan kunskaper om den. I vissa fall måste vi också bortse från kunskaper om omvärlden, eftersom sådana kunskaper gör att vi lägger till (eller tar bort) vissa förutsättningar som inte finns (eller finns) i problemet. Om verkligheten och problemlösning, se t ex: Torulf Palm: *Problem med verkligheten – att lösa tillämpade matematikuppgifter*. I Nämnaren 2003:4.

5. *Sudoku.* I ett Sudoku måste både rader och kolumner stämma. För elever i den här åldern är det en mycket bra övning och för många är det fortfarande en stor utmaning. Diskutera gemensamt vilka rutor som det är bäst att börja med. Varför? Uppmana också eleverna att kontrollera att lösningen stämmer – åt båda hållen. Låt dem konstruera egna rutor åt varandra.

En typ av problem som påminner om detta finns i år på Benjamin.

---

19. Några av rutorna i tabellerna nedan färgades röda. Antalet röda rutor i varje rad och kolumn markerades vid sidan och nedanför. Sen togs färgen bort.
Vilken av tabellerna kan vara riktig?

A

				4
				2
				1
				1
0	3	3	2	

B

				1
				2
				1
				3
2	2	3	1	

C

				3
				3
				0
				0
1	3	1	1	

D

				0
				3
				3
				1
0	3	1	3	

E

				2
				1
				2
				2
2	1	2	2	

Det är mer komplicerat och kräver mer av elevernas problemlösnings- och resonemangsförmåga, men annars räcker det att kunna räkna till fyra. Låt eleverna resonera och pröva sig fram (använd gärna konkret material) till en lösning. Uppmana dem att kontrollera sin lösning och att dokumentera sin lösning på lämpligt sätt.

Tidigare problem:
Ecolier 2011:16, Benjamin 2010:10, Cadet 2008:2; Ecolier 2007: 7; Ecolier 2004:

8. *Barnens lantgård* är en variation på ett klassiskt problem:

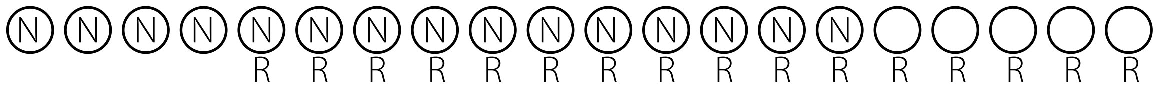
   Oskar och Anna besöker en lantgård med höns och lamm. Efteråt säger Anna att hon har sett 18 djur. Oskar vet inte hur många djur han har sett, men han är säker på att de hade 50 ben tillsammans. Hur många lamm och hur många höns hade de sett?

   Här är det mycket lämpligt att jämföra och diskutera olika strategier. Låt eleverna förklara hur de resonerar och redovisa resonemang och lösning på ett blädderblock eller liknande. Jämför de olika lösningsmetoderna och se på likheter och skillnader. Hur många olika lösningsmetoder har ni i klassen?

   Ett problem som har anknytning till detta är Student 2004:3. Även om det finns i en tävlingsklass för gymnasieelever är det möjligt att lösa för yngre barn, med andra metoder. Se också Adventskalendern 2011, lucka 22 (Nämnaren på nätet, ArkivN).

9. *Farmor bakar kakor.* Här är frågan: Vilket är det minsta antal kakor som fick både nötter och russin? Diskutera vad frågan innebär och låt barnen möta och använda ordet *åtminstone*. Vad betyder det att någon har åtminstone en bror?

   Det gäller alltså att hitta den lösning som ger så *få* kakor som möjligt med både russin och nötter Ofta handlar problem om att hitta *mesta möjliga* eller *minsta möjliga.* Vi ska då kunna visa både att det är möjligt och att det inte finns någon lösning med fler (eller färre). Det minsta antal kakor med både nötter och russin som farmor gör är 10 st:



   Motsatt problem är kanske enklare:
   Farmor vill ha så många kakor som möjligt med *både* nötter och russin.

14. *Unos dominobrickor* är ett bra exempel på flerstegsproblem.
    Först måste vi beräkna hur många prickar som har försvunnit, 11 st.
    Vi vet var det ska ligga en 1 och en 2.
    Återstår 8 prickar som ska ligga på två rutor, samma antal på båda, dvs 8/2=4 på vardera av de återstående.

    Låt gärna eleverna redovisa sin tankegång strukturerat, i de steg de tänker, så att kamraterna får följa resonemanget. Det är ett bra sätt att utveckla förmågan att föra och följa resonemang, och det kan hjälpa eleverna att hitta svagheter och felaktigheter i lösningen.

