Svar och korta lösningar

1. (C) $2004 - 4 \times 200 = 2004 - 800 = 1204$

2. (D) Den rektangel som passar in ska ha fyra svarta rutor. Alltså är E uteslutet. Att den ska ha en svart hörnruta, utesluter A, B och C.

3. (C) I kolumn två saknas ett klöver. Då har vi två möjligheter, hjärter och ruter till rutan med?.

4. (B) $612 - (1/2 \cdot 612 + 1/4 \cdot 612 + 1/6 \cdot 612) = 612 - 561 = 51$

5. (C) $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12) = (-1) + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

6. (A) Talet innehåller 10 siffror. Eftersom summan av samtliga siffror blir 9 måste talet innehålla minst en nolla. Produkten blir därför 0.

7. (E)

8. (E) Börja från resultatet och utför den motsatta operationen.

$50 - 1 = 49$, $\sqrt{49} = 7$, $7 \cdot 3 = 21$, $\dfrac{21}{0{,}5} = 21 \cdot 2 = 42$

9. (B) Eftersom summan av de tre första talen är lika med summan av talen i rutorna 2–4 måste talen i ruta 1 och ruta 4 vara desamma. På samma sätt är vart tredje tal samma. Talet 7 står därför i ruta 1, 4, 7 och 10. Talet 6 i ruta 3, 6 och 9.

Följaktligen står talet 8 $(=21-6-7)$ i ruta 2.

10. (C) Ett vanligt år har 365 dagar och $365 = 52 \cdot 7 + 1$. Det betyder att om ett år börjar på en torsdag slutar det även på en torsdag och nästa år kommer att börja på en fredag och sluta på en fredag.

11. (B) Den första smaken kan väljas på 7 sätt och den andra på 6 sätt, dvs $7 \cdot 6 = 42$ sätt. Men valet jordgubb/vanilj och vanilj/jordgubb ger samma smakkombination. Vi måste dividera med 2. Det finns 21 smakkombinationer.

12. (C)Innerdiametern på varje ring är 4 cm och tjockleken 1 cm. Varje ring bidrar med 4 cm till kedjan och ytterringarna med ytterligare 2 cm. Det ger $4n + 2 = 170$ med $n = 42$.

13. (B) Dela det skuggade partiet vid hörnet A i två delar utefter diagonalen. Flytta en del till hörnet B och en del till hörnet D. Den skuggade delen utgör då halva kvadraten.

14. (D) I en triangel gäller alltid att summan av två sidors längder är alltid större än den tredjes längd. Eftersom vinkeln mellan AB och AC är större än 60° är BC den längsta sidan. BC kan vara 6 cm, 7 cm, 8 cm och 9 cm.

15. (C) Vi har en kvadrat med arean $6^2 = 36$. Den delas i tre lika stora delar, dvs. varje del har arean 12. AB är den gemensamma basen i två trianglar, vardera med höjden 3. Deras samman lagda area är $2 \cdot \dfrac{x \cdot 3}{2} = 3x$ som ska vara 12. Alltså är $x = AB = 4$.

16. (E) Farfar, farmor och de sju barnbarnens sammanlagda ålder är $9 \cdot 28 = 252$

De sju barnbarnens sammanlagda ålder är $7 \cdot 15 = 105$

Farfar och farmor är tillsammans $252 - 105 = 147$ år. Om farfar är x år så är farmor $(x-3)$ år. Det ger $x + x - 3 = 147$ med lösningen $x = 75$.

17. (C) Svaret måste vara en potens av talet två, eftersom $4 = 2^2$. De enda tal som är potenser av 2 är $256 = 2^8$ och $2048 = 2^{11}$. Den största produkt som kan bildas är $4^5 = 2^{10} = 1024$.

18. (B) Anta att första kängurun talar sanning. Då kommer de efterföljande att ljuga.

Anta att första kängurun ljuger. Då kommer den andra kängurun att tala
sanningen men de efterföljande att ljuga.

