Arbeta vidare med Milou 2008

Vi hoppas att problemen i Milou väckte intresse och lust att arbeta vidare. Nu kan ni kontrollera lösningarna genom att pröva konkret, klippa och bygga. Variera också problemen genom att ändra i förutsättningarna, t ex ändra de ingående talen. Pröva också att undersöka hur problemet skulle ha varit formulerade för att andra alternativ skulle vara riktiga.

Här ger vi några kommentarer till problemen och förslag på hur ni kan arbeta vidare med dem. Det finns naturligtvis mycket mer att göra och en del av nedanstående förslag passar kanske inte för dina elever i år. Säkert har du också en hel del egna idéer. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se.

Om du inte redan har tillgång till årets Ecolier kan du hämta dem på ncm.gu.se/node/1778. Där finns ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans.

På *Kängurusidan*, ncm.gu.se/kanguru/ finns alla tidigare problem. Där finner du många problem som går att använda även med yngre elever. Vi ger här några förslag på tidigare använda problem inom de områden som behandlas här. De är alla hämtade från tidigare Ecolier, E. Vi ger också några läsförslag. Mer om var du finner det finns i slutet under rubriken *Litteratur*.

Övningsproblemet:
I den stora triangeln ser vi fyra mindre trianglar, dvs totalt finns där 5 trianglar.

- Sök efter trianglar av olika storlek och med olika form i klassrummet och på skolgården.
- Undersök trianglar med olika form och diskutera vad som är gemensamt för alla trianglar.
- Sortera trianglar av olika slag (t ex rätvinkliga, liksidiga, likbenta).
- Gör tesselleringar med trianglar och undersök vilka andra former kan man få genom att pussla ihop olika antal trianglar.
- Motsvarande uppgift som i övningsexemplet kan också göras med kvadrater. Ett exempel på utvecklat problem fanns i Nämnaren 1994:4 *Kvadrater i kvadrat*.

Problem 10 i årets Ecolier rör trianglar och problem 3 mönster med kvadrater. Se också E 14, 2001.

1: Pusselbiten
Det enklaste sättet att kontrollera lösningen här är att klippa ur bitarna och prova. Om man färglägger figurerna blir det också något lättare att se vilken av bitarna som fattas. Genom att beskriva bilden kan man se att halsen ska ligga i övre vänstra kanten på bilden, som på pusselbit nr 2. Låt eleverna beskriva bitarna med ord och med hjälp av ”höger” och ”vänster” komma fram till vilka bitar som säkert inte passar.

2: Kulorna på bordet
Det här handlar både om att bestämma antal och om att inse att antalet inte är beroende av formen på högarna. Många har säkert räknat efter att det är 9 kulor på vänstra bordet och 7 på det högra och så kommit fram till att det saknas 2. Man kan också se det som 6 + 3 = 7 + ? Här behöver vi inte utföra additionen för att se svaret.

- Utgå från ovanstående relativt enkla likhet och gör motsvarande med mer komplicerade likheter, t ex 345 + 78 = 343 + ?.
- Jämför subtraktion: 7 – 2= 8 – ? och 771 – 675 = 775 – ?

Se också E 16, 2004, E 2, 2005

3: Veckodagar

Här handlar det om att tänka sig in i att vara någon annanstans i tiden, och begreppen idag, imorgon och igår. ”I morgon är i dag igår och igår var idag i morgon”. Att kunna hantera räkning med tid är en väsentlig vardagskunskap, t ex ”vi har tre dagars ledigt med början på tisdag”, ”du får låna boken i 14 dagar”, ”ät din medicin i 10 dagar”.

- Arbeta med liknande uttryck som avanstående och avgör start och slutdag. I vilka sammanhang ska man räkna med ”idag”?
- Resonera kring varför vi alltid kommer till samma veckodag om vi rör oss med 7, 14, 21 etc dagar.

Det finns i tidigare Kängurutävlingar flera problem som rör tid.
År och almanackan: E 12, 2002, E 13, 2007
Veckodagar: E 3, 2006, E 14, 2004
Klockan: E 7, 2003, E 14, 2002, E 9, 2004, E 12, 2007

4: Tärningsprickarna

Här saknas 1, 3 och 5 vilket ger totalt 9. Hur många prickar finns det totalt på en tärning? Så ett alternativt sätt att lösa problemet vore 21 – 12.

