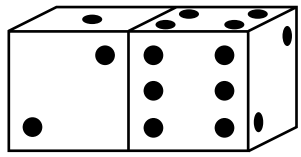
Avdelning 1. Trepoängsproblem

1. Hur många tärningsögon finns det sammanlagt på de sidor som du inte kan se på bilden?



A) 15 B) 12 C) 7 D) 27 E) Inget av dessa svar

(Bulgarien)

2. Anh, Ben och Chen har sammanlagt 30 bollar. Om Ben ger 5 bollar till Chen, Chen ger 4 till Anh och Anh ger 2 till Ben, så kommer de alla att ha lika många bollar. Hur många bollar har Anh från början?

A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

(Ungern)

3. Inför en lotteridragning förklarade man att vinstnumren var ”tal med minst fem siffror, varav högst tre siffror större än 2”. Dragningen gav sedan lotterna med numren 1022, 22222, 102334, 213343 och 3042531. Hur många av dessa lotter gav vinst?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(Slovakien)

4. I ett vanligt koordinatsystem markeras följande punkter: A = (2006, 2007), B = (2007, 2006), C = (– 2006, – 2007), D = (2006, – 2007) och E = (2007, – 2006).
Vilken sträcka är horisontell?

A) AD B) BE C) BC D) CD E) AB

(Spanien)

5. Frida har fördelat sina 2007 kulor på tre påsar A, B och C så att påsarna innehåller exakt lika många kulor. Om Frida flyttar 2/3 av antalet kulor i påse A till C, vilket blir då förhållandet mellan antal kulor i påse A och påse C?

A) 1 : 2 B) 1 : 3 C) 2 : 3 D) 3 : 2 E) 1 : 5

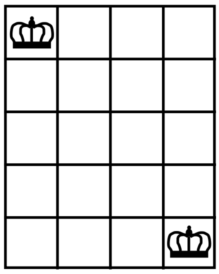
(Sverige)

6. En internationell organisation har nu 32 medlemmar. Hur många medlemmar kommer den att ha om tre år då medlemsantalet ökar med 50% per år?

A) 182 B) 128 C) 108 D) 96 E) 80

(Slovakien)

7. På hur många olika sätt kan kungen flyttas med minimalt antal drag från övre vänstra hörnet på brädet till nedre högra hörnet? (Kungen flyttas i varje drag ett steg vågrätt, lodrätt eller diagonalt.)



A) 1 B) 4 C) 7 D) 20 E) 35

(Serbien)

8. Rutnätet ska fyllas i så att det blir två ettor och två nollor i varje rad och i varje kolumn. Vad ska stå i rutorna markerade X och Y ?

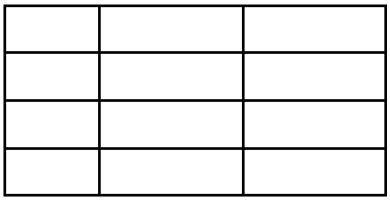
1		1	
		1	
	X		0
	Y		

A) X=1, Y=1 B) X=1, Y=0 C) X=0, Y=1 D) X=0, Y=0 E) går ej att avgöra.

(Tjeckien)

Avdelning 2. Fyrapoängsproblem

9. Genom att dra 9 linjer (5 vågräta och 4 lodräta) har vi fått ett rutnät med 12 rutor. Hade vi istället dragit 6 vågräta linjer och 3 lodräta linjer så skulle vi bara fått 10 rutor. Hur många rutor kan vi maximalt få på detta sätt om vi använder sammanlagt 15 linjer?



A) 22 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

(Nederländerna)

10. Befolkningen på en ö bestod av lögnare och sanningssägare, sammanlagt tolv personer. (Lögnarna ljög alltid och sanningssägarna talade alltid sanning.) En dag samlades alla öbor och förde fram några påståenden. Två av dem sa: ”Det finns precis två lögnare bland oss tolv.” Fyra andra sa: ”Det finns precis fyra lögnare bland oss tolv.” De återstående sex sa: ” Det finns precis sex lögnare bland oss tolv.” Hur många lögnare fanns det?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(Ukraina)

11. I triangeln ABC är D mittpunkt på sidan AB, E är mittpunkt på sträckan DB och F är mittpunkt på sidan BC. Om triangeln ABC har area 96, hur stor area har triangeln AEF?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

(Polen)

12. Om x är ett heltal mindre än noll, vilket av följande tal är då störst?

A) $x + 1$ B) $2x$ C) $x - 2$ D) $6x + 2$ E) $-2x$

(Frankrike)

13. Vad ska vi upphöja 4^4 till för att få 8^8 ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

(Ryssland)

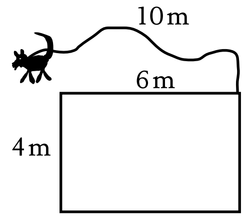
14. Några elever satt och löste en intressant Känguru-uppgift. När tiden var ute visade det sig att antalet pojkar som hade klarat uppgiften var lika med antalet flickor som inte hade klarat uppgiften. Vilka fanns det nu flest av: elever som hade klarat uppgiften, eller flickor?

