Svar och korta lösningar Ecolier 2006

3 poäng

1. D		Den tredje figuren upprepas som nummer sex.
2. D	7	I det övre lagret återstår 2 och det var 9 klossar från början.
3. B	tisdag	I dag är det onsdag och Karl hade födelsedag igår.
4. E		För att nå andra utgångar måste man passera rum med fler än tre väggar.
5. B	4 euro	De andra beloppen 3, 6, 7 och 8 euro kan betalas utan pengar tillbaka.
6. B	16	Vid ett bord får 4 plats. För varje ytterligare bord blir det 2 platser till. Det får rum två vid varje bord, plus en vid varje kortsida på långbordet.

4 poäng

7. E	alla är lika långa	Det är lika många kvadratdiagonaler i alla fyra figurerna.
8. C	17	På gatunumren 1 – 14 finns 14 hus. På nummer 15, 17 och 19 finns 3 hus till.
9. E		Tråden är 24 längdenheter och kan formas till en rektangel med sidorna 5 och 7 längdenheter.
10. B	90 kr	Den billigaste vägen kostar (20 + 10 + 30 + 20 + 10) kr.
11. C		Pusselbitar med lika stor area som C har annan form än denna.
12. D	26	För varje större figur ökar antalet stickor som behövs i nedersta våningen med 3. Det behövs alltså 11 stickor till för det fjärde huset.

5 poäng

13. A	3 g och 1 g	I den första asken finns vikterna 4 g och 5 g. I den andra 2 g och 6 g. Med andra kombinationer för att få 9 g och 8 g går det inte jämnt ut.
14. D	2 309 415 687	Det kort man lägger först längst till vänster, måste ha så litet tal till vänster som möjligt, dvs 2. Välj sedan varje gång kort som har minst tal i positionen till vänster. Svarsalternativ A, B och E går inte att lägga.
15. B	6 m	Sparvarna sitter i ordning Olle, Leo, Moa, Ida med 2 meters mellanrum.
16 C	36	Antalet sidoytor som inte syns i figuren är 18, 6 åt varje håll. Antalet synliga är 18, 6 uppåt, 6 framåt och 6 åt sidan.
17. A	Anna och Olga	Katja, Fatima och Isabell bor på samma våning, alltså på övervåningen.
18. D	5	Eftersom Ivo får 10 extrakast har han träffat mittcirkeln 5 gånger.

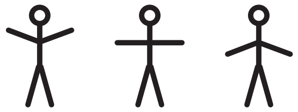
Arbeta vidare med Ecolier 2006

Vi hoppas och tror att du finner många intressanta idéer bland årets Känguruaktiviteter och att denna problemsamling kan inspirera undervisningen under flera lektioner. Här ger vi några förslag att arbeta vidare med.

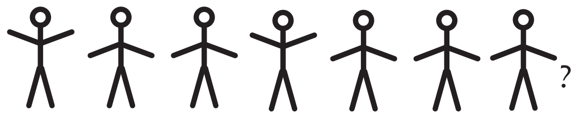
Eleverna kan lösa Känguruproblemen med olika representationer. De kan arbeta laborativt eller genom att rita bilder. De kan resonera språkligt, både skriftligt och muntligt och lösa problemen med uträkningar. Samma problem kan förstås lösas på flera olika sätt. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt. De kan gemensamt försöka finna olika lösningsmetoder, sedan jämföra och se vilken de finner enklast eller mest spännande. De kan formulera egna aktiviteter eller exempel med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över problem. Att jämföra olika uppgifter och göra kopplingar till händelser och upplevelser i eller utanför skolan är en bra utvecklingsmöjlighet. Att se likheter mellan olika problem, att se det som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av problemlösning.

Flera av exemplen har anknytning till uppgifter som varit med i tidigare omgångar. Vi visar på några sådana kopplingar, men det finns fler och också möjligheter att gå vidare till andra Känguruklassers problemsamlingar. Alla tidigare problem, som varit med sedan starten i Sverige, finns att hämta på namnaren.ncm.gu.se

Det finns naturligtvis mycket annat att göra, än det vi tar upp här. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren eller på nätet.



1 Olika exempel med de tre figurerna kan formuleras för att fördjupa utbytet kring möjliga sekvenser och regelbundenheter:
– Hur kan figurerna placeras om alternativ A ska vara det korrekta? Det finns olika sätt.
– Hur ska figurerna placeras om alternativ E ska vara det rätta?
– Vilka figurer följer i nedanstående rad?



De tre figurerna kan kopieras på kort och eleverna kan lägga egna variationer med rader och mönster. En liknande uppgift är Ecolier 2001 nr 1.

