

”Vofför gör di på detta viset?”

Så skulle mina elever på mellanstadiet säga om jag visat de fem olika beräkningsstrategierna som presenterades i Per- Olof Benthleys artikel i Nämnaren nr 1/09. Det gällde uträkningar med tvåsiffriga heltal i addition och subtraktion.

Själv skulle jag absolut ha förordat de gamla standardalgoritmerna om jag inte visste att elever har förmågan att räkna ut på både enklare och säkrare sätt med metoden **skriftlig huvudräkning**.

Addition

Om talen är tvåsiffriga är den enklaste tankegången tiotalen plus entalen, som skrivs i ett mellanled som visar hur man tänker:

Exempel: $37 + 16 = 40 + 13 = 53$

Elever som kan hålla mellanledet i huvudet ser direkt att summan är 53.

Detta kan tyckas enkelt, men det krävs förkunskaper som inte alla elever har, varken i åk 4 eller i åk 8:

- * Det krävs en god **taluppfattning**, att förstå att 37 inte är en trea och sjua - som i algoritmen – utan $30 + 7$
- * Man måste ha goda **tabellkunskaper**, först de enkla (upptill 18) så att man sedan kan generalisera dessa till andra talsorter – eftersom $7 + 6 = 13$, så är $70 + 60 = 130$, $0,7 + 0,6 = 1,3$ osv.
Det bör läggas mycket tid och tålamod på effektiv och systematisk inläring och träning tills tabellerna ”sitter i ryggmärgen”. Då kan tankekraft och tid ägnas åt andra matematiska moment. Detta gäller inte minst de långsamt räknande (”svaga”) eleverna.
- * Man måste förstå hur man använder det viktigaste tecknet i matematik, nämligen **likhetstecknet**. Det är det tecknet som gör det möjligt att *förenkla* en beräkning.

När eleven har dessa förkunskaper dröjer det inte länge förrän de kan fortsätta med flersiffriga tal, både med heltal och decimaltal:

Exempel: $378 + 395 = 600 + 160 + 13 = 773$

$37,8 + 39,5 = 60 + 16 + 1,3 = 77,3$

I en klass där eleverna får diskutera, förklara och redovisa *muntligt* sina tankegångar, kan andra mellanled göra att eleverna hittar en enklare - och därmed säkrare - väg till svaret:

$378 + 395 = 373 + 400 = 773$ 5 ental flyttas över från den första termen

$37,8 + 39,5 = 37,3 + 40 = 77,3$ 5 tiondelar flyttas över från den första term

Subtraktion

När eleverna har fått vanan att i addition titta på talen, jämföra dem och tänka ut ett mellanled där man använder likhetstecknet på rätt sätt, är det dags att fundera över hur man kan lösa subtraktioner.

Förutom en god taluppfattning och tabellkunskaper (utantillinlärda) måste man förstå räknesättet - att subtraktion är att se ”vad som är kvar”, men också att se ”skillnaden” mellan två tal. Elever som har en god taluppfattning skulle aldrig få $51 - 49$ till 18. Det ”ser” man ju att skillnaden mellan talen är 2! Om en elev inte ser det, utan försöker att lösa det mekaniskt med algoritm eller mellanledet $10 + 8 = 18$, då måste man nog gå tillbaks till att bygga upp elevens taluppfattning och förståelse för minustecknet, för 1–9 kan aldrig bli 8.

Grundprincipen i alla räkneseätt är att räkna varje talsort för sig och att börja med den största talsorten. Då är man också nära överslagsräkning.

Exempel: $67 - 24 = 40 + 3 = 43$
eller $67 - 24 = 43$

Eleverna tittar på talen och ser här att man kan hålla mellanledet i huvudet eftersom det inte innebär någon tiotalsovergång. Vill man vara riktigt säker kontrollerar man med plus, $43 + 24 = 67$.

Om beräkningen däremot innebär en tiotalsovergång blir det en utmaning för eleverna att skriva ett mellanled. Innan jag själv visste hur jag skulle "lära ut" mellanledet bad jag mina elever att skriva så många mellanled de kunde komma på till uppgiften $64 - 27$ och sedan förklara hur de tänkte. Så här blev resultatet:

$$\begin{aligned} 65 - 27 &= 40 - 2 = 38 \\ &= 68 - 30 = 38 \\ &= 60 - 22 = 38 \\ &= 3 + 35 = 38 \\ &= 65 - 30 + 3 = 38 \\ &= 65 - 25 - 2 = 40 - 2 = 38 \end{aligned}$$

Det blev en lång lektion med mycket "pratmatte" när eleverna skulle förklara sina tankegångar. Och också diskussion om för- och nackdelar. Samtliga mina 29 elever kom fram till att den första lösningen var både enklast och säkrast. Själv hade jag föreslagit den sista lösningen, men blev nedröstad för att jag krånglade till det.

Det var ingen elev som ansåg att $5 - 7$ är samma sak som $7 - 5$. Trots att vi inte hade talat om negativa tal, så fanns tanken där hos eleverna.

Den fjärde lösningen, *utfyllnad* från 27 till 65, var inte fel, men alldeles för omständlig.

