Ecolier

Avdelning 1. Trepoängsproblem

1 Hur många av bokstäverna i ordet KÄNGURU finns också i ordet TÄVLING?

a: 2 b: 3 c: 4 d: 5 e: 6

(Ryssland)

---

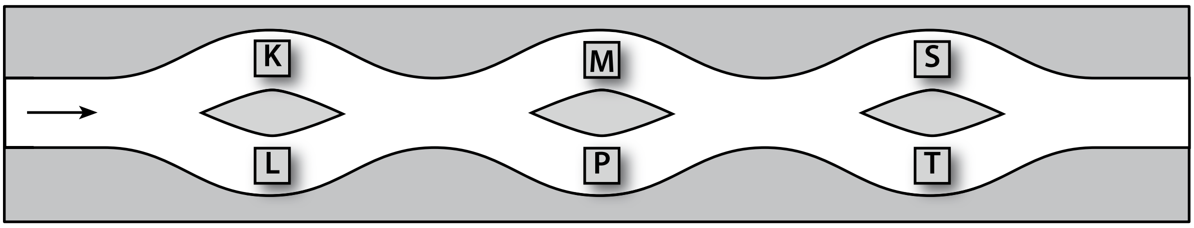
2 Gilda har 50 kr. Hon tänker köpa fem skrivböcker som kostar 8 kr styck och några pennor som kostar 3 kr styck. Hur många pennor kan hon köpa som mest?

a: 5 b: 4 c: 3 d: 2 e: 1

(Polen)

---

3 Greta promenerar längs stigen från vänster till höger. När stigen delar sig måste hon välja den ena stigen. Hon vänder inte och går tillbaka. Längs stigen hittar hon lappar med bokstäver på. Hon plockar upp dem och lägger i sin korg. Vilka bokstäver kan hon få i korgen?



a: K, L och M b: L, M och P c: K, L, och S

d: L, M och S e: L, S och T

(Österrike)

---

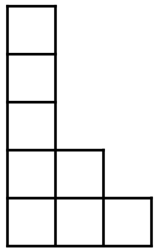
4 Det står nio lyktstolpar i rad längs vägen. Det är åtta meters mellanrum mellan stolparna. Milan hoppar kråka från första stolpen till den sista. Hur många meter hoppar han?

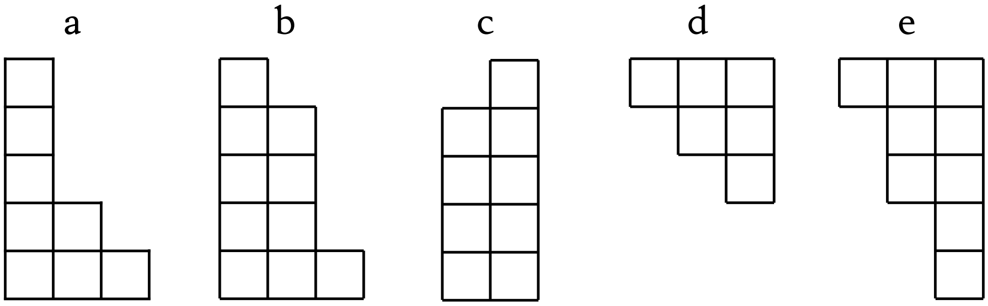
a: 48 m b: 56 m c: 64 m d: 72 m e: 80 m

(Slovakien)

---

5 Vilken av pusselbitarna nedanför passar ihop med den till höger så att de tillsammans bildar en rektangel?





(Mexiko)

6 Vilket är det första talet efter 2007 som har samma siffersumma som 2007?

a: 2115 b: 2008 c: 7002 d: 2070 e: 2016

(Spanien)

Avdelning 2. Fyrapoängsproblem.

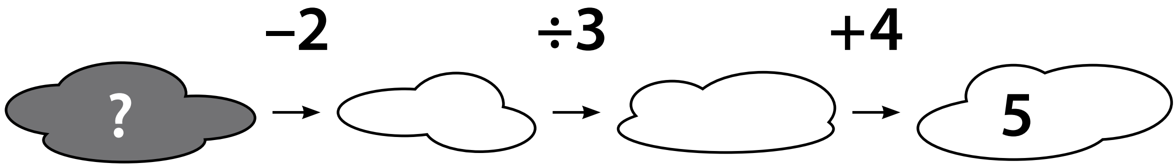
7 I varje ruta på brädet ska en av siffrorna 1, 2 eller 3 skrivas in. Varje rad och varje kolumn ska innehålla alla tre siffrorna. Harry har börjat fylla i rutorna. Vad kan han skriva i rutan med frågetecknet?