2 För att utveckla sin rumsuppfattning är det bra att fundera baklänges.
– Hur skulle figuren med kuberna sett ut om alternativ A varit det rätta? Alternativ E?
Här kan eleverna också uppmärksamma att det finns flera möjligheter för de saknade klossarnas placering.

För att utveckla rumsuppfattning är det bra att bygga rätblocket med de 18 klossarna och sedan studera och rita av det från olika håll efter att ett antal klossar tagits bort. Det kan kombineras med diskussioner kring uppgift 16.

3 Med hjälp av almanacka är det lättare att lösa uppgiften. En egen almanacka skaffar vi oss genom att skriva dagarnas namn i följd. Då har vi något att hänga upp tänkandet på. Frågorna kan varieras:
– I förrgår för en vecka sedan fyllde Isa år. Vilken veckodag var det?
– I morgon är det bara fem dagar tills jag fyller. Vad är det för veckodag då?

En litet svårare uppgift med just veckodagar hittar du i Ecolier 2004 nr 14 och en ännu svårare, men intressant uppgift, i årets Benjamin nr 19.

4 Det finns olika sätt att resonera. Vi kan söka oss fram genom rum med bara tre väggar. Vi kan också leta rätt på rummen som har fler än tre väggar, de är inte så många, och vi kan gå baklänges och se hur långt vi kommer. Då upptäcker kanske eleverna att utgångarna A – D är omgivna av rum med fler än tre väggar så att E är den enda möjliga. Att sedan göra egna labyrinter med olika geometriska figurer är populärt.

5 Vardagssituationer av det här slaget förekommer ofta. Mera sällan försöker vi kanske betala med jämna pengar eller kontrollera att vi får rätt summa tillbaka? Det kan vara bra att uppmärksamma på olika sätt, i tanken eller med riktiga pengar.

Gör egna varianter som t ex: Ada har tre mynt, 5, 2 och 2 euro i sin plånbok. Vilka belopp mellan 1 och 9 euro kan hon betala utan att få tillbaka?

6 Här är det lämpligt att se hur många platser det blir när vi sätter ihop två bord och sedan tre bord för att därefter generalisera och se att det blir 2 platser extra för varje bord. Uppmuntra barnen att rita och dra slutsatser. När vi sett hur det fungerar kan vi fundera på hur många bord det behövs för t ex 28 eller 36 på skolfesten. Att formulera en formel i ord är bra och förbereder för mer formellt, algebraiskt tänkande:
Antalet personer = 2 × antalet bord + 2 (på ändarna) dvs $p = 2 \cdot n + 2$ med symboler.
Antalet bord som behövs = Hälften av (antalet personer – 2) dvs $n = ½ \cdot (p - 2)$.

7 Intuitivt verkar kanske D ge den kortaste vägen då den håller sig inom ett mindre område. Men eftersom det finns lika många kvadratdiagonaler i alla figurerna så är vägarna faktiskt lika långa. Här kan det vara bra att jämföra med ett gatunät där vi söker oss från en punkt till en annan och måste följa gatornas sträckning.
Jämför Ecolier 2002, nr 11 och en litet mer utmanande uppgift i Benjamin 2004, nr 13.

8 Det finns olika sätt att resonera. Det enklaste är kanske att konstatera att det finns hus på alla nummer från 1 till 14 och sedan lägga till antalet hus på 15, 17 och 19? Men vi kan också undersöka hur många udda tal det finns 1 – 19 och hur många jämna mellan 2 och 14. Vi kan skriva upp alla talen i en följd och t ex först komma underfund med att från 1 till 10 finns det 5 udda och 5 jämna tal, sedan att från 1 till 14 finns det 7 udda och 7 jämna tal, från 1 till 20 finns det 10 udda och 10 jämna.
Jämför med Ecolier 2002, nr 7.

9 Den svarta tråden är 24 cm. Vilka olika rektanglar går det att forma med denna tråd? Ja, det är en intressant uppgift att arbeta med. Här är det viktigt att vara systematisk och gå igenom alla möjligheter, t ex ta dem i ordning med en av rektangelsidorna 1, 2, 3 osv.
Jämför med Ecolier 2005, nr 14.

10 Eleverna kan göra egna uppgifter av motsvarande slag eller ändra i figuren som finns. Hur skulle bilden sett ut om alternativ C hade varit det riktiga? Alternativ D? Vilket/vilka priser behöver ändras för att alternativ A ska vara det korrekta?