15. *Hos fotografen* är ett problem som kräver ett strategiskt angreppssätt. Det fungerar utmärkt att dramatisera och att lösa konkret med föremål. Låt eleverna inte bara placera ut sina föremål (eller sig själva) utan låt dem också motivera varför de placerar dem på just det sättet.

    Låt eleverna fundera över likheter och skillnader mellan de olika lösningarna och (förhoppningsvis) upptäcka att de är parvis spegelvända.

    Hur många sätt att placera barnen finns det om fotografen inte alls bryr sig om ordningen?

Undersök olika kombinationer, med olika antal. Exempel:

– Portkoden i vårt hus har tre olika siffror mellan 1 och 5. Hur många olika kombinationer är möjliga?

Variera problemet med hjälp av antalet siffror i koden och antalet att välja bland.

– Isa ska köpa glass. Hon vill ha två kulor. Det finns vanilj-, choklad-, jordgubb- och nötglass att välja bland. Hur många olika möjligheter har hon? Hur många fler möjligheter blir det om hon får ta två kulor av samma sort, jämfört med om hon måste välja två smaker.

En spännande sak att undersöka och fundera på är hur många olika bilregistreringsskyltar och telefonnummer vi kan ha. Detta är verkliga problem. Kanske kan barnen fråga någon äldre person om tidiga telefonnummer och registreringsskyltar. Hur gör vi när numren ”tar slut”?

Problem av det här slaget, som behandlar *kombinatorik*, finns i olika svårighetsgrad, från enkla problem som kan lösas konkret till komplicerade problem. Att eleverna vid upprepade tillfällen får arbeta med allt mer utmanande kombinationer hjälper dem att bygga upp förståelse för området.

De behöver också få använda olika lösningsmetoder och uttrycksformer och också jämföra dessa: konkret, med laborativt material, med bild, med grafisk representation som träddiagram och symboliskt. Om de har utvecklat god förståelse för olika typer av lösningar har de en god grund att stå på då det är dags att formalisera.

Se också kommentaren till problem 13.

Tidigare problem: Benjamin 2010:17; Ecolier 2009:16.

18. *Fotbollsserien*. Diskutera formuleringen ”… som mest ha förlorat”. Det gäller alltså att få så många förlorade matcher som möjligt. Varför kan de inte ha förlorat alla matcher? Här passar det bra att rita upp en tabell och undersöka olika möjligheter.

Vi kan också försöka resonera kring att lagets poäng helst ska komma från vunna matcher – varför? Hur många vunna matcher kan det som mest ha spelat?
80/3 = 26 rest 2. Laget kan ha fått sina poäng på 26 vinster och 2 oavgjorda matcher.

Talet 80 gick alltså inte att dela jämnt med 3, vi fick en *rest*.
Undersök olika tals delbarhet. Vilka tal kan vi dela med 2? Med 5? Med 10?
Låt barnen systematiskt gå igenom talen och skriva dem som produkter på alla möjliga sätt. Låt dem fundera över vad 2, 3, 5, 7, 11, 13 etc har gemensamt. Begreppet primtal.

Ett tidigare problem med anknytning till detta:
Vilket tal står på plats 2007 i det oändligt långa ordet KÄNGURUKÄNGURUKÄNG

Hitta på egna liknande uppgifter av olika svårighet. Låt barnen göra egna utifrån sina namn eller namn på husdjur, idoler, etc

Se också Benjamin 2004: 19.

Mönster

2. *Tvätten på strecket.* Hur många klädnypor behövs till 5 handdukar? Till 10? 57? 100? När barnen ser mönstret, det går åt en klädnypa fler än antalet handdukar, kan de skriva regeln med ord. Utifrån det skrivna kan ni sedan förenkla vidare, beroende på hur vana eleverna är, så att ni närmar er ett formellt sätt att skriva:
Antalet klädnypor = antalet handdukar + 1.

   Gör fler liknande exempel, t ex sätt en klädnypa mitt på handduken också. Undersök vad som blir resultatet med andra regler: häng varje plagg med 2 klädnypor, använd en klädnypa till varje par sockor etc.

   Låt eleverna först upptäcka vilken regel som gäller, därefter formulera den muntligt, sen skriftligt och därefter stegvis mer och mer symboliskt. Låt alla former, från vardagsspråk till symbolisk finnas på tavlan samtidigt så att eleverna kan jämföra de olika uttrycksformerna.

   Att hänga tvätt på klädstreck är kanske inte alla barns vardag, men bilden passar bra för att illustrera en klassisk problemformulering. Den kan också handla om antal mellanrum mellan ett bestämt antal stolpar, hur många knappar som behövs om de ska sitta med 7 cm mellanrum utefter en 50 cm kavajkant etc.