1	?	
2	1	

a: bara 1 b: bara 2 c: 2 eller 3 d: bara 3 e: 1, 2 eller 3

(Nederländerna)

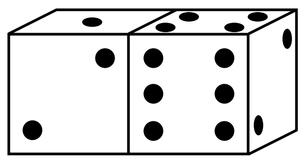
8 Vilket tal ska stå i det mörka molnet för att det ska stämma?



a: 1 b: 3 c: 5 d: 7 e: 9

(Slovakien)

9 Hur många tärningsögon finns det sammanlagt på de sidor som du inte kan se på bilden?



a: 25 b: 12 c: 7
d: 27 e: inget av dessa svar

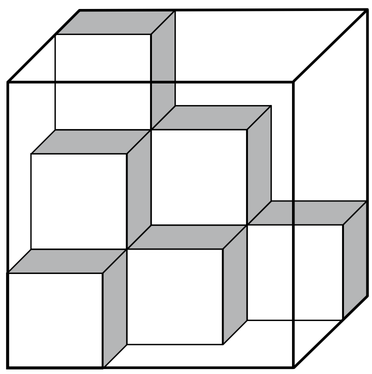
(Bulgarien)

10 Den hemliga kombinationen till ett kassaskåp är ett tresiffrigt tal där alla siffror är olika. Hur många sådana kombinationer kan du göra med siffrorna 1, 3 och 5?

a: 2 b: 3 c: 4 d: 5 e: 6

(Kroatien)

11 Daniela har kubiska klossar. De är alla lika stora. Hon har lagt ner några av klossarna i en kubisk låda så som du ser på bilden. Hur många fler klossar kan hon få ner i sin låda?



a: 9 b: 13 c: 17
d: 21 e: 27

(Slovakien)

12 En digitalklocka visar tiden 20:07. Hur länge dröjer det tills klockan nästa gång visar en tid med samma fyra siffror (i någon ordning)?

a: 4 timmar 20 min b: 6 timmar 0 min

c: 10 timmar 55 min d: 11 timmar 13 min

e: 24 timmar 0 min

(Vitryssland)

Avdelning 3. Fempoängsproblem.

13 Boris är född 1 januari 2002 och han är 1 år och 1 dag äldre än Irina. Vilken dag föddes Irina?

a: 2 januari 2003 b: 2 januari 2001

c: 31 december 2000 d: 31 december 2002

e: 31 december 2003

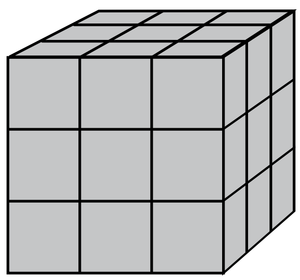
(Ryssland)

14 Roman, Fabian, Louise, Jennie och Adrian cyklar i rad efter varandra. Roman är bakom Louise. Fabian är framför Roman och närmast bakom Jennie. Jennie är framför Louise men hon är inte först av alla. Var är Adrian?

a: först b: tvåa c: trea d fyra e: sist

(Frankrike)

15 En kub som har kantlängden 3 cm är byggd av mindre klossar med kantlängden 1 cm. Den stora kuben målas grå på utsidan. Hur många av småklossarna får bara två gråmålade sidor?



a: 4 b: 6 c: 8 d: 10 e: 12

(Kroatien)

16 Från en rektangel med sidorna 15 cm och 9 cm skär Silvio bort fyra små kvadrater, en i varje hörn av rektangeln. Varje liten kvadrat har omkretsen 8 cm. Vilken omkrets har den nya figuren?

a: 48 cm b: 40 cm c: 32 cm d: 24 cm e: 16 cm

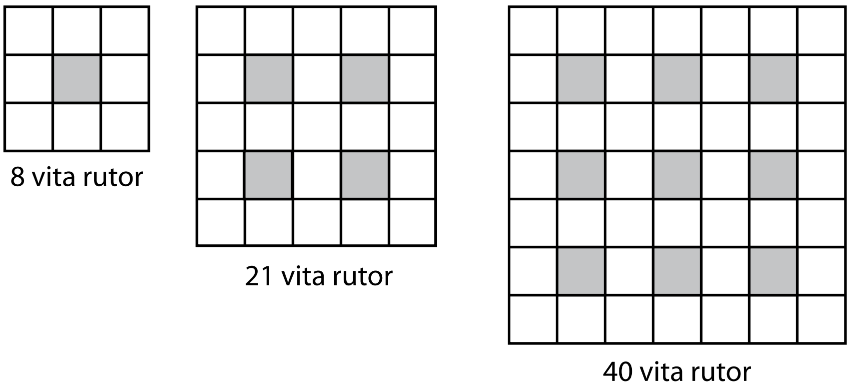
(Kroatien)

