Arbeta vidare med Cadet gymnasieversion 2005

Det är vår förhoppning att du ska finna många intressanta uppslag bland årets Känguruproblem och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under flera lektioner. Här ger vi några förslag till arbeten.

Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder, t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt. På så sätt kan de komma fram till olika lösningsvarianter att jämföra och se vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Att jämföra problemen och göra kopplingar inom och utom matematik är också en utvecklingsmöjlighet. Att kunna se likheter mellan olika problem, att kunna se vad som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av problemlösning. Flera av problemen har anknytning till problem som varit med i tidigare omgångar. Vi visar på några sådan kopplingar, men det finns fler och också i andra tävlingsklasser. Alla tidigare problem finns att hämta på namnaren.ncm.gu.se

Det finns naturligtvis mycket annat att göra. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren eller på nätet.

1 I en familj bestående av ett antal tvåbenta personer har man ett antal fyrbenta vänner. Tillsammans har de 30 ben. Hur många fyrbenta vänner finns det i familjen?
Erik säger att han har ett antal papegojor och ett antal hundar och att de tillsammans har 17 ben. Talar han sanning?
Exemplet kan användas för att diskutera prioritering mellan räknesätt och att parenteser beräknas först vid genomförandet av olika räkneoperationer.
Observera även uttryck som $6 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 5 = 6 \cdot (3 + 4 + 5) = 6 \cdot 12$. Varför stämmer detta?
Arbeta vidare med hur räknelagarna utnyttjas vid effektiva huvudräkningsstrategier.
Liknande problem se nr 3 Benjamin 2002, nr 5 Benjamin 2001.

2 På hur många olika sätt kan man placera ut åtta kängurur i rutnätet?
På hur många sätt kan man placera ut åtta kängurur så att det redan från början finns två i varje rad och kolumn? Problemet kan genomföras praktiskt med rutnät och knappar.
Ett liknande problem fast med kort fanns på Cadet 2004. Ett ganska svårt men likartat problem som intresserade elever kan pröva på hittar du i Nämnaren nr 4, 1995, s 47.

3 På hur många sätt kan myran ta sig från punkten A till punkten B om den bara kan gå utefter kanterna? Hur ska myran gå om den ska gå närmaste vägen från A till B? Hur lång blir den?
Här är det idé att göra en pappmodell som kan vikas ut och studera hur myran ska krypa mellan olika punkter på kuben för att sträckans längd ska minimeras. Undersök t ex hur den kortaste vägen mellan två motstående hörn går.
Se också Benjamin 2003, uppgift 22 och Student 2002, uppgift 13 som också diskuteras på Kängurusidan i Nämnaren nr 1, 2005.

4 Ändra antal portioner, antal barn och förutsättningarna mellan flickor och pojkar.

5 Rita den utvikta kuben utifrån de andra svarsalternativen.
Den här typen av problem har förekommit i tidigare Kängurutävlingar t ex i problem 21, Benjamin 2002, nr 10, Benjamin 2003, nr 3, Cadet 2003, nr 12, Ecolier 2004, nr 7, Cadet 2004.
Jämför också NämnarenTEMA, Uppslagsboken s 54 – 55.

6 Rita stolpar och placera ut kajorna enligt förutsättningarna. Hur skriver man algebraiskt de två sambanden mellan stolpar och kajor? Ändra förutsättningar, t ex tre kajor på varje stolpe.

7 Hur bred blir gången om det är 10 m skillnad mellan inner- och ytterkanter. Vilka mått har trädgården? Blir det någon skillnad om trädgården är kvadratisk eller rektangulär?
Hur blir det om trädgården är cirkulär eller triangulär?
Diskutera om grusgången i exemplet verkligen har samma bredd överallt. Hur är det i hörnen?
I vilka sammanhang i vardag och verklighet utnyttjar vi att innerkant och ytterkant ger olika omkrets? Titta även på nr 18, Benjamin 2002.

8 Vilken omkrets har rummet? Hur kan man beräkna rummets area? Konstruera andra rum med samma area, samma omkrets.

9 Har det någon betydelse om frågan istället är, hur många timmar är en tredjedel av hälften av ett kvarts dygn? Resonera om delar av år, månader, dygn, timmar.

10 Ändra procenttalen. Hur många elever är det i Bullerbyns skola om 6 elever har både cykel och rullskridskor? Resonera om antal elever som har rullskridskor. Om istället 30% av eleverna har cykel och 50% av dem rullskridskor så blir andelen som har både cykel och rullskridskor densamma som i uppgiftens formulering. Varför blir det så? Skulle det bli någon skillnad om man säger att 50 % av eleverna har rullskridskor och bland dem har 30 % cykel?
Ett liknande problem var nr 19, Cadet 2002.

