Kängurun – Matematikens hopp

Benjamin 2010

Här följer svar, rättningsmall och redovisningsblanketter. Förutom svar ger vi också lösningsförslag. De flesta problem kan lösas på flera sätt och med olika representationsformer. I klassen kan ni försöka lösa problemen på olika sätt. Låt eleverna beskriva sina lösningar och jämför olika metoder. Se på både likheter och skillnader. Pröva om lösningsmetoden är generell, t ex genom att ändra de ingående talen. Låt eleverna få upptäcka, eller visa dem, hur samma lösning kan presenteras på olika sätt, t ex med ord och med symboler. Det är viktigt att eleverna får uttrycka sina lösningar på mer än ett sätt. Att kunna gå mellan olika representationsformer är viktigt för att utveckla förståelse. Läs mer om att arbeta med problemlösning i boken *Rika matematiska problem* (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005).

Rätta elevernas lösningar och redovisa resultaten på webbadressen: ncm.gu.se/kanguru
Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se
eller på telefon 031 – 786 69 85. Vi ber er redovisa resultaten senast 27 april.

Resultaten är värdefulla för oss i vårt fortsatta arbete med att utveckla Känguruproblemen. Vi har valt att inte ta några deltagaravgifter, vilket man gör i flera andra länder. Att låta er sköta rättning och redovisning av resultat är ett sätt att hålla kostnaderna nere. Vi är medvetna om att redovisningen tar tid, men vi ber er ändå att åtminstone fylla i redovisningsblankett A. I år underlättar vi arbetet genom att inte dela upp redovisningen på flickor och pojkar. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på nätet.

Så snart du redovisat klassens resultat får du förslag på hur man kan arbeta vidare med problemen. Bland dem som gör en fullständig redovisning, både blankett A och B, lottar vi ut bokpaket.

Litteratur

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Svar och lösningar

1 B: 3 — Ta bort två trianglar på vardera sidan om likhetstecknet. Det ger två trianglar = 6, alltså en triangel = 3.

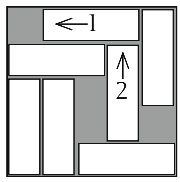
2 C: 

3 C: 12 — Skriv talen i ordning och räkna uppifrån. Diskutera med eleverna varför vi inte behöver räkna nedifrån om vi har talraden.

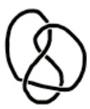
4 D: 30 — Från var och en av de fem punkterna i övre raden utgår 6 streck. Dessa är desamma som utgår från punkterna i nedre raden.

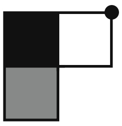
5 C: 4 katter — 2 flugor och 3 spindlar har tillsammans 12 + 24 = 36 ben. 10 fåglar har 20 ben, återstår 16 ben som motsvarar 4 katter.

6 B:2 — Skjut den översta åt vänster och skjut upp den lodräta klossen i det utrymme som bildas.



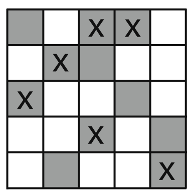
7 B: 2, 4, 6 och 8

8 D 

9 A 

10 E: 24 — 10 + 4 = 13 + 1, 10 + 7 = 13 + 4, 4 + 7 = 10 + 1. Störst summa får vi om vi sätter 13 i mittrutan, då den räknas två gånger.

11 C: 6 — Vi har 11 grå rutor och vi ska ha 5 grå, alltså måste vi ta bort 6. Figuren visar en möjlig lösning.



12 B: 11 · 11 — Det är de 11 första udda talen som ska adderas.

13 C: 8 — Vi färglägger med rött och gult:
Vi färgar hela röd eller hela gul, 2 sätt.
4 röda + 1 gul eller 4 gula + 1 röd, 2 sätt.
3 röda + 2 gula, bladen intill varandra + motsvarande 3 gula + 2 röda, 2 sätt. Sen har vi dessutom det sätt som illustreras i bilden, 2 sätt.
Totalt 8 sätt.

14 C: 14 — Vi vet att summan av prickarna på sidorna på den mittersta tärningen är 7. De två yttersta tärningarna ligger identiskt så vi kan sluta oss till att de ihoplimmade sidorna har 4 respektive 3 prickar.

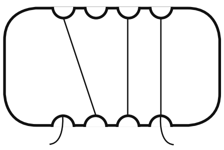
15 E: 728 — Lös problemet genom att arbeta baklänges:

$\frac{777}{7} = 111;\ 111 - 7 = 104;\ 104 \cdot 7 = 728$

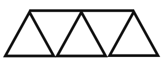
16 B: $\frac{1}{4}$ — Kvadratens area är 64 cm^2. De två vita trianglarna har tillsammans arean $6 \cdot 8 = 48$ cm^2. Den skuggade fyrhörningens area är alltså 16 cm^2, vilket är $\frac{1}{4}$ av hela kvadraten.