17 Sittplatserna på en rund karusell är numrerade i ordningsföljd 1, 2, 3, ... Robert sätter sig på plats nummer 11, och hamnar då precis på motsatta sidan mot Maria, som sitter på plats nummer 4. Hur många sittplatser har karusellen?

a: 13 b: 14 c: 16 d: 17 e: 22

(Slovakien)

18 Vi ritar större och större kvadrater som figuren visar och vi räknar antalet vita rutor. Hur många vita rutor kommer nästa kvadrat att ha?



a: 50 b: 60 c: 65 d: 70 e: 75

(Nederländerna)

Svar och korta lösningar Ecolier 2007

1	b	3	Ä, N och G finns i båda orden.
2	c	3	Fem skrivböcker kostar 40 kr. Återstående 10 kr räcker till 3 pennor.
3	d	L, M och S	En lapp med K eller L, en med M eller P samt en med S eller T.
4	c	64	Nio lyktstolpar ger åtta avstånd på 8 m.
5	b		Enda pusselbiten som passar är b. Rektangeln blir 3×6 rutor
6	e	2016	2008 kommer före 2016, men har siffersumman tio.
7	d	3	Sista talet i andra raden måste vara 3, och alltså sista talet i första raden 2.
8	c	5	Gå baklänges, utför motsatt operation i varje steg: $5 - 4 = 1$, $1 \cdot 3 = 3$, $3 + 2 = 5$.
9	d	27	En tärning har 21 och två tärningar 42 prickar. Dra bort det antal prickar som syns, 15.
10	e	6	Den första siffran kan väljas på 3 sätt, nästa på 2 och den sista på 1 sätt (den som är kvar). Antalet möjligheter $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.
11	c	17	I bottenlagret får 3 klossar plats, i nästa lager 6 och överst 8 klossar, eller totalt får 27 klossar plats och 10 stycken ligger redan i lådan.
12	a	4 h 20 min	Då visar klockan 00:27.
13	a	2 jan 2003	Irina föds 1 år och 1 dag efter Boris, alltså 2 januari 2003.
14	a	först	Texten ger ordningen Jennie, Fabian, Louise, Roman och eftersom Jennie inte ska vara allra först måste det vara Adrians plats.
15	e	12	Mittenklossarna på de 12 kanterna får två sidoytor målade.
16	a	48 cm	Den nya figuren har samma omkrets som den ursprungliga rektangeln.
17	b	14	Det finns 6 platser mellan Maria och Robert i båda riktningarna.
18	c	65	De stora kvadraterna har sidorna 3, 5, 7, 9 med 9, 25, 49, 81 små kvadrater varav antalet grå är 1, 4, 9, 16 och antalet vita är $81 - 16 = 65$.

Arbeta vidare med Ecolier 2007

Det finns fullt av intressanta idéer i årets Känguruaktiviteter och vi vet att problemen kan inspirera undervisningen under många lektioner. Här ger vi några förslag att arbeta vidare med.

Känguruproblemen kan lösas t ex genom att eleverna får laborera eller rita och resonera. De kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt, komma fram till lösningar, sedan jämföra och se vilken de finner enklast eller mest spännande. De kan formulera aktiviteter eller exempel med anknytning till frågor som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över problem. Att jämföra uppgifter och tänka på erfarenheter i eller utanför skolan breddar och fördjupar upplevelser och lärande. Att se olikheter mellan problem, att se det som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av matematiken. Stimulera och utmana dina elever genom att också pröva Känguruuppgifter för äldre elever.

Flera av exemplen har anknytning till uppgifter från tidigare omgångar. Vi visar på några sådana, men det finns fler och även möjligheter att gå vidare till andra Känguruklassers problemsamlingar med svar och lösningar samt förslag att arbeta vidare. Alla tidigare problem, sedan starten i Sverige, finns att hämta på *Kängurusidan* på ncm.gu.se/kanguru

Det finns mycket annat att göra än det vi tar upp här. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på Kängurusidan i Nämnaren eller på nätet.

