

Problemlösningsmetodik för alla – eller för redan duktiga?

Svante Silvén

Samspelet mellan kunnandet och tänkandet över detta kunnande är komplicerat. Att läraren visar positiv förväntan med relevant uppmuntran är viktig för elevernas framgång i problemlösning i matematik.*

Att tro på elevers förmåga

Det finns pedagogiskt goda problemlösningstrategier i matematik, vilka gör många elever märkbart bättre som problemlösare, medan andra elever inte utvecklas nämnvärt. Finns det faktorer som skulle göra strategierna bättre, både för dem som redan fått behållning och för dem som inte kunnat nås? Vilka faktorer påverkar? Några torde vara:

- Lärarens attityd till eleven.
- Mekanisk undervisning.
- Uppmuntras associationer och idéer, även dem som ej direkt löser problemet?
- Ges beröm för sällan, för ofta?

Elev som tidigt i sin skolgång är duktig får i regel uppmuntran och hamnar i en positiv spiral. Läraren tror på hans eller hennes begåvning och förmedlar sin inställning genom beröm, kroppsspråk m.m.

Men vad händer med en elev som är blockerad eller som löser problem på anorlunda och originellt, men korrekt sätt, som läraren kanske ej förstår, och detta upprepas? Känner sig eleven uppskattad, ”konstig”, svag i matematik, obegåvad? Tycker läraren detsamma? Om läraren har en dylik negativ inställning, så kommer han att förmedla denna till eleven i fråga, åtminstone genom sin mimik, sitt kroppsspråk. Denna elev får en barlast att bära,

icke minst i senare utbildningsstadier, när han skall få utbildning i problemlösningsmetodik. Hur lätt blir det då för eleven att tillgodogöra sig denna undervisning? Risken är stor för att eleven känner att ”Det står still” under förhör eller på skrivningar eller att eleven tänker: ”Så duktig som Niklas kan jag aldrig bli...”. Det gäller då att inspirera eleven att (börja) tro på sin egen förmåga, vilket är mindre lätt. Tålmod, tid och beröm behövs.

Det är centralt att läraren vågar tro på elevens förmåga. Om en elev är blockerad, kan man ju fråga sig om det inte måste finnas en begåvning, stor eller liten, bakom blockeringen: ”Hur kan en hämning uppstå om det inte finns något att hämma?”

Matematik och logik är intimt förbundna. Logik och kreativitet kan med fog anses återspegla mänskliga, naturliga förmågor. Konkreta exempel härpå är skapandet och utvecklandet av redskap och verktyg. I matematik skapar och utvecklar man också redskap och verktyg men på en abstrakt nivå. Bra manuella verktyg tas fram genom test och utprovning. Inom detta område har de flesta tilltro till sin egen förmåga. Väl framställd matematik ger förståelse för teoretiska resonemang. Men inom området problemlösning i matematik ges inte alltid möjligheter till test och utprovning. Därigenom kvarstår eventuellt tvivel på den egna förmågan. Detta tvivel är resultatet av en prägling, som har påbörjats av andra, långt innan problemlös-

Svante Silvén är pensionerad lektor i matematik och fysik vid Sundsta-/Älvkullelegymnasiet i Karlstad och har fortfarande kurser i problemlösning där.

* Denna artikel är en uppföljning av *Hur blev den intelligente en ”dum” elev?* i *Nämnan* 8(1), s 14-17 och i 22(3), s 16-19.

ning i matematik startat. Det är därför viktigt att problemlösning genomförs så att den tjänar både syftet att göra eleverna bättre i matematik och att öka tilltron till den egna förmågan.

Läraren bör alltså tillåta sig att tro på sina elevers förmåga i matematik. Om läraren åtminstone tänker om en, som han tror obegåvad, elev: ”Han (hon) är kanske begåvad, tänker jag så ger jag honom (henne) större möjlighet att bli duktig. Mitt ordval, mitt kroppsspråk förmedlar denna min åsikt och stärker honom (henne)”.

