



Arbeta vidare med Student

Flertalet av problemen anknyter till begrepp som tas upp i de nationella kurserna. Det är därför viktigt att låta problemen leva vidare och inte se tävlingstillfället något som avbryter den ordinarie undervisningen. Att arbeta vidare med problemen kan innebära att man noggrant går igenom Lösningsstrategier och repeterar eller tar upp teori kring använda begrepp.

Aritmetik

Här behandlas problem S1, S2, S3, S4, S19, S20, S23, S24.

Udda och jämna tal, primtal

Många problem behandlar grundläggande räknefärdigheter. I S4 talas om udda tal. Det kan vara lämpligt att repetera egenskaper hos *udda* och *jämna* tal. Utnyttja algebra genom att skriva uttryck för ett jämnt tal, $2k$, och ett udda tal $2k + 1$, där k betecknar ett heltal. Får man ett jämnt eller udda tal om man adderar två udda tal, två jämna tal, ett udda och ett jämnt tal? Bevisa algebraiskt. Motsvarande om man istället multiplicerar två udda tal, två jämna tal, ett udda och ett jämnt tal.

I samband med udda och jämna tal, ta även upp primtal. Anknyt till uppgift S3. Repetera faktorisering. Ta gärna fram uppgift S7 från 2008 som också handlar om primtal.

Potenser

I S2 jämförs differenser mellan kvadratrötter och i S20 har man kvadrater på de 2009 första positiva heltalen.

Vad kännetecknar ett tal i kvadrat? Vilken slutsiffra kan ett tal i kvadrat ha? Vilken slutsiffra har $1^2 + 2^2 + \dots + 2009^2$? Undersök slutsiffran på potenser av heltal, t.ex. potens 3, potens 4.

Upprepa frågeställningen för dessa potenser.

Vad menas med kvadratroten ur ett tal? Repetera räkneregler med kvadratrötter. Ta upp konjugatregeln. Repetera potenslagarna.

Bråkform

I S1 förekommer procent. Ändra antalet fiskar i akvariet men behåll procentandelen. Ändra procentandelen men behåll antalet fiskar. I S19 kan det vara bra att använda tal i bråkform. Hur definieras ett tal i bråkform? Vilken betydelse har täljaren respektive nämnaren? Repetera räkneoperationer med tal i bråkform.

Talföljd

Vad menas med en talföljd? Elementen i uppgift S24 kan bara bestämmas om man känner de två föregående elementen. Vad kallas en sådan formel? Vad kallas en formel där man direkt kan bestämma elementet a_n ? Jämför med uppgift J9 (Junior uppgift 9). Ta upp aritmetisk respektive geometrisk talföljd och deras summor.

Delbarhet, rester och modulus

Repetera begreppen delbarhet och multipel. En utgångspunkt kan vara att diskutera uppgift J1. Fyra av svarsalternativen är inte en multipel av 3. Vilken rest får man då vid division med 3? Ta upp positiv respektive negativ rest. Låt a och b vara två heltal. Om b är en delare i a , gäller att $a = k \cdot b$, där k är heltal. Om b inte är en delare i a , gäller att $a = k \cdot b + r$, där k och r är heltal och r betecknar resten. Vilka värden kan r anta? Vilka räkneregler gäller för rester? Inför modulusbegreppet och visa hur det underlättar beräkningar i uppgifterna S23 och S24.



Geometri

Här behandlas problem S8, S9, S11, S12, S15, S22.

I geometriska problem är det viktigt att arbeta med lösningen och motivera tankegången. Rita gärna tydliga figurer. Arbeta gärna genom lösningarna till de geometriska problemen som finns med på årets Student.

Geometri och algebra

Algebra är ett bra redskap för att lösa geometriska problem. I en tydlig figur införs de beteckningar som behövs. Genom att återropa t ex kända satser kan lösningen växa fram.

Lösningarna i S8 och S11 bygger på likformighet och kongruens. Jämför i S8 vinklarna i de olika områdena. Vilka är lika stora och varför? Vilken area har de övriga områdena?

