

Skolmatematiken

Trots de talrika initiativ som efter fiaskot med "the new math" tagits under de senaste 30 åren i Sverige befinner sig vår skolmatematik i en problematisk situation. Vår internationellt kända matematiker Lennart Carleson gav redan i sin bok "Matematik för vår tid" (1968) värdefulla tips för skolmatematiken.

I den nyligen utkomna antologin "Människor och matematik" skriver han: "Det är synd att problemlösning har försvunnit i så hög utsträckning" och i en debattartikel i Nämnaren 1/2008 konstaterar han att geometri "nästan helt försvunnit". Carleson ställer där fram två principer för gymnasiematematiken: den bör inriktas på användbar matematik och man ska återinföra ren matematik. Såväl i artikeln som i antologin betonar Carleson starkt vikten av att lära sig att tänka logiskt, skapa tankereda och förstå sammanhang, dvs sådant som är väsentliga inslag i en kreativ problemlösning.

I Nämnaren 3/2008 utvecklar Gerd Brandell sin uppfattning om den första av Carlesons två principer, matematikens användbarhet. Det är den som "djupast motiverar ämnets plats i skolan" betonar hon och sätter därvid matematisk modellering i centrum. Hon anför att många exempel från matematikdidaktisk forskning visar att elever inte tränas i modellering, ja att elever ser skolmatematiken som en sluten värld, "där man ska bortse från sitt sunda förnuft och där orimligheter får accepteras".

Jag tror inte att de citerade orden kan gälla särskilt många elever. Det är faktiskt bara hos Carl Gustav Jung som jag – till min stora överraskning – funnit en sådan hållning. Skolan tråkade ut mig, skriver Jung i sin självbiografi och samma erfarenhet gör många av våra elever av matematiken, ett ämne som Jung kände ångest inför. "I synnerhet upprörde mig grundsatsen att om $a = b$ och $b = c$, så är $a = c$, då dock genom definition stod fast att a betecknade något annat än b - - -." Att han blev lika upprörd "när läraren tvärt emot sin egen definition av parallella linjer påstod att de skar varandra i oändligheten" och såg detta som ett "dumt bondfångarknep" kan vi uppfatta som en sund elevreaktion.

Därmed är vi inne på den centrala roll som läraren spelar, speciellt i ämnen som matematik och idrott. Didaktik är konsten att undervisa, heter det i Bra Böckers Lexikon, men hur mycket tar man på allvar i utbildningarna att undervisning är en konstupövning? Den framstående ryska matematikern B W Gnedenko skriver i en uppsats "Min idealföreställning om matematikläraren" att ämnesinnehållet endast i ringa grad erbjuder möjlighet att väcka ungdomlig fantasi. "Just pedagogens arbete står mycket närmare verksamheten hos en skådespelare, en konstnär eller diktare än arbetet i många andra aktade yrken. Läraren står varje dag inför de mest skiftande levande karaktärer och ständigt växlande behov och hållningar. Han måste

varje dag, liksom skulptören, modellera, men med ett material som är mer komplicerat än lera eller sten.”

Goethe framhöll i ett sammanhang att man borde betänka *das Wie* (hur?) mer än *das Was* (vad? dvs innehållet). Ett innehåll, hur bra det än är, står eller faller med lärarens presentation. Läromedlen, som till stor del är skrivna med en fornegyptisk demonstrerande pedagogik, blir en negativ faktor, om läraren inte leder undervisningen med entusiasm och egna grepp.

Självfallet är innehållet viktigt. Alla elever bör få grundkunskaper om de fyra räknesätten, procenträkning och proportionalitet, områden som vi möter ofta i samhället och som bör kunna klaras av inom grundskolans ram. Särskilt i klasserna 6-9 stimuleras eleverna av att lösa praktiska uppgifter av skiftande slag, från proportioner i matlagningsrecept till volymer av cisterner. Den forna realskolan hade intressanta uppgifter av sådant slag, inkluderande aktier och obligationer, men jag beklagar inte att detta ekonomiområde togs bort, eftersom man inför många frågeställningar nuförtiden behöver hjälp av expertis i det enskilda fallet.