A) flickor B) elever som klarat uppgiften C) lika många

D) går inte att avgöra E) situationen är otänkbar

(Ukraina)

15. En hund är bunden med ett 10 meter långt rep vid hörnet av ett hus. Vad är omkretsen på det område dit hunden kan nå?



A) 20π B) 22π C) 40π D) 88π E) 100π

(Finland)

16 Fem positiva heltal skrivs upp runt en cirkel. De ska skrivas så att två eller tre intilliggande tal aldrig ger en summa som är delbar med tre. Hur många av de fem talen är själva delbara med tre?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) det går inte att avgöra

(Ryssland)

Avdelning 3. Fempoängsproblem

17. Ett parallelltrapets får vi genom att avlägsna ett hörnstycke från en liksidig triangel. Två sådana parallelltrapetser läggs intill varandra och bildar då en parallellogram. Parallellogrammens omkrets är 10 cm längre än den ursprungliga liksidiga triangelns omkrets. Vilken omkrets hade triangeln?

A) 10 cm B) 30 cm C) 40 cm D) 60 cm E) otillräcklig information

(Storbritannien)

18. Två skolor skulle tävla mot varandra i bordtennis. Det skulle vara fem tävlande från varje skola och man skulle bara spela dubbelmatcher. Om varje möjligt dubbelpar från den ena skolan skulle möta varje möjligt dubbelpar från den andra skolan, hur många matcher måste varje enskild tävlande då spela?

A) 10 matcher B) 20 matcher C) 30 matcher D) 40 matcher E) 50 matcher

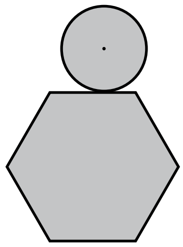
(Tjeckien)

19. Alla invånare i en by har olika antal hårstrån. Ingen av dem har precis 2007 hårstrån. Kim är den bybo som har flest hårstrån. Antalet bybor är fler än Kims hårstrån. Vilket är det största möjliga antalet bybor?

A) 0 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

(Ungern)

20. Ett mynt med diametern 1 cm rullas runt en regelbunden sexhörning med sidlängd 1 cm som figuren visar. Hur många centimeter färdas myntets mittpunkt under ett varv?



A) $(6 + \pi)/2$ B) $6 + \pi$ C) $12 + \pi$ D) $6 + 2\pi$ E) $12 + 2\pi$

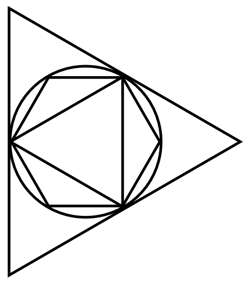
(Storbritannien)

21. En underlig räknemaskin fungerar på följande vis. När man matar in ett tal kan man få ut detta tal multiplicerat med 2, multiplicerat med 3, upphöjt till 2 eller upphöjt till 3. Om man börjar med talet 15 och använder räknemaskinen fem gånger i rad, vilket av nedanstående slutresultat kan man då få?

A) $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ B) $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ C) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ D) $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$ E) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$

(Ryssland)

22. En liksidig triangel och en regelbunden sexhörning är inskrivna i en cirkel som i sin tur är inskriven i en större liksidig triangel (se figuren). Om S_1 är den stora triangelns area, S_2 den lilla triangelns area och S_3 sexhörningens area, vilket av följande påståenden är sant?



A) $S_3 = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$ B) $S_3 = (S_1 + S_2)/2$
C) $S_1 = S_2 + S_3$ D) $S_3 = \sqrt{S_1^2 \cdot S_2^2}$
E) $S_1 = S_3 + 3S_2$

(Frankrike)

23. Ett positivt heltal n har två delare, medan talet $n + 1$ har tre delare. Hur många delare har $n + 2$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) går inte att avgöra

(Vitryssland)

24. I en låda ligger tre röda kort, tre gröna kort, tre gula kort och tre blå kort. De tre korten av respektive färg är numrerade 1, 2 och 3. Tre kort tas på måfå ur lådan. Vilket av följande utfall är mest sannolikt?

