Svar och arbeta vidare med Ecolier 2008

Det finns många intressanta idéer i årets Känguru och problemen kan säkert ge idéer för undervisning under många lektioner. Här ger vi några förslag att arbeta vidare med.

Problemen kan lösas t ex genom att man laborerar och/eller ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt, komma fram till lösningar, sedan jämföra och se vilken de finner enklast eller mest spännande. De kan formulera andra aktiviteter eller exempel med anknytning till frågor som kommer upp vid samtal eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över problem. Att jämföra uppgifter och tänka på erfarenheter i eller utanför skolan breddar och fördjupar elevers tänkande. Att se likheter och olikheter mellan problem, att se det som är generellt är en väsentlig del av matematiken. Vi visar på några uppgifter från tidigare omgångar som har anknytning till årets problem, men det finns fler och även möjligheter att gå vidare till andra Känguruklassers problemsamlingar med svar och lösningar samt förslag att arbeta vidare. Utmana dina elever genom att pröva Känguruuppgifter för äldre elever i t ex grupparbete.

Alla problem som varit med sedan starten i Sverige, finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru.
Det finns mycket annat att göra än det vi föreslår här. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på Kängurusidan i Nämnaren eller på nätet.

1 b 95 I fem kolumner är det 10 och i fem kolumner är det 9 stjärnor.

Det finns olika sätt att se på stjärnmönstret. T ex kan vi tänka oss att det saknas en stjärna i var och en av 5 kolumner för att det ska vara $10 \times 10 = 100$ stjärnor. Om vi istället räknar rader så är det 19 rader med 5 i varje, eller det saknas en rad med 5 för att det ska vara $20 \times 5 = 100$ stjärnor. Hur skulle mönstret se ut för att a) skulle vara det korrekta svaret?

2 b 208 övriga ger: a: 10 c: 192 d: 0 e: 25

Här kan det vara lämpligt att diskutera vad som händer generellt när vi adderar 0 till ett tal a, att vi får summan a, för vilket a som helst: $a + 0 = 0 + a = a$.

Vid multiplikation av vilket tal som helst med 0 så blir produkten 0. Ta ganska många exempel, gärna krångliga: Hur är det om vi tar 23 678 + 0 vad får vi då? Och $23\,678 \cdot 0$ vad är det?

Vid multiplikation är $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, multiplikation av ett tal a med 1 ger talet tillbaka. 0 sägs vara neutralt element vid addition och 1 är neutralt element vid multiplikation.

Liknande problem är Ecolier 2005, 2; 2006, 14 och Benjamin 2003, 8 samt 2004, 7.

3 e röda rosor Inte gula blommor som i a, c och d, inte nejlikorna i b, de måste mormor ha fått.

Ett sätt att lösa uppgiften är att skriva eller rita alternativen på lappar och sedan följa texten.

Liknande problem är Ecolier 2005, 18; 2006, 17 och Benjamin 2007, 13.

4 a 57 Av takets 70 plattor har 13 blåst av.

Det enklaste sättet att lösa uppgiften är att räkna alla $7 \cdot 10$ och sedan dra ifrån de 13 som bildar det svarta hålet. Också dessa kan räknas på olika sätt, fråga hur eleverna gör. Det går naturligtvis att räkna upp de kvarvarande plattorna på olika sätt, men det finns en större risk att göra fel då.

Låt eleverna rita andra tak med olika antal tak- eller tegelpannor med hål för de bortblåsta.
De kan lösa varandras problem och beskriva hur de bestämt antalet plattor som finns kvar.

Liknande problem är Ecolier 2003, 9; 2005, 5 och Benjamin 2004, 4.

5 c 13 Antalet plattor ökar med tre för varje figur.

Här gäller det att tänka sig förändringen. För varje ny figur delas den övre högra kvadraten i fyra kvadrater, så att där det fanns 1 kvadrat finns det nu 4, dvs antalet kvadrater ökar med 3. Finns det någon figur i följden som har 25 kvadrater? Problemidén kan varieras, starta t ex med en likbent rätvinklig triangel, dela den i två lika stora rätvinkliga trianglar och sedan hela tiden den högra triangeln i två lika stora rätvinkliga, hur många trianglar innehåller den femte figuren?

Liknande problem är Ecolier 2005, 3; 2006, 12; 2007, 18 och Benjamin 2004, 10.

6 d 8 En linje delar papperet i två delar, nästa linje delar varje del den går genom i två osv.

Här är det bra med en kombination av att rita och resonera. Rita en figur, dra en linje i taget och studera vad som händer. En linje delar papperet i två delar, nästa linje delar varje del den går genom i två osv. Hur många linjer ska man dra för att få svaret i a), c) respektive e)?

Liknande problem är Ecolier 2003, 2 och Benjamin 2005, 11.