Jag är dock inte överens med Gerd Brandell om att användbarheten bör ses som den djupaste motiveringen för skolmatematiken. Visst är kunskaper i tillämplig matematik oombärliga i en rad utbildningar, men allra viktigast i de högre årskurserna är övning i kreativt och logiskt tänkande. I den förut nämnda antologin framhåller Carleson vikten av den ”logiska delen av geometrin”. Därvid spelar ”*das Wie*” en avgörande roll. Den euklidiska geometrin passar faktiskt mycket väl in i årskurserna 6-10, under förutsättning att läraren undervisar på ett kreativt och sakkunnigt sätt. Geometrisk konstruktionsuppgifter med passare och linjal erbjuder ett härligt problemområde, där både fantasi, erfarenhet och logisk förmåga tillgodoses. Och varför skulle inte det reella talsystemet och infinitesimalkalkylen fungera? Min erfarenhet är att eleverna kan bli fascinerade av Cantors undersökningar rörande mäktigheten hos mängderna av naturliga tal, rationella tal och (som kulmen) reella tal. Derivata kan introduceras med spännande frågeställningar rörande begreppet hastighet, gärna belyst med klassiska paradoxer, och konstruktionen av Riemanns integral är som ett sinnrikt katedralsbygge, om den inte förfuskas utifrån area.

Tyvärr tycks en seglivad tröghet hindra förnyelse av skolmatematiken. Visst bör kombinatoriken få större utrymme; den passar utmärkt som övningsfält i 15-16-årsåldern. Men varför kan man inte sätta igång en satsning boolesk algebra och projektiv geometri, två områden som borde vara värdefulla och elevvänliga inte enbart i waldorfskolan? Boolesk algebra erbjuder en omfattande integration av historia, mängdlära, logik, elektriska nät och

axiomatik. Den har en bred palett av problemlösning från mycket åskådliga Venn-diagram till abstrakt tillämpning av axiom och den uppvisar användbarhet på en rad områden.

I projektiv geometri blir Jungs upprördhet över skärning hos parallella linjer sublimerad till en fascination över de oändligt avlägsna element som introduceras och som leder fram till en enhetlig geometri, vackert präglad av dualiteter och polariteter. Även denna gren av matematiken ger möjlighet till

integration: av historia, konst, teknik och axiomatik. Och i likhet med boolesk algebra spänner problemlösningen över ett rikt övningsfält, från mycket åskådlig konstruktion till användning av axiom.

På båda dessa fält tillmötesgår man Carlesons rekommendation att eleverna ska få vara med om uppbyggnaden av en teori och (med citat från Gerd Brandell) ”med ganska liten förberedelse komma fram till intressanta resultat och bevisa satser som inte uppfattas som självklara eller där beviset blir för oöverskådligt”. Läraren bygger i själva verket upp de två områdena från gräsrotsnivå och eleverna behöver inte lida av kunskapsluckor som fallet är inom områden som algebra och funktionslära. Problemlösning, definitioner, begreppsbildning och införande av axiom går hand i hand, en syntes som är särskilt fruktbar under det sista skolåret.

Jag vill rekommendera att Carlesons princip nr 2, den om tänkandets utveckling, får gälla samtliga elever i skolan under alla skolår, medan områden av tillämpad matematik kan fokuseras på olika program och åldersstadier.

Det finns ingen bättre användning av skolmatematiken än att den utvecklar kreativitet och logisk förmåga och bidrar till att eleverna kan ha tillit till sitt eget tänkande.

Litteratur

O Helenius / K Wallby (red) *Människor och matematik – läsebok för nyfikna*,
NCM 2008

B Ulin, Mer *matematik* i skolmatematiken! (Kap 11 i boken *Matematikdidaktik - ett nordiskt perspektiv*, red B Grevholm, Studentlitteratur 2001

Bengt Ulin