- En normal tärning har summan 7 på motstående sidor. Hur många prickar är det på sidan som ligger mot bordet i exemplet?
- Utveckla problemet genom att göra tärningsstaplar och diskutera hur många prickar som kan finnas på de dolda sidorna.
- En aktivitet för att stärka barns förmåga att dela upp tal beskrivs i *Hur arbetar duktiga lärare?* i NämnarenTema 7, s 58. Barnen slår 3 tärningar och får en summa, t ex 10. Hur visade tärningarna det? Variera antalet tärningar och utveckla övningen så at televerna ska finna alla tänkbara kombinationer.

Att läsa: *Rika tärningar* i Nämnaren nr 4, 2003.

5: Hälften av kakorna

Begreppen hälften och dubbelt är centrala. Här handlar det om hälften av antalet. Hälften är hjärtan, hälften något annat.

- Om det vore dubbelt så många hjärtan, hur stor andel vore då något annat?
- Vilken andel är hjärtan på de andra plåtarna?
- Gör flera exempel hämtade från närmiljön – är det mer eller mindre än hälften av gruppen som är flickor?

Ett liknande problem om fjärdedelar var E 6, 2003. Mer komplexa problem är E 16, 2003 och E 10 och E 17, 2004. Låt dina elever pröva att lösa dem med hjälp av konkret material.

6. Kvadraten och trianglarna

Här är ytterligare ett rumsligt problem. Nu måste man också tänka sig att figurerna vrids. Att först göra problemet i tanken är viktigt. Det är inte svaret som är väsentligt utan hur man bearbetar informationen i huvudet. För att kontrollera kan man sen börja med att färglägga bitarna för att se hur de ska byggas, sedan klippa ut och se att det stämmer.

- Vilka egenskaper har trianglarna som gör att de kan läggas samman till en kvadrat?

Tidigare problem är E 3, 2002, E 9, 2003, E 7, 2005, E 11, 2006 och E 5, 2007.

Problem E 12, 2003 är ett problem i tre dimensioner, Vikhuset. Gör det med eleverna, men låt dem först få pröva i tanken, dvs utan att klippa. Sen kan de klippa och vika. Pröva också E 13, 2005

7: Cirkeln

Detta till synes enkla problem berör definitionen av en cirkel, dvs att avståndet från cirkeln till mittpunkten är lika stort längs hela cirkeln. Anna står närmast Bob, eftersom hon är innanför. Här behöver vi alltså inte mäta.

– Tillverka cirklar med hjälp av rep eller snören som bestämmer radiens längd.
– Klipp ur cirkelskivor, vik och undersök mittpunkten.

Att läsa:

Undersökning med snöre och rep, Nämnaren 3, 2001.
Skogstrollen i uterummet, Nämnaren nr 3, 2005 handlar om arbete på en förskola.
Upptäckter i och med cirklar i *Hur många prickar har en gepard*? s 44.

8: Talet i molnet

Här tar + 2 och -2 ut varandra, så vi kan gå direkt till +1, de andra beräkningarna behöver inte utföras. Illustrera både med föremål och på en tallinje.

– Lägg ett antal kulor i en påse och låt eleverna kontrollera hur många det är. Låt någon lägga ner ytterligare valfritt antal kulor, visa hur många kulor som läggs ner, men räkna inte efter hur många det finns sammanlagt i påsen. Tag bort lika många kulor och låt eleverna avgöra hur många som finns kvar i påsen, utan att räkna efter. Diskutera varför vi inte behöver kontrollera.
– Arbeta med andra liknande stegvisa beräkningar där operationer tar ut varandra och variera svårigheten.
– När eleverna är säkra på addition och subtraktion kan du pröva med exempel med multiplikation också, där ordningen spelar roll. Det är viktigt att eleverna uppmärksammas på att regler som gäller för ett räknesätt inte nödvändigtvis gäller för alla räknesätt.
– Att förenkla beräkningar genom att se efter möjliga genvägar är en användbar strategi. Gör ofta sådana gemensamma övningar då eleverna får diskutera.Ex:
  $0 + 1 + 2 + 3 + 4 - 3 - 2 - 1 - 0 =$
  $2 + 2 - 2 + 2 - 2 + 2 - 2 + 2 =$
  $2001 + 2002 + 2003 + 2004 + 2005 =$

9: Klossbygget

Här gäller det att föreställa sig de klossar som inte syns, men som måste finnas om inte några klossar ska sväva i luften. Det finns kanske två korrekta svar. Om dina elever svarat 12 kan du be att de berättar hur de tänkt, kanske har de tänkt att det ”sticker ut” klossar som trappsteg på baksidan, i så fall är det också möjligt.