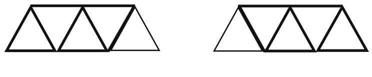
Vi kan också dela kvadraten längs diagonalen som då delar den skuggade fyrhörningen i två trianglar. Dessa har samma höjd som de vita trianglarna, dvs kvadratens sida. Därav följer att de var och en har en fjärdedel så stor area som halva kvadraten.

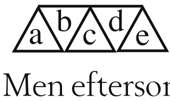
17 C: 30 — Vi har fyra tillbehör som kan kombineras. Vi betraktar skinka + räkor som samma pizza som räkor + skinka. Vi får så $4 + (\frac{4 \cdot 3}{2}) = 10$ olika pizzor. Dessa finns i 3 storlekar, alltså totalt 30 pizzor.

18 B 

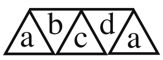
19 E: 118 — Jämna platser finns till höger om mittgången. Numrerade från 2 till 20 i första raden, 22 till 40 i nästa etc. Anja sitter längst ut till höger i raden 82 –100. Raden bakom har nummer 102 – 120. Bea hamnar snett bakom Anja om hon har nummer 118.

20 B: endast 2. — De givna talen får vara utgångspunkt för resonemanget. Vi kan också konstruerar ett verktyg som kan hjälpa oss. Det ser ut så här: 

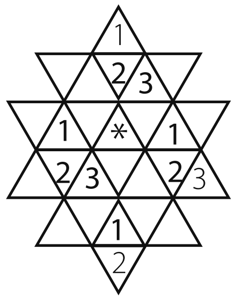
en parallelltrapets med baser 3 och 2 bildad av 5 trianglar. Parallellogrammen, den som i problemet kallas ”biten till vänster”, kan placeras på två sätt i parallelltrapetsen: 

Vi markerar talen a, b, c, och e i vårt verktyg: 

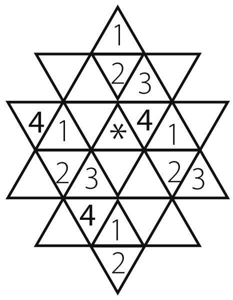
a, b, c och d är olika samt b, c, d och e är olika. Men eftersom vi bara har 4 tillåtna siffror måste a = e. Därför kan vi kan rita så här istället:



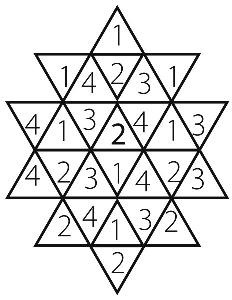
Om vi nu placerar trapetsen i stjärnan så att dess spets täcker ettan så ser vi var det måste finnas en etta till. Fortsätter vi så och om vi gör på samma sätt också från de givna 2 och 3 får vi mycket ifyllt:



Sedan kan vi använda uteslutningsmetoden, och placera 4 där inget annat passar.



Genom att blanda de två metoder (mest uteslutningsmetoden i fortsättningen) får vi följande slutresultat:



En tvåa hamnade på stjärnas plats och alla trianglar blev ifyllda.
Vi behöver inte gissa och vi ser att det bara finns ett sätt att fylla i stjärnan.

21 A: grön

Vi vet att det är fyra bläckfiskar. Om alla fyra ljuger skulle påståendet 28 armar vara sant. Det innebär en motsägelse.
Högst en talar sanning, vi måste alltså ha tre sjuarmade bläckfiskar, 21 armar. Den fjärde kan därför ha sex eller åtta armar, men summan 29 finns det ingen som anger så totalt har de 27 armar, vilket den gröna bläckfisken påstår. Han har alltså sex armar.

Rättningsmall

Uppgift	A	B	C	D	E	Poäng
1		B				3
2			C			3
3			C			3
4				D		3
5			C			3
6		B				3
7		B				3
8				D		4
9	A					4
10					E	4
11			C			4
12		B				4
13			C			4
14			C			4
15					E	5
16		B				5
17			C			5
18		B				5
19					E	5
20		B				5
21	A					5
SUMMA MÖJLIGA POÄNG						84

Redovisningsblankett A

Redovisning av resultat sker på webbadress ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031-786 69 85. Redovisa senast 27 april.

Namn och poäng för de 2 bästa eleverna i varje årskurs:

Åk	Namn	Poäng
5		
6		
7		

Om du har fler elever med mycket bra resultat kan du redovisa deras namn i ett e-brev till kanguru@ncm.gu.se.

Antal elever med	åk 5	åk 6	åk 7
70 – 84 poäng			
50 – 69 poäng			
34 – 49 poäng			
22 – 33 poäng			
10 – 21 poäng			
0 – 9 poäng			
Totalt antal deltagare			

Redovisningsblankett B

För fortsatt bearbetning av resultaten är vi intresserade av lösningsfrekvensen per uppgift.

Uppgift nr	Antal elever med rätt svar på uppgiften		
	åk 5	åk 6	åk 7
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			