   Tidigare problem: Ecolier 2007:4 och Benjamin 2004:8

Tal

10. *Ballongerna.* Gå igenom texten i problemet noga och resonera om innebörden. Vilken information är nödvändig? Vilken information kan vi helt bortse från? Hur ska vi översätta texten till symboler?

    Begreppen *mer än* och *mindre än* är inte helt oproblematiska.
    Börja med enklare exempel.
    Ett päron kostar 5 kr. Ett äpple kostar 2 kr *mer än* ett päron. Vad kostar ett äpple?
    5kr + 2 kr = 7 kr. Hur kan vi skriva detta uttryck om vi inte vet vad päronet kostar?
    Anta att päronet kostar x kr. Då kostar äpplet x kr +2 kr.
    Resonera om att det som äpplet kostar mer måste adderas till päronets pris, det är detta som kan vara svårt. Lyft fram likhetstecknets betydelse, det är avgörande i detta sammanhang.
    Gör flera exempel och använd också *mindre än*:
    En banan kostar 2 kr mindre än ett äpple. Varifrån ska 2 dras? Från äpplets pris eller bananens? Låt eleverna konstruera egna påståenden med mer än och mindre än och uttrycka dem skriftligt med ord och symboler. Diskutera gemensamt.

12. *Nadjas klass.* En annan språklig konstruktion som inte är helt lätt och som vi behöver arbeta med är *dubbelt så många som*. I problem 12 är det dubbelt så många flickor som pojkar. Vad innebär det? Om vi vet antalet pojkar är det relativt enkelt att beräkna dubbelt. Men om den delen är okänd vet vi bara att relationen är 2:1. Det innebär att hela gruppen måste delas i tre. Två delar flickor och en del pojkar. Låt eleverna undersöka detta konkret och med en bild. Undersök vilka antal som är möjliga att fördela på detta sätt. Vad har de gemensamt? Här återkommer begreppet delbarhet igen.

    Några tidigare problem: Ecolier 2009:13, Cadet 2001:4.

13. *Största summan.* I problem 13 ska vi bilda två tresiffriga tal med största möjliga summa med hjälp av siffrorna 1–6. Hur ska vi resonera för att finna den största? Vilken är den minsta? Kan vi få störst och minst summa på olika sätt? Varför?

Låt eleverna finna alla tänkbara tresiffriga tal och sortera dem i storleksordning. Börja eventuellt med alla tresiffriga tal vi kan göra med siffrorna 1, 2 och 3. Här krävs det systematik – hur vet vi att vi har funnit alla tal? Hur många tal finns det? Även detta handlar om kombinatorik (se kommentaren till problem 15).

Ett spel som passar i detta sammanhang är *Tänk till tusen:*
Låt eleverna rita upp en spelplan som är 3 x 3 rutor:
I de tre raderna ska det bildas tresiffrigt tal. De tre talen ska till slut adderas, och målet är att komma så nära 1000 som möjligt.

Spelledaren slår en tärning, eller slumpar fram en siffra på något annat sätt. Deltagarna ska skriva den siffran i valfri ruta.
Efter nio slag/drag ska alla rutor vara ifyllda och talen kan summeras.
Den som kommer närmast 1000 vinner.

Spelet stimulerar elevernas överslagsräkning, det gäller att snabbt avgöra var siffran passar bäst, och deras strategiska tänkande. Spelet går förstås att variera och andra tal än 100 kan väljas. Det går också att göra detta med nio tomplatser på rad, men det kan bli svårare att snabbt få en överblick då.

___ ___ ___ + ___ ___ ___ + ___ ___ ___

Se också: Ecolier 2006:14; Benjamin 2001:21.

16. *Loppan i trappan.* Här är trappan en bild av tallinjen och loppans hopp är treskutt uppåt, addition med 3, och fyrskutt nedåt, addition med -4 (eller subtraktion med 4) . Undersök vilka steg loppan hamnar på om hon bara hoppar uppåt, 3, 6, 9 ....
Diskutera vad det är för tal. Loppan kan alltså hamna på 21 (för lite) och på 24 (för långt) om hon bara hoppar uppför och måste därför också hoppa nedåt också. Varför räcker det inte med ett nedåthopp? Spelar det någon roll var i serien loppan tar sin nedåthopp?

Här finns det anledning att undersöka räknelagarna för addition och subtraktion.

$a+b=b+a$ men $a-b=b-a$, endast om $a=b$.
$a+(b+c)=(a+b)+c$

Vad händer om vi låter loppan få en källare också?
Låt eleverna undersöka problemet när loppan har möjlighet att hoppa till trappsteg -1. Många barn har nog åkt i hissar där våning -1 och -2 är utsatta. Diskutera vad det innebär. Om ni inte redan har visat att tallinjen fortsätter både mot allt större tal och mot allt mindre passar det bra i detta sammanhang. Jämför loppans hopp i trappan med tallinjen.