1

– Lista ord med 2, 3, 4 eller 5 bokstäver som också finns i ordet Känguru.

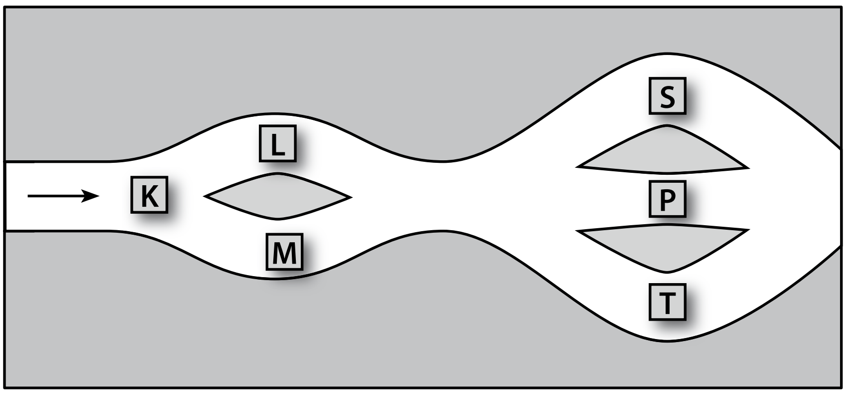
2

- Hur mycket pengar skulle Gilda behöva för att kunna köpa 5 pennor? 10 pennor?
- Anta att Gilda har 50 kr från början och vill ha lika många pennor som skrivböcker. Hur många kan hon köpa?
- Gilda skulle ju också kunna börja med att köpa t ex tio pennor. Hur många skrivböcker kan hon då köpa, om hon har a) 50 kr b) 100 kr?

Liknande problem är Ecolier 1, 2005 och en något svårare är Ecolier 18, 2003.

3

- Ange olika möjligheter på bokstavslappar beroende på hur du går genom vägnätet. Hur många möjligheter finns det? Skriv ner alla!
- Hur skulle lapparna ligga för att både *a* och *b* skulle vara korrekta? Går det att lägga lapparna så att enbart alternativ *a* är riktigt?
- Vi kan tänka oss att vägen i stället ser ut å här:



Vilka möjligheter finns det då? Om man får vända en gång?

Jämför med uppgift 10.

4
– Hur långt skulle George hoppa om det var 7 lyktstolpar? Om det var 11?
Låt eleverna upptäcka att antalet mellanrum är ett färre än antalet stolpar t ex genom att titta på staket eller genom att bygga med klossar och/eller rita.
– Det ska sättas upp lyktstolpar med åtta meters mellanrum på en sträcka som är 96 meter. Hur många lyktstolpar behövs då?
– Om antalet stolpar vore dubbelt så stort som i texten, hur långt skulle George hoppa då?

Liknande problem är Benjamin 8, 2004 och litet svårare Cadet 6, 2005. Se också Cadet 5, 2007.

5
Ett sätt att lösa problemet är att klippa ut den översta biten och pröva mot alternativen *a – e*.
– Ge exempel på olika pusselbitar som ger rektanglar/kvadrater tillsammans med *d* och *e*, t ex genom att fullborda rektanglar/kvadrater på ett papper och klippa ut.
– Om du lägger ihop *a* och *d* fattas en pusselbit för att det ska bli en rektangel. Hur ska den se ut?

Andra liknande problem är Ecolier 3, 2002; E 7, 2005, och E 11, 2006.

6
– 2016 är det tal närmast större än 2007 som har siffersumman 9. Vilka är de närmast följande tre talen med samma siffersumma? De därpå följande? Ser du något mönster?
– Ge exempel på fyrsiffriga tal mindre än 2007 som har samma siffersumma.
Vilket av alla sådana tal är det största? Minsta?

7
När vi skriver in de tal som saknas kan vi börja i första kolumnen eller andra raden, där det redan finns två tal som bestämmer vad det tredje talet ska vara. Skriver vi in 3 i första kolumnen ser vi att vi måste skriva 2 nederst i andra kolumnen och det betyder att det blir 3 på frågetecknets plats.
– Om rutnätet är fyra gånger fyra rutor, vilket svar är då det riktiga?
En alternativ frågeställning finns i Benjamin 3, 2007: På hur många sätt kan rutan göras klar?