19. (D) Volymen på ett byggblock är 6. Kubens volym är något tal upphöjt i 3, men måste också vara delbart med 6. Sidorna, 1, 2, 3, 4 och 5 dm är alltså inte möjliga. En kub med sidan 6 går dock att bygga genom att bygga en kvadratisk bottenplatta med höjden 1 dm av 6 byggblock och sedan lägga sex sådana kvadrater ovanpå varandra. För att få en kub behövs det sex sådana plattor, dvs $6 \times 6 = 36$ tegelstenar.

20. (B) Antag att sträckan från stan till badstranden är s. Tiden för ditfärden blir $t_1 = \dfrac{s}{30}$ och för hemfärden $t_2 = \dfrac{s}{10}$.

Sammanlagd tid blir $t_1 + t_2 = \dfrac{s}{30} + \dfrac{s}{10} = \dfrac{2s}{15}$.

Medelhastigheten blir $\dfrac{2s}{\frac{2s}{15}} = 15$

21. (A) $a \cdot b = 10\,000 = 10^4 = (2 \cdot 5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625$

$a + b = 16 + 625 = 641$

Arbeta vidare och utveckla problemidéerna

Som vi flera gånger har påpekat kan problemen användas i undervisningen även efter tävlingsdagen. Det är vår förhoppning att du ska finna många intressanta uppslag och att denna problemsamling ska kunna inspirera undervisningen under flera lektioner. Här är några förslag till arbeten. Många av känguruproblemen kan lösas med olika metoder t ex laborativa eller genom att man ritar och resonerar. Eleverna kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt och på så sätt komma fram till olika lösningsvarianter och vilken de finner enklast. De kan också formulera egna aktiviteter eller problem med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig genom att fundera över exemplen. Det finns naturligtvis mycket annat att göra. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i Nämnaren eller på namnaren.ncm.gu.se

Avsikten med Kängurutävlingen är inte är att pröva vad eleverna kan. Enskilda problem, från olika tävlingsklasser, kan dock senare användas för att låta elever visa vad de kan. Exempel på hur några problem kan användas med det syftet kommer att finnas på *Kängurusidan* senare i vår.

1. Här är det lämpligt att ta upp prioriteringsreglerna för de olika räknesätten. Hur ska man skriva om man vill ha svaret 400 000? Vad blir $200 \times 4 - 2004$?

2. Hur ska man göra för att få en helt vit rektangel?

3. Låt eleverna undersöka på hur många sätt man kan lägga ut alla de 16 korten. Jämför gärna med Benjamin 2 där en liknande variant finns. Det här kan jämföras med magiska kvadrater där man ska placera ut tal så att summan i alla rader, kolumner och diagonalen blir densamma.

4. Hur stor del av kulorna är blå, röda och gröna? Hur stor del har en annan färg? Ändra gärna delarna och antal kulor. Hur många färger kan Said maximalt ha om hälften har färg 1, en fjärdedel färg 2, en sjättedel färg tre, en åttondel färg 4, en tiondel färg 5 och så vidare? Beror svaret på antalet kulor han har från början?

5. Här kan man diskutera vikten av parenteserna. Vilket värde får uttrycket om man tar bort parenteserna utan tänka på teckenregler? Hur ser uttrycket ut om man först tar bort parenteserna innan man beräknar värdet?

6. Be eleverna skriva upp tiosiffriga tal som har siffersumman 9. Vilket är det minsta tiosiffriga talet som har siffersumman 9. Vilket är det största?

7. Låt eleverna bygga kuber utifrån de fem svarsalternativen. På vilka andra sätt skulle man ha kunnat rita det rätta svarsalternativet.

8. Låt eleverna skriva upp den ekvation $(x \cdot 0{,}5 \cdot 1/3)^2 + 1 = 50$ som man får om man antar att det sökta talet är x. Vad kallas en sådan ekvation? På vilka sätt kan man lösa den? På vilka sätt kan man förenkla vänsterledet? Varför finns det två lösningar? Låt eleverna göra likadana uppgifter och byta med varandra.

9. Här kanske det behövs diskuteras att de enda tal som kan vara med är 6, 7 och 8 och att de måste stå i samma ordning. Låt eleverna skriva i talen i rutorna, för att se mönstret. Vilket tal kommer att stå i ruta nr 2004?