A) De tre korten är av samma färg B) De tre korten har alla olika nummer
C) De tre korten är alla av olika färg D) De tre korten har samma nummer
E) Alla uppräknade utfall är lika sannolika

(Italien)

Kortfattade lösningar med svar till Junior 2007

3 poäng

1. (D) Den sammanlagda ögonsumman på en tärning är $3 \cdot 7 = 21$. Två tärningar har då summan 42. Vi ser $6 + 2 + 4 + 2 + 1 = 15$ ögon. Dold ögonsumma är $42 – 15 = 27$. Ett alternativt är att gå direkt på vad som inte syns: vänster tärning: $3 + 4 + 5 + 6 = 18$, höger tärning: $1 + 3 + 5 = 9$, $18 + 9 = 27$

2. (A) Pojkarna kommer att till sist ha 10 bollar var. $A + 4 – 2 = 10$, $A = 8$ eller man kan tänka baklänges utifrån vad Anh hade till sist: $10 + 2 – 4 = 8$

3. (B) Man kan se det som två villkor och utesluta i två steg. Tal med minst fem siffror är alla utom 1022. Av dessa är det 22 222 och 102 334 som uppfyller högst tre siffror större än 2.

4. (D) En sträcka mellan två punkter i ett koordinatsystem är horisontell om punkterna har samma y-koordinat. Det gäller för C och D, alltså sträckan CD.

5. (E) $2007/3 = 669$ kulor i varje påse. Efter omflyttning är det $669/31 = 223$ kulor i påse A, d v s 1/9 av kulorna, 669 kulor i påse B, d v s 3/9 av kulorna och i påse C är det då 5/9 av kulorna. Det ger förhållandet 1 : 5. Vi har $\frac{a}{3}$ kulor i varje påse. Efter omflyttningen är det i påse A: $\frac{a}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a}{9}$ och i påse C: $\frac{a}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{5a}{9}$.

6. (C) Förändringsfaktor 1,5. Efter 1 år, 48 medlemmar, efter 2 år 72 medlemmar och efter 3 år 108 medlemmar. Kan även lösas stegvis utan tillväxtfaktor: $32 + 16 = 48$, $48 + 24 = 72$, $72 + 36 = 108$

7. (B) Minsta antal förflyttningar är 4, och det kan göras på 4 olika sätt.

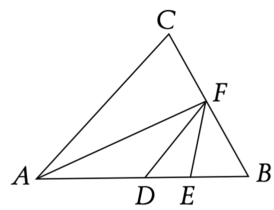
8. (A) I kolumn 3 måste det stå 00 i de tomma rutorna. det betyder att X = 1. Rad 1 blir 1010 och kolumn 4 blir 0101. Kolumn 2 blir då 0011, dvs. Y = 1.

4 poäng

9. (E) Vi behöver 4 linjer för att göra en ruta. Låter vi de övriga 11 linjerna vara lodräta får vi 12 rutor. Ändrar vi riktning på en linje får vi $11 \cdot 2$ rutor = 22 rutor, vid ytterligare ändring får vi $10 \cdot 3 = 30$, $9 \cdot 4 = 36$, $8 \cdot 5 = 40$ till $7 \cdot 6 = 42$ rutor.

10. (C) Ett enkelt resonemang är att de tre påståendena är varandra uteslutande. Som mest kan då ett av dem vara sant. Både då vi antar att det första och det andra är sant uppstår motsägelser, vilket det inte gör om vi antar att det tredje är sant. Det bör kanske också nämnas att det finns en lösning till: att alla påståendena är falska. Detta fall kan dock inte förekomma på grund av att det i den inledande texten står att befolkningen ”bestod av lögnare och sanningssägare”. Om alla påståenden är falska ljuger nämligen hela befolkningen!

11. (D) Arean av ΔDBF är $\frac{1}{4}$ av arean av ΔABC. ΔAEF har samma höjd som ΔDBF men basen är 1,5 gånger längre. Arean av ΔAEF är 1,5 gånger arean av ΔDBF, dvs 36.
En alternativ lösning: Basen AB i ΔABF är densamma som i ΔABC, men höjden mot denna bas är hälften så stor som höjden i ΔABC, vilket innebär att arean är 48.
Basen i ΔAEF är 3/4 av basen i ΔABF, men höjderna är lika långa. Arean $3 \cdot 48/4 = 36$.