Liknande uppgifter är Ecolier 6, 2005; E 12, 2006 och Benjamin 2, 2004.

8
Ett annat sätt än att gå baklänges, är att lösa problemet genom att prova sig fram.
– Om vi tänker oss 8 i stället för frågetecknet, vad får vi ut i molnet längst till höger?

Att tänka baklänges med inversa operationer förbereder för ekvationslösning:
– Vad är x om $x - 3 = 8$? Lägg till 3 i båda leden så får du $x = 11$.
– Om vi ändrar $+4$ till $\times 3$ I figuren, vad ska vi då ersätta frågetecknet med för att få 5 i sista molnet? Lägg märke till att vi då får /3 och $\times 3$ efter varandra. Vad innebär det?
– Om vi ändrar /3 till $+2$, vad ska vi då ersätta frågetecknet med för att få 5 i sista molnet? Lägg märke till att vi då får -2 och $+2$ efter varandra. Vad innebär det?

En något svårare uppgift är Cadet 8 2004, .

9
Det är inte säkert att alla barn upptäckt eller lärt sig att på en vanlig, och riktig, tärning är summan av antalet prickar/ögon på motstående sidoytor 7. Om det är 5 på ovansidan så ska det vara 2 mot bordet osv. Det totala antalet prickar kan beräknas som $3 \cdot 7$. Varför stämmer det?
Låt eleverna lägga två tärningar som bilden i problemet visar och undersök om alla ligger på samma sätt. Försök annars att ändra någon så att det ser likadant ut, men ändå är olika.
En intressant och spännande aktivitet är UPPSLAGET, Rika tärningar i Nämnaren nr 4, 2003. Uppslagen finns på *Nämnaren på nätet*, på http:/namnaren.ncm.gu.se under *ArkivN*.

Några besläktade litet svårare men stimulerande problem som utvecklar rumsuppfattning är t ex Benjamin 21, 2002; B 7, 2005; B 6, 2006 och Cadet 7, 2004 samt Junior 21, 2005.

10

Lös först ett enklare problem med två siffror, 1 och 3, och skriv ner de möjligheter som finns, 13 och 31.

– Hur blir det om vi har tre siffror men bara två positioner?

Man kan skriva 1, 2 och 3 på olika lappar och sedan lägga dessa på ett systematiskt sätt och rita bilder eller föra anteckningar efter hand.

Ett sätt att lösa uppgiften är med hjälp av träddiagram, där det tydligt framgår att det finns 3 möjligheter för första siffran. För var och en av dessa finns det 2 möjligheter för andra siffran och sedan bara en för den tredje. $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ (Multiplikationsprincipen).

första siffran	1		2		3	
andra siffran	2	3	1	3	1	2
tredje siffran	3	2	3	1	2	1

– Hur många möjligheter finns det om vi har fyra siffror 1, 3, 5 och 7 i ett kombinationslås med ett fyrsiffrigt tal?

I andra sammanhang kanske det inte spelar så stor roll i vilken ordning man väljer. Ta t ex en glass med tre kulor av olika smak, exempelvis vanilj, choklad och banan. Spelar det någon roll i vilken ordning de läggs i struten? Om inte

– Hur många möjliga glassar med 2 kulor kan man beställa om det finns 5 smaker? Med 3 kulor och 6 smaker?

Jämför också Cadet 11, 2004.

11

Här är det upplagt för att bygga och konkret se hur man fyller på med saknade klossar. Frågor kring antal och läge bidrar till utveckling av elevers rumsuppfattning.

En utvecklande aktivitet är också att bygga trappor med 2, 3, 4, 5, ... steg och utröna hur många klossar som behövs om trappan har olika bredd: en, två, tre klossar.

– Hur många klossar behövs för att fylla lådan om kuben har sidan 4, 5, 6 osv?

Liknande trevliga problem i olika svårighetsgrad har varit ganska vanliga i Kängurun, se t ex Ecolier 15, 2002; E 18, 2004 och E 2, 2006 samt Benjamin 14, 2003.

12

Eftersom 7 är med så finns det inte så många tider att välja på. Den kan ju inte förekomma annat än som andra eller fjärde siffra. Varför? Förutom 20:07 blir det:

02:07, 00:27 samt 07:02, 07:20 (27:00 finns ju inte). Nästa gång blir alltså 00:27.

Det är en bra uppgift för att diskutera tider och tidsintervall.