– Låt eleverna bygga tornet och sen rita av det.
– Bygg flera olika figurer och se på dem från olika håll. Prata om hur det ser ut och vad man ser. Att rita tredimensionellt är inte lätt och behöver tränas. Eleverna kan bygga figurer och rita av och låta ritningen vara underlag för kamrater att bygga efter.
– Låt eleverna rita av varandra ur olika perspektiv: framifrån, bakifrån och ovanifrån. En kan ligga raklång på golvet med armar och ben utsträckta och kamrater kan rita av, gärna från olika håll.
– Se på bilder i tidningar – hur skulle bilden se ut från ett annat håll. Se *Matematiken i bilden, eller bilden i matematiken* i Nämnaren 2, 1996.

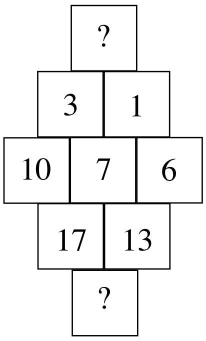
Liknande uppgifter, med klossbyggen från olika håll har funnits med i Kängurutävlingen så gott som alla år. Se på tidigare omgångar och också på de andra klasser, för äldre elever. Detta är en typ av problem där vi inte tydlig ser att äldre elever presterar bättre än yngre. Kanske beror det på att vi inte arbetar speciellt mycket med dem så att det som eleverna kan har de lärt sig utanför skolan, och att det vi gör i skolan inte påverkar detta särskilt mycket?

Att läsa: *Villa Villekulla och andra hus* i den Nordiska boken *Matematikk och undervisning, Norden 2000.*

10: Talet i tornet
Här handlar det i första hand om att identifiera mönstret. Talet i rutan är summan av talen i rutorna under, så högst upp kommer det att stå 11 (5 + 6).

– Variera problemet genom att ändra tal och bygga högre eller bredare torn.

Att arbeta med talmönster är tacksamt och lätt att anpassa, så att det blir tillräckligt svårt för att vara utmanande. Pröva också detta, där du kanske måste ändra de ingående talen.



Vilka tal ska stå i rutorna med frågetecken?

Detta problem var med på klass Benjamin för ganska många år sen. Det visade sig vara tämligen svårt. Varför, tror du?

Liknande problem E 4, 2001

11: Tändsticksmönster
Ytterligare ett problem kring mönster. Nu mönster som växer enligt en speciell regel, i det här fallet lägger vi till 3 stickor för varje ny ruta, så att den tredje figuren har 10 och den fjärde 13 stickor.

– Hur ser figur 10 ut?
– Diskutera med eleverna och låt dem beskriva med ord. Skriv upp det de säger på tavlan, med ord, och skriv sedan gemensamt detsamma med blandning av ord och symboler.
– Gör andra mönster och arbeta med dem på samma sätt.

Den här typen av uppgifter är viktiga som förberedelse för algebra.
Att läsa: *Variabler och mönster* och *Mönster med stickor* i Nämnaren nr 1, 2001.
Mönster i Nämnaren nr 2, 1996.

Ett motsvarande problem var E 12, 2006. Se också E 18, 2007.

12 Spegelsiffror
Detta problem behandlar symmetri. Hur ser 5 ut i samma spegling som de övriga siffrorna, dvs med den korrekta siffran till höger och speglingen till vänster? Pröva att titta på siffrorna i en spegel, eventuellt får ni göra dem större.

– Undersök symmetrier i våra bokstäver. Vilka har en symmetriaxel? Vilka har flera? Vilka saknar? Gör speglingar till de bokstäver som inte är symmetriska.
– Undersök symmetrier i omvärlden – i klassrummet, på skolgården och i tidningar.
– Rita en figur och spegla den i olika linjer och jämför resultaten.

Läs om grundläggande arbete med symmetri i *Former och mönster, Symmetrier* i *Små barns matematik*, s 125. Läs också *Vi utforskar symmetrier* i *Hur många prickar har en gepard?* s 80.

E 9,2001 behandlar också spegling.

Litteratur

- Alla tidigare Känguruproblem finns på Kängurusidan: ncm.gu.se/kanguru
- Nämnarenartiklar publicerade 1990 – 2005 finns tillgängliga som pdf-dokument och är fritt tillgängliga. Du finner dem via *artikeldatabasen* på namnaren.ncm.gu.se.

- Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många pricakr har en gepard*. Göteborg: NCM.
- Doverborg, E. & Emanuelsson, G. (red) (2007). *Små barns matematik*. Göteborg: NCM.
- Emanuelsson, G. & Doverborg, E. (red) (2006). *Matematik i förskolan. NämnarenTema 7.* Göteborg: NCM.
- *Matematikk & undervisning. Norden 2000.* Tillgänglig på: ncm.gu.se under rubriken *Publikationer – Böcker*