Arbeta vidare med Junior 2005

Det är vår förhoppning att du ska finna många intressanta uppslag bland årets Känguruproblem och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under flera lektioner. Här ger vi några förslag till arbeten.

Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter att jämföra och se vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Jämföra problemen och göra kopplingar inom och utom matematik är en utvecklingsmöjlighet. Att kunna se likheter mellan olika problem, att kunna se vad som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av problemlösning. Flera av problemen har anknytning till problem som varit med i tidigare omgångar. Vi visar på några sådan kopplingar, men det finns fler och också i andra tävlingsklasser. Alla tidigare problem finns att hämta på namnaren.ncm.gu.se

Det finns naturligtvis mycket annat att göra. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på Kängurusidan i Nämnaren eller på nätet.

1. I en familj bestående av ett antal tvåbenta personer har man ett antal fyrbenta vänner. Tillsammans har de 30 ben. Hur många fyrbenta vänner finns det i familjen?
   Erik säger att han har ett antal papegojor och ett antal hundar och att de tillsammans har 17 ben. Talar han sanning?
   Liknande problem, se nr 3 Benjamin 2002, nr 5 Benjamin 2001.

2. Hur många elever är bättre än Sasha, hur många är sämre?
   Ett liknande problem var nr 4 på Junior 2003.

3. På hur många olika sätt kan man placera ut åtta kängurur i rutnätet? På hur många sätt kan man placera ut åtta kängurur så att det redan från början finns två i varje rad och kolumn?
   Problemet kan genomföras praktiskt med rutnät och knappar.
   Liknande problem fast med kort fanns med på förra årets kängurutävlingar, se nr 4 på Cadet 2004, nr 17 på Junior 2004.

4. Rita den utvikta kuben utifrån de andra svarsalternativen.
   Ett liknade problem men med ett utvikt hus var nr 10 på Benjamin 2003.

5. Vilket är förhållandet mellan antal flickor och pojkar? Hur många pojkar blir det om det istället är de jämna paren som består av två pojkar? Skriv ett uttryck för antal pojkar om det är $2k$ elever, $k = 2, 3, 4,...$

6. Gör en tabell över antalet uppblåsta ballonger efter var 3: e minut. Diskutera vilket diagram som bäst beskriver antalet ballonger efter t minuter. Formulera en funktion som beskriver situationen.

7. Be eleverna konstruera skuggade och vita cirkeldelar som uppfyller de andra svarsalternativen. Lägg till fyra cirklar, en mellan varje yttre, rita en kvadrat med hörnen i de nya cirklarnas medelpunkter och skugga alla cirkeldelar innanför kvadraten. Vilket är förhållandet nu? Bestäm arean av den ursprungliga kvadraten om cirklarna har radien r. Bestäm den nya kvadratens area. Bestäm förhållandet mellan kvadraternas areor.
   För liknande problem, se nr 7 och nr 16 Junior 2004, nr 28 Junior 2001.

8. Rita upp cementblocken i lämplig skala. Hur många kanter har blivit längre? Hur många gånger större har arean av blocket blivit? Diskutera längdskala, areaskala och volymskala.
   Ett liknande problem var nr 16 Benjamin 2002.

9. Finn först de sju kvadraterna, vilka storlekar har kvadraterna? Rita därefter in trianglarna. Vilka storlekar kan trianglarna ha? Vilket är förhållandet mellan areorna av de olika tringlarna? Likformighet. Topptriangelsatsen.

10. Hur lång tid tar det för mamman att varva Skutt om Skutt hade fortsatt att hoppa? Beskriv mammans respektive Skutts sträcka som funktion av tiden. Rita grafer som beskriver rörelsen. Liknande problem var nr 3 på Junior 2002, nr 20 på Student 2002.

11. Låt eleverna fylla i övriga rutor i kvadraten. Vilka differenser förekommer mellan elementen i talföljderna? Konstruera liknande problem. Diskutera vad som menas med en aritmetisk talföljd. Hur bestämmer man summan av elementen i en aritmetisk talföljd?

12. Diskutera vinkelsumman i en triangel, yttervinklar. Konstruera tiohörningen. Vilken vinkelsumma har en tiohörning? Undersök vinkelsumman i månghörningar.

13. Vad menas med förhållandet 2:1 respektiver 4:1? I vilka delar bör vi jämföra de två blandningarna? Hur blir det om flaskan med blandningsförhållandet 2:1 är dubbelt så stor som den andra flaskan. Gör liknande problem med andra förhållanden. Kan ni hitta en praktisk tillämpning som liknar detta problem?

14. Vilken summa har de 10 talen? Be eleverna ge exempel på 10 olika tal som har summan 100. Diskutera hur man kan räkna ut summan av tal som är konsekutiva. Ändra t.ex. till 15 olika positiva tal med medelvärdet 15. Liknade problem var nr 7 på Cadet 2003.

15. Rita in den skuggade cirkeln i figuren. Diskutera olika sätt att beräkna det skuggade området. Vilken area har det skuggade området om radien istället är r? Liknande problem, se nr 17 Junior 2003, nr 28 Junior 2001.

16. Konstruera de två trådfigurerna och låt eleverna undersöka hur många delar de kan ha gemensamt. Diskutera hur en strategi för lösning kan se ut, t ex utgående från att alla relevanta placeringar av den första figuren kan fås genom vridningar, spegling (vändning), förflyttningar och kombinationer av dessa.

17. Antag att trippelmätaren nollställdes när resan påbörjades. Vid vilket klockslag startade resan?

18. Låt eleverna klippa till 4 rektanglar med måtten 1×4, 3 med måtten 1×3 och 1 med måttet 1×2. Bygg därefter alla möjliga större rektanglar bestående av de sju rektanglarna. Vilken area respektive omkrets får de större rektanglarna? Vad är den teoretiskt minsta omkretsen hos en rektangel med arean 24. Kan du få fram detta genom ett algebraiskt resonemang?

19. Hur stor är sannolikheten att få summan 18 om man på måfå tar upp två kulor? Ändra t.ex. frågeställningen till att det ska finnas tre vars summa blir 18. Prova också ett annat antal kulor och en annan summa. Se även nr 18 på Student 2005.

20. Repetera volymen av en pyramid. Vik pyramiderna i uppgiften av papper och pussla ihop dem till en kub. Vilken sidlängd har denna kub? Hur många småkuber innehåller den? Låt eleverna laborativt bestämma pyramidens volym utifrån de 14 kuberna. Problem om pyramid, se nr 3 på Junior 2004.

21. Låt eleverna lösa uppgiften med hjälp av tärningar och beskriva den ögonserie som kommer upp. Starta med ett annat antal ögon uppåt och gör motsvarande rullningar.

22. Rita upp tomterna och markera de kända längderna. Hur stor area har de två tomterna jämfört med varandra? Diskutera olika sätt att lösa problemet.

23. Hur kan man primtalsfaktorisera 10^{2^2}? Vilka fyrsiffriga tal kan man bilda av faktorerna? Samma sak med t ex tresiffriga tal som går jämnt upp i 1000.
Liknande problem, se nr 19 och 21 på Junior 2004.

24. Är det någon skillnad om man väljer den svarta rutan först och den vita därefter? När man valt en ruta hur många möjliga rutor finns det då kvar att välja? Hur stor är sannolikheten att välja två rutor, en vit och en svart så att de ligger i olika rader och i olika kolumner om man väljer på måfå?