Elever som är ovana vid problemlösning skall uppmuntras: Alla associationer och idéer, som de spontant får, skall välkomnas, även om de inte löser problemet! Tyvärr anses i allmänhet kurser och kursresultat så viktiga att det inte ges tid nog för eleverna att i lugn och ro tänka igenom de kursavsnitt och de uppgifter de inte (helt) förstått. Under en reflektande problemlösning får eleven naturligtvis ibland associationer som ej är relevanta för frågeställningen. Elever skall berömmas om de *vågar* göra misstag i matematik! Otålighet eller bristande beröm från lärarens sida leder kanske till att elevens inställning till ofruktbara associationer blir negativ. Ju mer han (hon) får beröm för *alla* associationer och idéer i ett problem, desto lättare kommer fler sådana och till slut någon eller några idéer som löser problemet i fråga. Mer beröm ger ökad lust och det blir lättare att komma på en lösning. Allom bekant är berömmets betydelse för elevers framgång i studierna. Men det finns de som ej tål beröm eller högst litet av den varan. Bäst för sådana elever är måhända en kort uppmuntran. Allt beröm måste givetvis vara uppriktigt menat, samt ges i en omfattning som är anpassad till eleven!

Tid och humor

Eleven borde få tid nog att komma in i problemlösandet. Mycket tid! Det tar som regel lång tid för oss människor att ändra tanke-mönster. Det är inte lätt för osäkra elever att efterhand få tilltro till sin problemlösningsförmåga, ett av syftena med matematikundervisningen. Det tar tid för eleverna att på egen hand treva sig fram och hitta en lösning på ett problem. De elever som

vill, bör få tid att ”sova på saken”. Tid behövs även för eleverna att komma ifrån vanan att enbart räkna mekaniskt efter mer eller mindre invanda mönster – ”så här räknar man den här typen av uppgifter”.

Förutom tid är lekfullhet och humor viktiga inslag. Jag satt under en datakurs tillsammans med en kreativt lagd lärare, vi var villrådiga om vad vi skulle göra. Han sade: ”Vi trycker på den här knappen, det är nog åt skogen, men det är väldigt kul”. Hans inställning visar på lekfullhet och humor; att prova ett infall bara för att det är skojigt. Denna inställning ger direkt lust inför ett problem: ”att unna sig sina infall”. Nya idéer kommer då lättare. Lekfullhet, humor och avspändhet är naturligtvis intimt förbundna med varandra. Deras betydelse för utveckling av den kreativa förmågan är omvittnad inom många områden och gör att alla idéer, även de ”tokiga” kommer lättare. Dessa senare kanske inte löser det aktuella problemet, men en korrekt lösning dyker upp lättare och tidigare. Dessutom visar erfarenheten att en ”tokig” lösning kan bli elegant. Edward de Bono, upphovsmannen till begreppet lateralt tänkande, hävdar att humor och kreativitet är mycket nära sammankopplade! Att stimulera elevers humor och ”tokiga” associationer under problemlösande rekommenderas alltså varmt!

Framgångsrika problemlösare

Så några ord om hur framgångsrika problemlösare fungerar. Vissa väsentliga drag var kända redan kring sekelskiftet, bl a genom den framstående matematikern Henri Poincaré. Han pekade på tre faser i problemlösningens gång:

- 1) Ett eller flera medvetna, men framgångslösa försök att lösa problemet.
- 2) Problemetets lösning kommer spontant som en blix från klar himmel, oftast följd av förvisning om lösningens riktighet.
- 3) Verifikation och utarbetande av formellt bevis för lösningens korrekthet.

Några kommentarer

1) Problemet kan upplevas som helt olösligt, problemlösaren tycker sig famla i to-

talt mörker och ser ingen lösning alls. Han kanske måste söka länge; dagar, veckor och t.o.m. år (för den som har tid) är inte ovanligt, innan insikten, aha-upplevelsen, kommer spontant.