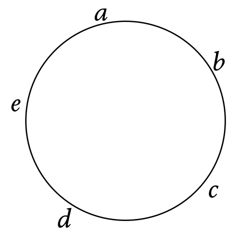
12. (E) Det enda tal som är större än 0 är $-2x$.

13. (B) $8^8 = (2^3)^8 = ((2^2)^4)^3 = (4^4)^3$
Alternativt: $8 = 4 \cdot 2 = 4 \cdot \sqrt{4} = 4^{1,5}$, $8^8 = (4^{1,5})^8 = (4^4)^3$

14. (C) Anta att antalet flickor är f. Om det var x pojkar som löste problemet så var det $(f-x)$ flickor som också löste problemet. Totalt löste $x + f - x = f$ elever problemet.

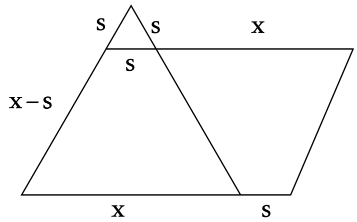
15. (A) Områdets omkrets är $\frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 10\pi + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 6\pi + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 4\pi = 20\pi$

16. (C) Låt a, b, c, d och e vara de fem talen runt cirkeln. Om ett tal divideras med 3 kan resten bli 0, 1 eller 2. Det räcker med att titta på talens rester r. Anta att inget tal har resten 0. Då måste två tal som står bredvid varandra ha samma rest, dvs $r = 1$ eller $r = 2$. Men då kommer summan av tre som står bredvid varandra vara delbar med 3. Alltså måste minst ett tal ha resten 0. Anta att talet a har resten 0. Då måste b eller e ha resten 1 eller 2. Vidare måste talen b och e har samma rest, annars blir restsumman för $a + b + e$ delbar med 3. Talet c kan ha rest 0 eller samma rest som b. Samma sak gäller talet d. Men talen c, d och e kan inte ha samma rest för då blir deras summa delbar med 3. Vidare kan inte både c och d ha resten 0, för då blir deras summa delbar med 3. Alltså måste ett av talen c och d ha resten 0, dvs. två av de fem talen är delbara med 3.



5 poäng

17. (B) Med figurens beteckningar fås
$2x + 2(x-s) + 2s = 10 + 3x$. Dvs $x = 10$.



18. (D) Fem elever kan bilda 10 par.
Varje enskild elev ingår i 4 par och spelar $4 \cdot 10$ matcher = 40 matcher.

19. (C) Vi undersöker alternativen. Kan det vara 2006 invånare? I så fall har Kim 2005 hårstrån. 2007 invånare? Då har Kim 2006 hårstrån. 2008 invånare? Men då måste Kim har 2006 hårstrån och två invånare har samma antal hårstrån. Samma resonemang för 2009 invånare.

20. (D) Myntets mittpunkt rör sig parallellt med de sex kanterna och vrider sig i varje hörn ett sjättedels varv.

21. (E) $15 = 3 \cdot 5$. Faktorn 5 påverkas bara då man upphöjer talet, medan faktorerna 2 och 3 även påverkas av multiplikationer med 2 respektive 3. Exponenten för 3 måste alltså vara större eller lika med den för 5, vilket gör att A och D faller bort. Alternativ B för många operationer. Alternativ C kan fås genom två operationer.

22. (A) Den stora triangeln består av fyra mindre trianglar. Det ger $S_1 = 4S_2$. Hexagonen består av fyra mindre trianglar varav de tre minsta tillsammans har lika stor area som den liksidiga triangeln. Det kan troliggöras genom att sätta en mittpunkt i den lilla triangeln och sammanbinda den med den lilla triangelns hörn. Det ger $S_3 = 2S_2$.

23. (A) Om det positiva talet n har två delare, dvs. 1 och n, så är n ett primtal. Då är $n+1$ ett jämnt tal. Delare till $n+1$ är då 1, 2, $\frac{n+1}{2}$ och $n+1$. Men $n+1$ har bara tre delare, alltså är $\frac{n+1}{2} = 2$, dvs. $n = 3$. Då är $n+2 = 5$ som har två delare.

24. (C) Vi räknar ut sannolikheten för de fyra fallen

$P(A) = 1 \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{55}$, $P(B) = 1 \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{55}$,

$P(C) = 1 \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{27}{55}$, $P(D) = 1 \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{55}$

Arbeta vidare med Junior 2007

Det är vår förhoppning att du ska finna många intressanta uppslag bland årets Känguruproblem och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under flera lektioner. Här ger vi några förslag till arbeten.

Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter att jämföra och se vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Att jämföra problemen och göra kopplingar inom och utom matematik är en utvecklingsmöjlighet. Att kunna se likheter mellan olika problem, att kunna se vad som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av problemlösning. Flera av problemen har anknytning till problem som varit med i tidigare omgångar. Vi visar på några sådan kopplingar, men det finns fler och också i andra tävlingsklasser. Alla tidigare problem finns att hämta på *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru.

Det finns naturligtvis mycket annat man kan göra. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på Kängurusidan i Nämnaren eller på nätet.

1 Vad vet vi om summan av antalet ögon på två motstående sidor? Vilken sammanlagd ögonsumma har en tärning? Går det att entydigt bestämma antalet ögon på de sidor man inte ser? Veckla ut tärningarna och fyll i antalet ögon. Mer om tärningar se t ex Nämnaren nr 4, 2003, Rika tärningar. Om du arbetar laborativt med tärningar kan du försöka maximera (eller minimera) summan av antalet ögon som inte döljs av någon annan tärning. Utgå gärna från fyra tärningar och öka sedan på för att få nya problem att lösa.

2 Hur många bollar kommer var och en ha när de har delat lika? Hur många bollar har Ben och Chen från början? Ett liknande problem är Benjamin 15, 2007. Variera problemet genom att utgå från ett annat antal bollar, eller att de som slutresultat inte har lika många.

3 Vad innebär minst fem siffror? Högst tre siffror större än 2? Vilka av lottnumren uppfyller inget villkor, ett villkor, båda villkoren? Hur många lotter ger vinst om man istället säger ”tal med minst fem siffror eller högst tre siffror större än 2”? Hitta på andra lottnummer som uppfyller ett av villkoren, båda villkoren och inget av villkoren.
Formulera andra villkor och ge exempel på lottnummer som uppfyller dem.

4 Markera punkterna i ett koordinatsystem. Vad gäller för punkter på sträckan *AB*, *BC*, *BE*, *AD*? Ta upp begreppen funktion, avstånd mellan punkter, mittpunkt på en sträcka. Bestäm ekvationen för linjen genom punkterna *A* och *B*, *A* och C, *A* och *D*, *A* och *E*. Bestäm omkretsen och arean av fyrhörningen *ABED*. Vad kallas en sådan fyrhörning? Markera samtliga trianglar som kan bildas med punkterna som hörn. Bestäm deras omkrets och area. Fråga eleverna om de kan säga något om trianglarnas vinklar?

5 Hur många kulor har Frida i varje påse? Vilket är förhållandet mellan antal kulor i påse *A* och *B*, i påse *B* och C? Vilket är förhållandet mellan antal kulor i alla tre påsarna? Hur kommer det sig att svaret inte är beroende av hur många kulor Frida hade i påsen från början?

6 Vilken är förändringsfaktorn? Beskriv antal medlemmar efter *t* år med en funktion. Vad kallas en sådan funktion? Rita funktionens graf. När kommer organisationen att ha 200 medlemmar? Ändra förändringsfaktorn, t ex antal medlemmar minskar med 25 % per år. Medlemsantalet är alltid heltal – vilken betydelse får detta då man ska tolka olika funktionsvärden?

7 Hur lång blir den kortaste vägen om kungen inte får gå diagonalt? Hur många sådana vägar finns det? På hur många olika sätt kan kungen flyttas från övre vänstra hörnet till nedre högra hörnet, om kungen inte får gå bakåt i sina egna spår eller korsa spåret? Hur många drag ger de olika alternativen?

8 Låt eleverna fylla i rutnätet med 0 och 1. Likartade problem men med olika frågeställning är Ecolier 7, 2007 och Benjamin 3, 2007. Liknande problem var t ex Junior 17, 2004. Kan de tre ettorna och nollan placeras så att uppgiften inte går att lösa, antingen på grund av brist på information eller på grund av att det uppstår motsägelse? Gör ett större rutnät och gör liknande uppgifter, både lösbara och icke lösbara.

9 Hur många fält blir det om man även drar två linjer från hörnet C till sidan AB? Se även Cadet 12, 2007. Försök att finna en formel som uttrycker det maximala antalet rutor för ett givet antal linjer.

10 Resonera om de olika påståendena. Vad innebär det om antalet lögnare och sanningssägare om de är falska respektive sanna? Se även Student 20, 2007. Ett liknande problem var t ex CadetGy 20,2004. Formulera om uppgiften (så lite som möjligt) så att den
a) blir motsägelsefull b) har flera lösningar.