Låt eleverna få konstruera liknande problem till varandra. Uppmuntra dem att också ”hoppa ner i källaren” dvs använda negativa tal.

17. *Talet*. Problem 17 löser vi genom att arbeta baklänges. Det är nödvändigt att känna till räknesättens inbördes relation och att addition och subtraktion, liksom multiplikation och division är inversa räknesätt. Detta är en kunskap, som vi också kan använda för att kontrollera uträkningar. Det hjälper oss också att förstå samband, t ex varför det är omöjligt att dividera ett tal med 0.
$\frac{x}{0} = a$ innebär att $a \cdot 0 = x$, och här har vi en motsägelse.

Problemet kan också användas som förberedelse för algebra och ekvationslösning. Vi kan uttrycka texten med hjälp av symboler och kalla talet för *talet* (eller t, eller x) Börja gärna med ett enklare uttryck. Om vi ska uttrycka problemet med symboler måste vi ta hänsyn till prioriteringsregler och använda oss av parenteser. Här blir det alltså tydligt att dessa spelar roll.

Se också: Benjamin 2010:15. 2008:7; 2007:21 och Ecolier 2007:8

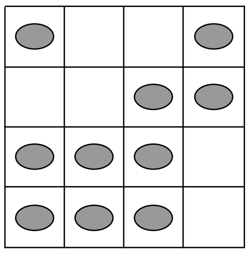
Geometri

1. *Rutmönstret*. Geometri handlar också om lägesbestämningar. *Koordinater* är då mycket användbart och används ju i kartor. Ett tidigt möte får vi i problem 1. Rutorna är här numrerade på ett annat sätt än i ett vanligt koordinatsystem, så principen för hur man navigerar blir tydlig. Låt eleverna konstruera egna liknande problem.

Studera alternativen och diskutera omkrets och area på de skuggade figurerna. Hur många rutor måste vi färga för att bilden ska bli symmetrisk. Var ligger symmetriaxeln? Finns det olika lösningar?

Rutsystem kan också användas för en annan typ av problem, som i Milou 10 och Benjamin 19 i år. Pröva gärna dem.

M 10. Det får bara finnas två mynt i varje rad och i varje kolumn. Hur många måste Julie ta bort?



Se också: Ecolier 2011:3; Ecolier 2009:6; Cadet 2007: 3; Ecolier 2005:6; Cadet 2004: 2 och3

7. *Area och symmetri*. Resonera om hur vi kan avgöra om de ljusa och mörka areorna är lika. Nöj er inte med argument av typen ”det ser man”, utan låt eleverna använda sina kunskaper om formerna för att argumentera. Använd termer som gör argumentationen lätt att följa och entydig: diagonal, sida, hörn, kvadrat, cirkel, rektangel, parallelltrapets, triangel. Diskutera dessa begrepp.

Hur stor area har de olika områdena? Varför kan vi inte bestämma arean av cirklarna (och omliggande område)? Uttryck areorna som bråk.

Finns det någon möjlighet att de mörka och ljusa områdena i alternativ D skulle kunna vara lika stora? Hur stora skulle cirklarna i så fall vara?
Se på symmetrierna i bilderna. Var finns symmetrilinjen? Har något alternativ mer än en symmetrilinje? Vilka alternativ är symmetriska om vi tar hänsyn till färgerna? Om vi inte tar hänsyn till färgerna?

Låt eleverna konstruera liknande figurer, uttrycka areornas storlek och markera symmetrier. Detta problem kan med fördel följas upp i bild.

6 och 11. *Pusselbitarna* och *Klossbygget*, är av en typ som har förekommit många gånger i Kängurutävlingen. Förslag till hur man kan arbeta med sådana och ytterligare en mängd exempel i olika svårighetsgrad finns i boken *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem.*

Att läsa

Gennow, S. & Wallby, K. (2010). *Geometri och rumsuppfattning med Känguruproblem.* NCM, Göteborgs universitet.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan.* NCM, Göteborgs universitet.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal.* NCM, Göteborgs universitet.

Rystedt, E. &Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.

Nämnaren. I varje nummer finns Problemavdelningen och Kängurusidan. Läs också tidigare artiklar kring problemlösning. Nämnarenartiklar publicerade 1990–2008 finns fritt tillgängliga som pdf-dokument på Nämnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se. Du finner dem via *artikeldatabasen.* Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade. Där finns också alla Adventskalendrar. Nämnaren på nätet presenterar varje månad nya problem under rubriken *Månadens problem.*

Strävorna finns på ncm.gu.se/stravorna. Där finns aktiviteter, problem och artiklar samlade och ordnade efter kursplanens beskrivningar av matematikeämnets syfte och mål.