10. I år är det skottår. Vilka veckodagar finns det flest av i år? Hur blir det nästa år? Ett liknande problem men gällande veckodagar i en månad förekom i Cadet 2002. I Ecolier nr 13 finns ett problem som handlar om veckodagar.

11. Börja med ett färre antal smaker, t ex tre och låt eleverna skriva upp alla möjliga smakkombinationer. Hur många olika blir det? Hur kan man räkna ut det? Fortsätt med fyra smaker osv. Kan man ändra antalet smaker så att de andra svarsalternativen blir rätt? Hur blir det om alla vill ha tre kulor i struten?

12. Hur lång är en kedja bestående av två ringar, tre ringar osv? Försök få eleverna att finna ett mönster. Låt eleverna bestämma antal ringar vid andra längder på kedjan. Hur lång blir en kedja bestående av 2004 ringar? Ändra även villkoren på ringarnas innerdiameter och tjocklek. En liknande uppgifter om att finna mönster fanns i Benjamin2002.

13. Här kan det vara lämpligt att eleverna själva får rita kvadraten och de två halvcirklarna, skugga, klippa ut delarna och undersöka storleken på den skuggade arean. Skugga mindre delar i figuren och be eleverna ta reda på storleken av den skuggade arean. Låt eleverna konstruera liknande problem med andra geometriska figurer. Prata om symmetrier.

14. Låt eleverna rita triangeln. Diskutera med eleverna villkoren för att det ska vara en triangel. Hur ändras triangelns utseende om vinkeln BAC ändras? Vilka heltalslängder kan sidan BC ha om omkretsen ska vara ett helt antal centimeter? Samma fråga med vinkeln BAC mindre än 60°.

15. Hur lång blir sträckan AB om punkterna ligger utefter diagonalen? Placera ut punkterna A och B på andra sätt i kvadraten och dra linjer till de fyra hörnen så att kvadraten delas in i tre lika stora delar. Hur lång blir sträckan AB?

16. En enklare variant finns på Benjamin, nr 9. Ett liknande problem var nr 7 på Cadet 2003. Vad menas med medelålder och hur har man fått fram den? Hur får man då fram deras sammanlagda åldern? Konstruera liknande problem som de får öva på.

17. Hur många olika tal kan de fem barnen tänka på? Vilka tal kan förekomma? Vilka tre tal skulle behövas om man vill ha de andra svarsalternativen? Finns det flera varianter som ger samma svar (för alla svarsalternativ)?

18. Kan man veta vilken känguru som talade sanning? Om jag säger ”jag ljuger” talar jag då sanning eller ljuger jag?

19. Vilken volym har kuben? Går det att bygga kuben med 36 tegelstenar på mer än ett sätt? Ändra sidornas längder och fråga efter hur många stenar som minst behövs för att bygga en kub. Hur många tegelstenar behövs för att bygga nästa storlek på kub?

20. Detta är ett problem som eleverna brukar göra fel på. Sträckan är konstant och hastigheten är omvänt proportionell mot tiden. Ändra hastigheterna och låt eleverna bestämma medelhastigheten? Hur lång tid tar det för solbadaren att cykla dit respektive hem om sträckan är t ex 3 km? Om Stina cyklar x km/h till stranden och y km/h hem igen, vad blir då medelhastigheten. Om man skall köra 100 km på en väg som består av 50 respektive 110 km/h-sträckor, hur långa får 50-sträckorna vara tillsammans om man vill hålla medelhastigheten 100km/h?

21. Börja med att primtalsfaktorisera 10 000. Vilka tal kan a och b vara? Vilka summor kan man få om man tar bort förutsättningen att a och b inte är jämnt delbara med tio? Vilket svar på summan av $a + b$ får man om $ab = 10$, $ab = 100$, $ab = 1\,000$ osv och a och b inte är jämnt delbara med tio? Be eleverna konstruera liknande problem där en given produkt och ett villkor på de ingående talen gör att man kan beräkna summan. Vad behövs för villkor på produkten?