Under vilken vinkel träffar bollen sidorna i uppgift S11?

Diskutera lösningen till S9. Vad kan man säga om förhållandet mellan arean av den stora och den lilla cirkeln. Anta att man innanför kvadraten skuggar kvartscirkeln och den lilla cirkeln. Hur stor del är då skuggad? Se även J18.

Arbeta med lösningen av S22. Vad menas med en *bisektris*? Be eleverna motivera likformigheten. Hur lång är sidan KL? Vilken area har rektangeln? Vilken area har triangeln JKN? Hur stora är vinklarna i triangeln KLM?

Operationer med former

För att få en förståelse av kuberna i S12 kan det vara lämpligt att arbeta konkret. Hur många svarta kuber måste placeras ut om kuben istället har måtten $4 \times 4 \times 4$? Vad gäller för en kub med måtten $n \times n \times n$?

Geometriska konstruktioner

I S15 förekommer en liksidig triangel och en cirkel. Var ligger tyngdpunkten i en triangel? Bestäm tyngdpunkten för olika typer av trianglar. Repetera begreppen bisektris, höjd, median och mittpunktsnormal för en triangel. Vad gäller för dessa fyra linjer i en liksidig triangel? Vad menas med omskriven cirkel till en triangel? Hur konstruerar man den? Vad menas med en inskriven cirkel till en triangel? Hur konstruerar man den? Vilken radie har den inskrivna cirkeln till en liksidig triangel? Vilken radie har den omskrivna cirkeln till en liksidig triangel? Hur stor del av den liksidiga triangeln är täckt av cirkeln i S15?

Algebra

Här behandlas S5, S16, S18 och S21.

Många av problemen kan man lösa med hjälp av svarsalternativen utan att använda algebra, t ex genom att pröva sig fram. Låt därför eleverna arbeta med problemen utan svarsalternativ och visa hur algebra leder fram till entydiga lösningar.

Ekvationer

Arbeta i S5, S18 och S21 med ekvationer.

Diskutera formen på kroppen och koppla till geometri i S5.

Diskutera med eleverna om det finns en entydig lösning i S18.

Resonera om S21. Ha samma förutsättningar men ändra antalet elever. Hur är antalet "minsta problem" kopplat till antal elever?



Funktioner

S16 behandlar funktioner och grafer. Diskutera förskjutning av grafer, nollställena och grafer som är konkava uppåt respektive konkava neråt, funktioner som är avtagande respektive växande. Hur ligger graferna gentemot varandra för de övriga svarsalternativen? Rita graferna om de andra svarsalternativen skulle vara korrekta.

Logik

Här behandlas problem S13 och S17.

I S13 ska man resonera om sanningssägare och lögnare. Hur skall man ändra i frågeställningen för att få de andra svarsalternativen?

Resonera kring problemet i S17. Vilket är det största möjliga antal tävlande som kan ha löst alla fyra problemen? Hur många har inte löst några problem? Hur många kan ha löst ett problem?

Kombinatorik

Här behandlas problem S6, S7 och S14.

I S6 plockar Liz strumpor ur en låda. Hur många måste hon ta upp för att vara säker på att få ett par av samma färg? Hur stor är sannolikheten att få ett par av samma färg om hon tar upp två strumpor på måfå? Diskutera med återläggning och utan återläggning.

I S7 ska ett rutnät fyllas med bokstäver. Ett sätt att hitta möjliga bokstäver för den skuggade rutan är att fylla i rutnätet. Ett annat sätt är att resonera om det antal möjligheter som finns för rutorna. Vilka rutor kan bara fyllas med en bestämd bokstav? I vilka rutor har vi fler än en möjlighet? På hur många olika sätt kan man fylla rutnätet? Jämför även CGy 7.

Diskutera med eleverna hur man löser S14. Vilka siffror kan stå bredvid varandra? Vad menas med *multiplikationsprincipen*? Måste det 10-siffriga talet bestå av alla tre siffrorna?