11 Resonera med eleverna hur de tänkt, vilka lappar dom ”klippt” när de funderat över eller löst denna uppgift. Jämför hur mönstren utvecklas med olika tankesätt. Spelar det någon roll om man ser detta som en verklig händelse eller som ett tankeproblem?
Skriv upp mönstret och formulera en formel för att kunna bestämma antal papper efter n st klippningar. Ungefär hur många gånger kan man klippa innan pappersbitarna blir så små att vidare klippning inte är praktiskt genomförbart?

12 Diskutera olika lösningsmetoder. Vilka tal uppfyller villkoret?
Hur många är talen om de ska bli mer än dubbelt så stora, fyra gånger så stora?
Hur blir det med tresiffriga tal?

13 Bestäm även vinkel B och C. Vilken typ av triangel är det? Hur långa är sidorna i triangeln?
Hur stora är vinklarna om A är tre gånger stor som vinkeln B och B är hälften av C?
Gör fler övningar med andra förutsättningar?
Kan man ge en lösning på problemet om formuleringen ändras till:
vinkel A är x gånger så stor som vinkeln B och vinkeln B är $1/y$ av C?

14 Låt eleverna rita cirklarna, klippa ut de skuggade delarna och flytta om dem.
Be eleverna konstruera skuggade och vita cirkeldelar som uppfyller de andra svarsalternativen.
Hur blir det om man även räknar med de vita ytorna inuti kvadraten?
Liknande problem var nr 4, Cadet 2002.

15 Diskutera olika lösningsmetoder. Hur bestämmer man antal vänner? Formulera liknande problem. Hur kan man lösa uppgiften genom att resonera, utan att formellt ställa upp ekvationen?

16 Undersök vinkelsumman i månghörningar. Hur stora är vinklarna i regelbundna femhörningar, sexhörningar osv.

17 Diskutera likformighet. Låt eleverna rita figuren och klippa bort trianglarna DFC och CEF.
Vilken typ av trianglar är det? Vilka mått har rektangeln DBEF?

18 Låt eleverna skriva upp möjliga kombinationer. Vad vet man om den första siffran? Ta bort förutsättningen att alla siffror ska vara olika. Vilka kombinationer är då möjliga?
Låt eleverna konstruera egna kodproblem.
En liknande uppgift som denna hittar du i Cadet 2001, nr 13:
I Nämnaren nr 4, 2001 finns flera artiklar och problem som behandlar kryptering, t ex *Uppslaget*.

19 Kan man exakt bestämma hur flickorna sitter? På hur många sätt kan de fem flickorna sätta sig på bänken? Konstruera en liknande uppgift själv.
Pröva också uppgift 12, 2002 och nr 7, Cadet 2002. En enklare variant fanns i Ecolier 2004, 13.

20 Konstruera de två trådfigurerna och låt eleverna undersöka hur många delar de kan ha gemensamt. Man kan också rita den ena ståltrådsfiguren på ett OH-ark och relatera till den andra figuren genom att vända och vrida på OH-figuren.
När man hittat lösningen med 5 cm gemensamt, hur vet man att det inte finns någon variant med 6 cm gemensamt? Diskutera hur en strategi för lösning kan se ut, t ex utgående från att alla relevanta placeringar av den första figuren kan fås genom vridningar, spegling (vändning), förflyttningar och kombinationer av dessa.
Det kan också vara stimulerande för eleverna att fundera över egna figurer, formuleringar och problem. En något enklare variant finns i Benjamin 2002, nr 2.

21 Diskutera vinkelsumman i en triangel, yttervinklar. Hur visar man att vinkelsumman i en triangel alltid är 180 grader? Konstruera tiohörningen. Vilken vinkelsumma har en tiohörning? Undersök vinkelsumman i månghörningar. Låt eleverna försöka hitat en formel för vinkelsumman i en n-hörning?

22 Vilken summa har de 10 talen? Be eleverna ge exempel på 10 olika tal som har summan 100. Diskutera hur man kan räkna ut summan av tal som är konsekutiva. Ändra t ex till 15 olika positiva tal med medelvärdet 15.

23 Diskutera tals paritet, summan av två jämna eller udda tal är jämn, summan av udda och jämnt tal är udda. Hur kan man skriva två på varandra följande tal, tre på varandra osv.
Ställ upp ekvationer som uppfyller villkoren.

24 Bestäm längden av talen 2 – 20. Primtalsfaktorisera tal.