7 d trianglar och kors Kors, triangel, kvadrat upprepas. En kvadrat saknas i slutet.

En del säger att matematik är läran om mönster. Att utveckla uppmärksamhet för likheter och skillnader samt regelbundenheter är viktigt. Problemet kan förenklas till att bara innehålla två figurer och göras svårare med ytterligare en figur. Låt också antalet av en figur växa med ett varje gång figuren återkommer. Hur skulle slutet av det angivna mönstret se ut för att svar a) respektive c) ska vara det korrekta.

Liknande problem är Ecolier 2003, 3; 2006, 1 & 12; 2007, 18 och Benjamin 2006, 12.

8 a 21.30 Från 24.00 till 04.00 är det fyra timmar. Från 21.30 till 24.00 är det två och en halv.

Vid tidsberäkningar har vi oftast klockan framför oss endera i tanken eller på riktigt. En bra strategi när det gäller tidsintervall som innehåller 24.00 eller 00.00 är att bestämma tiden före och tiden efter detta klockslag och sedan addera. Lös olika problem t ex: En flygresa är 4 timmar. När slutar/börjar den om den börjar/slutar a) 18.30 b) 21.30?
Här kan det också vara anledning att diskutera klockaritmetik. Rita upp en klocka och inför ett nytt plustecken $\oplus$. När svaret ligger mellan 1 och 12 blir det som vanligt, men när resultatet ligger över tolv så får vi dra bort tolv (en eller flera ggr), jfr med klockan.
Exempel: $7 \oplus 4 = 11$, $10 \oplus 5 = 3$, $9 \oplus 8 = 5$, $11 \oplus 25 = 12$

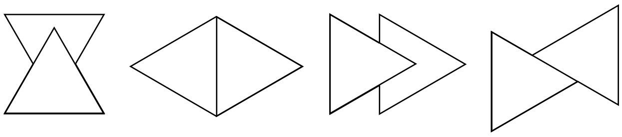
Liknande problem är Ecolier 2003, 7 & 15; 2007, 12.

9 b 6 Tre möjligheter att pilarna ger samma poäng, tre andra att de ger olika.
Poängsummor: 4, 5, 6, 8, 9 och 12

Nästan alla elever har väl någon gång kastat pil, så att de med figurens hjälp kan tänka sig vilka kombinationer som kan uppstå och skriva ned dessa. Efterhand kan man diskutera hur man systematiserar resultaten, t ex om båda pilarna har samma poäng, därnäst om båda pilarna ger olika poäng. Man kan också fundera över vilka möjligheterna är om den första pilen ger 2 poäng: 2+2, 2+3, 2+6. Om den första ger 3 poäng: (3+2 redan med), 3+3, 3+6. När den första ger 6 poäng: (6+2 och 6+3 redan med) 6+6, dvs sex möjligheter allt som allt.
Hur många möjligheter blir det om vi ska räkna båda resultaten, när pilarna ger olika poäng t ex både 2+3 och 3+2?

Liknande problem är Ecolier 2005, 14; 2006, 18 och Benjamin 2003, 17.

10 e



Rumsuppfattning och föreställningar av objekt i planet och rummet utvecklas mycket olika beroende på vilka erfarenheter barn gör. Här kan det vara lämpligt att klippa ut två trianglar och pröva sig fram till (och även rita av) vilka figurer som kan läggas om trianglarna överlappar varandra eller inte. Undersökningen kan även göras med andra trianglar. Pröva t ex med en halv kvadrat!

Liknande problem är Ecolier 2004, 6; 2006, 11; 2007, 5 och Benjamin 2004, 11.

11 b 17 Claudia har 27 CD-skivor när hon fått 10 av Theresa.

Detta är en klassisk problemtyp och en god början till ekvationstänkande:
$37 - 10 = x + 10$, där x är det sökta antalet.
För att sätta sig in i hur man kan tänka, så kan vi variera ingående tal uppåt eller nedåt med tanke på komplexitet i huvudräkningen (även arbeta rent konkret med skivor):
Theresa har 9 (57) CD-skivor. Hennes kamrat Claudia säger ”Om du ger mig 2 (25) av dina skivor så har vi lika många var”. Hur många CD-skivor har Claudia?

Liknande problem är Ecolier 2003, 16; 2004, 4 & 8 och Benjamin 2004, 9.

12 b Peter, John, Niklas Peter ger $3 + 2 = 5$, John ger $5 \cdot 3 = 15$, Niklas ger $15 - 1 = 14$

Här handlar det om olika operationers funktion och att den ordning vi väljer spelar avgörande roll. Gå igenom och skriv upp alla alternativen och se hur olika resultaten blir.
a) $3 \cdot 3 + 2 - 1$ b) $(3 + 2) \cdot 3 - 1$ osv

Här kan också prioriteringsregler (multiplikation går före addition och subtraktion) samt behov av parenteser diskuteras.

