Bengt Anderberg

Hur fort springer du 60 m?

Att använda händelser från vardagen för att illustrera uppgifter i matematik kan ibland leda till oväntade komplikationer. Artkeln behandlar tal i decimalform.

I en uppgift från nationella provet i matematik, där bedömningsområdet är ”Tal i skolans värld” ges en uppgift som handlar om elever som springer 60 m på vissa tider och man ska i uppgiften ordna tiderna från segraren till den som kom sist,

De tider som ska ordnas är: 9,85 s, 10,2 s, 9,7 s och 10,12 s. Man vill således testa om eleverna rätt kan ordna de givna talen från det minsta till det största. Mätetalen är givna med olika antal decimaler och det gäller att känna till att 9,7 < 9,85 och att 10,12 <10,2 , vilket vi vet är ett stort problem för många elever med dålig begreppsuppfattning om tal skrivna i decimalform. Lösningsfrekvensen för hela landet var 40 %.

I stället för att presentera problemet som ett rent matematiskt problem väljer man att presenterar det som ett förment praktiskt problem från elevernas erfarenhetsvärld. Men är det verkligen det? Och hur påverkas elevernas lösningsstragier av detta?

Tider vid skoltävlingar anges aldrig med noggrannheten hundradels sekund. För detta torde krävas speciella startblock och elektronisk tidtagning. Och man anger aldrig som i den här uppgiften ”från skolans värld” i en och samma tävling tider med olika noggrannhet.

I det här fallet går det dock bra att ordna talen från det minsta till det största – 9,7, 9,85, 10,12, 10,2 även då det råkar vara fråga om mätetal och inte bestämda tal .

9,7 ligger i intervallet 9,65 ≤ t < 9,75 och 10,2 i intervallet 10,15 ≤ t < 10,25. Men hade” treans” tid angivits till 10,17 s och ”fyrans” tid som här till 10,2 blir det problematiskt att veta vem som kom först.

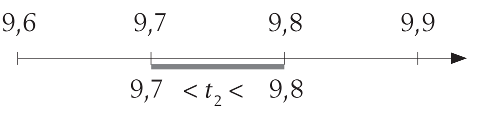
Och i följande uppgift blir det verkligen bekymmer när problemet att finna ett tal mellan 9,7 och 9,8 ges som uppgift från den yttre verkligheten i stället för ett problem från den matematiska begreppsvärlden.

Vilken tid hade tvåan?

Vid en skoltävling på 60 m fick segraren tiden 9,7 s och trean 9,8 s.
Vilken tid tror du tvåan hade?

Förväntat svar

Tvåans tid var t ex 9,75 s, 9,73 s , 9,77 s eller något annat tal med två decimaler som säkert ligger mellan 9,7 och 9,8 dvs att 9,7 s < t_2 < 9,8 s.



Ett inte ovanligt svar lär vara 9, 7 1/2 och 9,7,5. Men har problemet från verkligheten – och kanske från elevernas erfarenhetsvärld – samma lösning som det matematiska problemet att i decimalform skriva ett tal som är större än 9,7 och mindre än 9,8?

Här är några alternativa förslag till lösning på problemet:

Det blev ingen tvåa.

Det var två ettor eller två treor. Mellan 9,7 och 9,8 finns det ingen tiondel. Tvåan måste antingen ha fått tiden 9,7 s eller 9,8 s och det var antingen två ettor eller två treor.

På biennalen fick vi veta att när samma uppgift – men med andra mätetal – gavs till 26 elever i en fjärdeklass svarade 22 elever att det inte kan ha funnits någon tvåa. De andra fyra menade att tvåan måste ha haft en tid mellan ettans och treans tider men viste inte hur man på matematiskt korrekt skriver detta. Efter diskussion i klassen kunde sedan alla barnen utan undervisning ge något av de ovan förväntade svaren.

När jag ställde samma fråga till en mig närstående icke matematiklärare och till en matematiker av facket fick jag också svaret att det inte fanns någon tvåa. Men när jag frågade matematiklärare på biennalen föreslog de alltid att tvåan hade en tid mellan 9,70 och 9,80 skrivet med två decimaler även om de litet misstänksamt undrade varför jag frågade. Vem har rätt och vem har fel?

I det matematiska problemet är 9,7 och 9,8 bestämda tal med bestämd plats på talaxeln. Men när problemet formuleras som ett problem från den yttre verkligheten blir talen 9,7 och 9,8 istället mätetal med en mätnoggrannhet som är beroende av det mätinstrument man använder.

Ettans och treans tider är endast angivna i tiondels sekund. Som nämnts ovan har man vid en skoltävling säkert inte tillgång till elektronisk tidtagning med möjlighet att ange tider i hundradels sekund som till exempel vid internationella tävlingar i simning, slalom eller längdåkning på skidor. Hade man haft det hade ettans och treans tider kanske angivits att vara 9,70 resp 9,80. Vid slalomtävlingar är det inte ovanligt att två åkare får samma sluttid, får samma placering och får dela på eventuella världscuppoäng och även i simning förekommer det att det kan bli två överst på pallen sedan man slutat att registrera tusendels sekunder som en gång gav Gunnar Larsson segern.

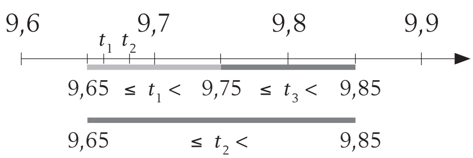
Men är det säkert att tvåan skulle ha haft en tid mellan 9,70 och 9,80 om man kunnat mäta tider i hundradels sekund?

Se även
www.dn.se/DNet/jsp/polopoly.jsp?d=672&a=238305
samt ledaren i detta nummer.

Tvåan kan ha haft tiden 9,68 s.

Är detta möjligt? Ja varför inte? Att segraren fick tiden 9,7 s betyder att tiden t_1 ligger i intervallet $9{,}65\,\text{s} \le t_1 < 9{,}75\,\text{s}$ och treans tid t_3 i intervallet $9{,}75\,\text{s} \le t_3 < 9{,}85\,\text{s}$. Ett tänkbart scenario är således att tvåan i verkligen t ex kunde ha haft tiden 9,68 s och slagen med två hundradels sekund av ettan med tiden 9,66 s – en inte ovanlig tidsskillnad när t ex Anja Pärsson åker slalom – och båda får då tiden 9,7 s och delar förstaplatsen såvida inte målfoto kan skilja dem åt!!

Tvåans tid, t_2, kan alltså ligga i intervallet $9{,}65\,\text{s} \le t_2 < 9{,}85\,\text{s}$ och är således inte säkert ett tal mellan 9,7 och 9,8. På talaxeln kan det då se ut så här:



Vad som är ett korrekt och godtagbart svar på frågan ”Vilken tid tror du tvåan hade?” beror således på om det handlar om tal från den yttre verkligheten, tal i skolans värld eller tal från den matematiska begreppsvärlden .

Att fundera över:

- Vilket av svaren på uppgiften anser du vara mest korrekt?
- Vad vinner eller förlorar man på att översätta ett matematiskt problem till ett problem från elevernas erfarenhets värld? Blir det matematiska problemet alltid lättare att lösa och förstå, eller .?.
- Vilka konsekvenser kan det vid framtida studier föra med sig om man här bortser från eller i vart fall döljer att tiderna är närmevärden och inte exakta tal?

Bengt Anderberg *har varit metodiklektor vid Lärarhögskolan i Stockholm.*