– Om vi utgår från 20:07, vad är klockan om 3, 4, 5 timmar? Om 11, 12 och 13 timmar? För 4, 11, 23 timmar sedan? Vad är klockan om 15, 30 och 45 minuter? Vad var klockan för 15, 30, 45 minuter sedan?

Olika frågeställningar kan formuleras med årtal: 0027, 0072, 0207, 0702, 2007, 7002. Vilket år kommer 25, 50, 100 år före eller efter ett angivet årtal?

Andra liknande uppgifter: Ecolier 14, 2002; E 7 & E 15, 2003; E 9, 2004, och Junior 2, 2006. Litet svårare är Benjamin 12, 2003.

13

Det är bra att först fundera över vem som är född först, vem som är yngst/äldst.

Be elever formulera problem med flera år (1 – 10) och flera dagar (1 – 7).

Motsvarande problem finns som Ecolier 2, 2004; E 3, 2006 och Benjamin 7, 2003.

14
Här är det en fråga om att följa texten noggrant och helst rita en bild av cyklisternas läge i förhållande till varandra. En uppföljning kan vara att fundera över hur texten skulle ändras för att ett annat valt alternativ t ex *b* skulle vara det korrekta. Det är viktigt att språkligt formulera problemställningar, så att matematiska reflektioner över relationer och variationer kommer fram.

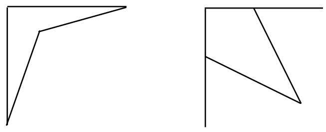
Tidigare givna problem som liknar detta: Ecolier 12, 2002; E 15, 2004; E 15, 2006.

15
Det mest konkreta är att bygga en stor kub av 27 småkuber, markera målning av den stora kubens sidoytor och gå igenom hur många småkuber som har 3, 2, 1 och ingen sidoyta målad.
En undersökning av målning av olika stora kuber kan göras, då kuben är sammansatt av
$2 \times 2 \times 2$ småkuber, $3 \times 3 \times 3$ småkuber, $4 \times 4 \times 4$ småkuber. Studera hur antalet kuber målade på tre, två, en och ingen sidoyta varierar. Finns det några mönster?

Liknande uppgifter är Ecolier 11, 2003; E 12, 2004; E 2, 2006; Benjamin 16, 2006; Cadet 16, 2002.

16
Diskutera varför omkretsen av den återstående figuren blir lika stor som den ursprungliga rektangelns då vi skär bort en liten kvadrat (rektangel) i den stora rektangelns hörn. Hur stor kan den lilla kvadratens omkrets vara för att det ska stämma? Vad händer med arean?

- Hur ska en bortskuren fyrhörning se ut för att omkretsen ska ändras?
  När blir omkretsen större och när blir den mindre?
  Se bilden av två hörn här bredvid.



Liknande problem: Ecolier 13, 2004; E 7, 2006 och Benjamin 13, 2006.

17
Mellan Mia och Per finns 6 platser, nr 5, 6, 7, 8, 9 och 10. Eftersom de sitter mittemot varandra (diametralt) så finns det också 6 platser åt andra hållet. Dessa har nummer 12, 13, 14, 1, 2 och 3, totalt 14. Det enklaste sättet att förklara är med hjälp av en figur eller med klossar.
- Hur många platser har en rund karusell, där Mia har plats nr 4 och Per sitter så långt bort det går från Mia på plats nr 16?
- Hur många platser har karusellen om det är dubbelt så många platser mellan Mia och Per åt ett håll som det är åt det andra, om de fortfarande har platserna 4 och 13? I det här fallet blir det två möjligheter. Vilka?

Liknande problem är Ecolier 15, 2004; E 11, 2005; E 15, 2006 och Benjamin 6, 2003.

18
Vi kan ställa upp en tabell, där den sista kolumnen följer av det mönster som framträder i de ritade figurerna:

Kvadratens sida	3	5	7	9	...
Antal småkvadrater	9	25	49	81	...
Antal skuggade	1	4	9	16	...
Antal vita småkvadrater	8	21	40	65	...

Ge elever i uppgift att fortsätta rita bilder, fylla i tabellen och fundera över frågor att ställa till varandra.
- Hur många skuggade småkvadrater är det i figur nr sju? Hur många vita småkvadrater är det i sjunde figuren?

Andra liknande intressanta problem som tar upp mönster är Ecolier 1 & 12, 2006, samt
Benjamin 24, 2002 och B 20, 2006.