Hur ska problemet ändras om vi vill att alternativ e) ska vara det korrekta?

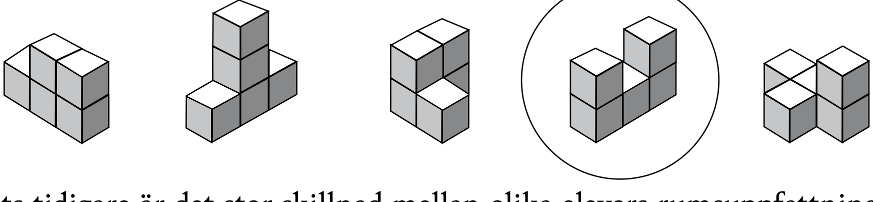
Liknande problem är Ecolier 2004, 16; 2007, 8 och Benjamin 2003, 8.

13 e Tomas Aron, Kristofer och Ivan är kortare än Gabi som är kortare än Tomas.

Här gäller det att hitta en gemensam referens. Att rita en linje och lägga in pojkarnas längder i storleksordning är en bra strategi. Hur skulle texten ändras för att Gabi skulle vara längst?

Liknande problem är Ecolier 2006, 15; 2007, 14 och Benjamin 2006, 16.

14 d



Som nämnts tidigare är det stor skillnad mellan olika elevers rumsuppfattning. De behöver göra olika erfarenheter med konkret materiel och avbildning av rymdfigurer. Här är en bra möjlighet. Bygg referensfiguren med t ex centikuber eller legoklossar. Avbilda denna rakt och snett uppifrån, rakt och snett från sidan. Fundera på hur de olika alternativen i uppgiften kan erhållas genom ombygge av referensfiguren. Jämför också nästa uppgift.

Liknande problem är Ecolier 2003, 10; 2006, 2; 2007, 17 och Benjamin 2003, 14.

15 c 8 Det får plats två lager med fyra i varje eller fyra lager med två i varje.

Ännu en uppgift där rumsuppfattning visar sig betydelsefull. Också här är det utvecklande att bygga modeller av askarna och studera hur de kan läggas och avbildas. Askarnas storlek kan varieras liksom lådans.

Liknande uppgifter är Ecolier 2004, 12 & 18; 2007, 11 och Benjamin 2006, 16.

16 d 16 m Poolen är 3 m × 5 m, lika bred som rabatten, lika lång som gräsmattan.

Diskutera samband mellan omkrets och sidor för en rektangel: 2 × längd + 2 × bredd = omkrets. För en kvadrat är längd och bredd lika, så att vi kan direkt få gräsmattens sida: $\frac{20}{4}$ m = 5 m och blomrabattens sida: $\frac{12}{4}$ m = 3 m. Detta ger poolens sidor och omkrets. Vilken är sandlådans omkrets? Hela områdets omkrets?

Om blomrabattens omkrets istället vore 16 m, vilket alternativ är då det rätta?

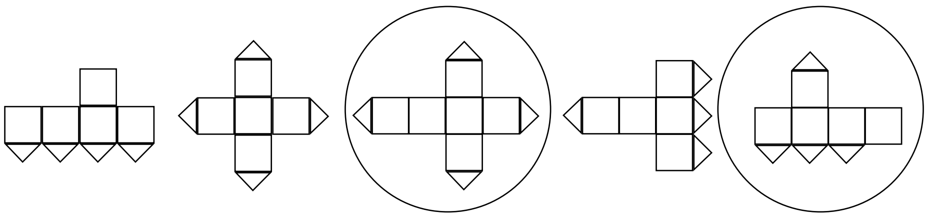
Liknande uppgifter är Ecolier 2004, 3; 2005, 14; 2006, 9 och Benjamin 2005, 12.

17 e 12 Sofia ser att Ali har två kort med udda tal, om hon själv har 2, 4 och 6.

När vi skriver upp talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ser vi tydligt att det är tre jämna och fyra udda tal. Eftersom Sofia är så säker på att Ali har udda tal måste hon själv ha alla de tre jämna talen.
Om man följer texten med tal skrivna på lappar blir det ännu tydligare vilka möjligheter som finns. Hur hade problemet ändrats om vi istället haft kort som varit numrerade från 2 till 8?

Liknande problem är Ecolier 2005, 11; 2006, 15; 2007, 17 och Benjamin 2003, 6.

18 d 3 och 5



Detta är mycket lämpligt att göra laborativt. Rita av och klipp ut utbredningarna i problemet och försök vika ihop dem till den avbildade kuben. Låt eleverna formulera varför det går med figurerna 1, 2 och 4 men inte med 3 och 5.

Liknande problem är Ecolier 2004, 12; 2005, 13 och Benjamin 2003, 10.