11 En uppgift att arbeta vidare med är att rita alla tänkbara pusselbitar som består av fem småkvadrater, som i alternativen B, C och D. Vilka andra finns det? Om man vill börja med något enklare så kan man börja med 2, 3 och 4 småkvadrater och se hur antalet växer. Eleverna kan också göra egna pussel med bitar av olika storlekar, men som ska passa i en given rektangelform, t ex 5 × 7 rutor.
Liknande uppgifter att studera är Ecolier 2002, nr 3, 2003, nr 9 och 2004, nr 6.

12 Matematiken handlar mycket om mönster, att finna talmönster eller geometriska mönster och studera hur de är uppbyggda. I det här exemplet kan vi tänka oss att vi bygger större och större hus genom att bygga en ny bottenvåning för att få ett nytt hus. För varje hus ökar antalet stickor som behövs i nedersta våningen med 3. Det behövs alltså 11 stickor till för det fjärde huset. Hur många stickor behövs för det femte och sjätte huset? För det tionde? För det tjugonde?

13 Vi ser att summan av de sex vikterna är 21 g. Hur skulle uppgiften formuleras om för att alternativ B ska ge det korrekta svaret? Alternativ E?
Om vi tar bort villkoret att det ska vara två kulor i varje ask och tänker oss andra alternativ, så kan det ligga 1 g, 2 g, 6 g i den första asken och 3 g, 5 g i den andra. Då blir vikten 4 g över till den tredje asken. Finns det någon annan kombination som är möjlig i detta fall?
Liknande problem är Ecolier 2004, nr 5.

14 Det kan vara bra att börja med ett enklare alternativ med t ex 9, 5, 8 och 3 på lappar och sedan kanske med t ex 19, 63, 24 och 217 för att diskutera hur positionssystemet fungerar. Då är det lämpligt att också fundera över hur lapparna ska läggas för att talet ska bli så *stort* som möjligt. En utvidgning är att diskutera hur man med lapparna ska lägga två tal som har så liten eller så stor summa/differens som möjligt. En annan variant är att eleverna får sätta + eller – på alla tal och sedan addera/subtrahera för att komma så nära noll som möjligt.
Liknande, litet svårare, problem är Ecolier 2002, nr 20.

15 Även här kan det vara bra att arbeta med lappar och placera dessa enligt textens information. Vilket avstånd skulle det vara mellan Leo och Ida för att alternativ A skulle vara det korrekta? Liknande problem är Ecolier 2003, nr 13 och Ecolier 2005, nr 11.

16 För att utveckla rumsuppfattning kan det vara bra att börja med 4 hoplimmade klossar i motsvarande bygge. Genom att bygga och/eller rita och föreställa sig byggnadens utseende från olika håll kan vi komma fram till att 18 sidor ska målas. Sedan kan vi fortsätta med problemets byggnad och kanske också göra den större med en våning till i botten. Hur många sidoytor ska då målas? Ser du något mönster?
Liknande problem är Ecolier 2003, nr 10 och 2004, nr 18.

17 Även här är det bra att skriva namnen på lappar och sedan placera ut dessa enligt textens villkor. Hur skulle texten ändras för att alternativ C skulle vara det korrekta?
En liknande uppgift är Ecolier 2004, nr 13 och en något svårare uppgift är Benjamin 2005, nr 21 formulerad om flickorna i denna uppgift:

Isabell, Anna, Katja, Olga och Fatima sitter på en parkbänk. Isabell sitter inte längst till höger. Anna sitter inte längst till vänster. Katja sitter varken längst till höger eller längst till vänster. Fatima sitter inte bredvid Katja. Katja sitter inte bredvid Anna. Olga sitter till höger om Anna, men inte nödvändigtvis intill henne. Vem sitter längst till höger?

A: Olga B: Anna C: Katja D: Fatima E: Det går inte att avgöra.

18 Om Ivo träffar mittcirkeln med ett kast så får han kasta 10 + 2 pilar, om han träffar med två kast får han 10 + 4 pilar osv. Om Ivo istället skulle få *en* extrapil för varje träff i mittcirkeln, vilket alternativ är då det korrekta?
Liknande uppgifter är Ecolier 2003, nr 16 och 18.

Litteraturförslag
Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem*. Stockholm: Liber.
Persson, U. & Toom, A. (2006). Ryska matematiska skolproblem i *Nämnaren 1, 2006*. s 19 – 27.
Nämnaren. Varje nummer innehåller Problemavdelningen, Kängurusidan och DPL, Dialoger om problemlösning, för lärares arbete med problemlösning.
namnaren.ncm.gu.se Kängurusidan, PDF-arkivet: Problemavdelning och DPL.