2) Vad som sker är, i stort sett, att det medvetna förarbetet bereder väg och ger det undermedvetna material att arbeta med. Poincaré påstod att detta medvetna, framgångslösa, förarbete är *nödvändigt* för att "blixten" skall komma. Pauser är viktiga, eftersom det undermedvetna då får tillfällen att ostört bearbeta problemet. Intuitionen synes främst vara knuten till det undermedvetna, som tycks söka sig till det harmoniska, estetiska och enkla vilket ofta ger en (elegant) lösning på problemet. Den spontana lösningen kommer i allmänhet under ett avspänt tillstånd, t.ex. under uppvakningskedet efter en natts sömn.

3) Verifikationen är väsentlig av flera skäl. Det kan inträffa att lösningen är felaktig. Verifikationen ger överblick. Den kan ge impuls till generaliseringar eller till en annan, kanske enklare lösning. Den gör memorering av studerat ämne lättare. Verifikation, sammanställning och renskrivning ger känslan av att man har gjort någonting helt färdigt, vilket gör gott för självförtroendet, detta sista nämnt speciellt med tanke på eleverna.

Slutord

Sammanfattningsvis kan man säga att förutom god problemlösningsmetodik är lärarens positiva attityd till elevens förmåga, tillräckligt med tid, lekfullhet och humor, uppmuntran och avspändhet viktiga ingredienser i tillämpningen av en framgångsrik strategi i problemlösning inom matematik – och snart sagt alla områden.

Jag ber att få rikta ett varmt tack till Universitetslektor Bengt Ulin och i synnerhet till Universitetslektor Börje Arvidsson för många värdefulla synpunkter på innehåll och språk.

Litteratur

de Bono, E. (1992). *Jag har rätt, du har fel*. (I am right, you are wrong). Svenska Dagbladets Förlag. (Se speciellt avsnittet om humor sid. 71 i ka-

pitlet Vårt tanke-system. Hela boken är mycket läsvärd bl.a. med tanke på sitt pedagogiska innehåll.

Poincaré, H. (1959). Matematiskt skapande. I Newman, J.R. (red.) *SIGMA*, band 5, kap. XVIII. Stockholm: Forum.

Eksperimentering med matematikk

Hur kan man arbeta med en upptäckande metod i matematik, där experimentet är centralt? I denna bok beskriver den norske matematikläraren Christoph Kirfel ett antal arbetsområden med experimentet som utgångspunkt. Dessa kan man tämligen enkelt genomföra i sin klass. Det behövs inga svåranskaffade materiel, utan allt kan konstrueras med hjälp av sådant som man lätt kan få tag i med lite händighet. Samtidigt som boken är en samling exempel på arbetsområden i matematik, ger den en beskrivning av ett arbetssätt. Boken innehåller sju kapitel med rubrikerna:

- 1 Periferivinkler
- 2 Pythagoras mølle (Pythagoras' sats)
- 3 Summetoner (Talsummor)
- 4 Geoboard
- 5 Areal og omkrets
- 6 Pantografen (Likformighet)
- 7 Den magiske trekanten (Pascals triangel)

Varje kapitel inleds med en beskrivning av experimentfasen. Materiel och experiment beskrivs i både text och bild. Därefter kommer den matematiska förklaringen i ett teoriavsnitt. Till varje del finns också en större projektuppgift, att arbeta med under en längre tid samt en uppgiftssamling av mer traditionellt slag, med ett antal uppgifter av varierande svårighet. Man kan som lärare både använda sig av projektuppgifter och de andra uppgifterna, eller man kan välja den ena typen.

Övningarna passar bäst för gymnasiet och de sista åren i grundskolan. Men då boken också exemplifierar en metod och ett arbetssätt är den inspirerande för lärare på vilket stadium som helst, även om innehållet i exemplen inte passar yngre elever.

Boken är utgiven i *Caspars matematikk-bibliotek*. De flesta experimenten har tidigare publicerats i *Tangenten*, den norska motsvarigheten till *Nämnan*.

Adress:

1994 Caspar Forlag A/S, 5030 Landås, Norge, ISBN 8-90898-96-7

Redaktionen