11 Låt eleverna rita triangeln och markera punkterna. Diskutera längdskala och areaskala med eleverna. Vad kan man säga om arean av triangeln *AFD*, *DFB* och *EFB*? Vilken typ av samband finns mellan trianglars area och bas om de har samma höjd, respektive area och höjd om de har samma bas?

12 Beskriv heltalen för de olika svarsalternativen i form av olikheter.
Vilket är största värdet på $x + 1$, $2x$, $-2x$, $6x + 2$, $x - 2$?

13 Repetera potenslagarna. Låt eleverna skriva om de två talen i samma bas, t ex 2 eller 4. Mer om potenser se Junior 21, 2007. Problem med potenser har funnits tidigare, se Student 1 och 5, 2005, Student 8, 2006. Finns det någon standardmetod för att lösa denna typ av problem för alla typer av potenser?

14 Låt eleverna teckna uttryck för hur många flickor som löst respektive inte löst uppgiften. Vad kan man säga om antalet elever som inte klarade uppgiften?

15 Låt eleverna rita upp huset och det område där Fido kan röra sig. Vilken form har de olika delarna? Hur stor area har området? Variera längden på hundens rep. Finns det några kritiska längder på repet som gör att lösningarna blir mer komplicerade?

16 Vad menas med att ett tal är delbart med 3? Diskutera rester vid division med 3. Börja med att placera ut ett tal runt cirkeln. Vilka kan de närliggande talen vara för att villkoren ska vara uppfyllda? Fortsätt att resonera tills fem tal är utplacerade. Hur kan man visa med algebra att summan av två tal, som har resterna 1 respektive 2 vid division med 3, är delbara med 3? Gör motsvarande för summan av tre tal.

17 Låt eleverna rita två likadana liksidiga trianglar och klippa ut dem. Klipp därefter bort ett hörnstycke på vardera triangeln så att två parallelltrapetser erhålls. Placera dessa så att de tillsammans bildar en parallellogram. Vad kan man säga om parallellogrammens sidor jämfört med trianglarnas? Inför gärna beteckningar för sidorna.

18 Låt eleverna namnge deltagarna i de två lagen och skriva ner alla möjliga par. Visa med multiplikationsprincipen hur man resonerar för att få antal par i varje lag. Hur många matcher blir det om lagen t ex består av tre deltagare, 6 deltagare?

19 Hur kan man veta att av åtta personer måste minst två vara födda samma veckodag? Hur många personer behövs för att man säkert ska kunna veta att minst två är födda samma månad? Diskutera *"pigeon hole"- principen*, den så kallade *Dirichlets lådprincip*.

20 Låt eleverna rita en figur som visar den sträcka som myntets mittpunkt rör sig. Var befinner sig mittpunkten när myntet rullar? Genomför samma resonemang med en kvadrat, en regelbunden femhörning, en godtycklig regelbunden månghörning.

21 Låt eleverna börja med att faktorisera talet 15 och därefter utföra operationerna. Resonera om vad som händer vid multiplikation respektive upphöja i en potens. Försök att algebraiskt uttrycka de villkor som gör att alla alternativen utom ett kunde uteslutas i uppgiften.

22 Kopiera figuren och dela ut till eleverna. Låt dem markera de mindre trianglarna. Vad kan de säga om dem? Låt eleverna själva rita en liksidig triangel och dra bisektriserna. Skärningspunkten är centrum för den inskrivna cirkeln. Varför det? Rita in cirkeln och den i cirkeln inskrivna triangeln. Cirkelns medelpunkt är densamma. Låt eleverna dra mittpunktsnormalerna i den inskrivna triangel. Var ligger deras skärningspunkt? Ta även upp höjd och median i en triangel, samband mellan radie i en inskriven respektive omskriven cirkel till en triangel.

23 Diskutera begreppet delare med eleverna. Vilka delare har alla heltal? Låt eleverna förklara vad som menas med primtal, udda respektive jämna tal. Hur många delare har ett tal som består av tre primtalsfaktorer?

24 Vilken händelse är mest osannolik? Låt eleverna själva formulera frågor på sannolikheten för olika utfall när man tar kort ur lådan. Låt dem rita träddiagram för att illustrera olika utfall. Ta upp begreppet komplementhändelse och typiska frågor då det är effektivt att använda komplementhändelsen för att finna svaret.
Ett annat problem med sannolikhet är Student 11, 2007.