Men om talen är *nära* varandra, till exempel $401 - 397$, då är utfyllnadstanken från 397 till 401 den bästa, $3 + 1 = 4$.

Hur mellanledet ser ut beror på uppgiftens utseende och elevens egna tankar. Det blir nästan en sport att hitta de enklaste lösningarna:

Exempel: $5003 - 2008 = 3000 - 5 = 2995$
 $567 - 398 = 569 - 400 = 169$
 $87,5 - 79,7 = 0,3 + 0,5 = 0,8$

Att jag krånglade till det fick jag också veta när jag visade hur man subtraherar tal i bråkform, nämligen den konventionella metoden att först omvandla den första termen så att "det går" att subtrahera.

Exempel: $8 \frac{1}{7} - 3 \frac{5}{7} = 7 \frac{8}{7} - 3 \frac{5}{7} = 4 \frac{3}{7}$

Varför krånglar du till det? sa mina elever. Du kan ju göra så här:

$$8 \frac{1}{7} - 3 \frac{5}{7} = 5 - \frac{4}{7} = 4 \frac{3}{7}$$

Som i alla beräkningar är förkunskapen att ha en god taluppfattning, i det här fallet att veta att $1 \text{ hel} = \frac{7}{7}$.

Tidsberäkningar som är svåra att klara i en standardalgoritm kan också lösas säkrare med skriftlig huvudräkning om man vet att det går 60 min på en timme:

Exempel: $5 \text{ h } 25 \text{ min} - 3 \text{ h } 40 \text{ min} = 2 \text{ h} - 15 \text{ min} = 1 \text{ h } 45 \text{ min}$

Mellanledet (förenklingsledet)

Om man bygger upp den skriftliga huvudräkningen från grunden med de viktiga förkunskaper som behövs kan eleverna själva utforska olika möjligheter att lösa numeriska uppgifter.

Mellanledet förenklar uträkningen med hjälp av likhetstecknet, det tvingar till tankereda och logik. Eleven - och läraren - ser elevens tankar och kan komplettera eller rätta till vid behov. Eleven stimuleras till ett aktivt, flexibelt tänkande eftersom lösningarna kan se ut på olika sätt beroende på uppgiftens utseende och elevens kreativitet. Mellanledet kan vara ett stöd för minnet, men kan också utelämnas om eleven känner säkerhet i sina tankar.

En flicka i åk 3 gjorde först en egen textuppgift, tecknade uppgiften och räknade ut så här:

$$798 - 184 = 600 + 10 + 4 = 614$$

En annan flicka i klassen löste sin uppgift så här: $748 - 129 - 129 = 500 - 10 = 490$

Förmåga i huvudräkning följer med metoden, som dessutom tillåter att man kan ha flera termer i en subtraktion. (Exemplen är hämtade ur *Metodbok - elevernas textuppgifter*)

Alla räknesätt

Multiplikation och division går också bra att på olika sätt förenkla i ett (eller flera) mellanled.

En elev på lågstadiet skulle lösa divisionen $298/2$. Hon hade varken hört talas om liggande stolen eller kort division, så hon tänkte "varje talsort för sig": $298/2 = 100 + 45 + 4 = 149$.

När eleverna har tabellkunskaperna och förstår sambanden mellan räknesätten kan de så småningom komma fram till förenklingar genom att dela upp i faktorer, förkorta eller förlänga uttrycken.

Eleverna försöker alltid hitta den enklaste lösningen, vilket ledde till att en av mina elever löste multiplikationen $7 \cdot 6789$ som en "vågrät" algoritm (med minnessiffror) i stället för att räkna varje talsort för sig. "Kort" multiplikation kallade han det för, motsvarigheten till kort division.

Även "svaga" elever gynnas med metoden

Många lärare som arbetar med skriftlig huvudräkning har berättat hur metoden har påverkat eleverna. "När de får lösa uppgiften stegvis gör det att de ser sina tankar och vet vad de gör". "De som har svårt för att lära sig utantill, förstår nu vad de gör, de behöver inte hålla reda på vad minnessiffran i uppställningen står för och var den ska sättas", sa en lärare. En annan lärare tyckte att elever som i åk 3 hade problem med matte klarade huvudräkningen utmärkt.

Språkets betydelse

Det talade språket har stor betydelse för att få förståelse för matematiska begrepp och samband. Skriftlig huvudräkning uppmuntrar till muntliga resonemang och redovisningar. Så här berättade en lärare: "Under terminens gång har jag märkt att mina tysta och svaga elever har börjat prata matematik på lektionerna. Många gånger har de varit mycket klurigare och kommit med många fler alternativ till lösningar än de duktigare eleverna. Alla tycker att matematik är roligt och alla vill berätta hur de tänkte".

Redan vid den första matematikbiennalen 1980 påstod matematikprofessorn Tord Ganelius att "det räknas alldeles för mycket och pratas alldeles för lite på matematiklektionerna". Om man utgår från att han menade att det pratas alldeles för lite matematik så ger alla resultat från undersökningar som redovisats Tord Ganelius helt rätt och det med råde. "Sätt igång och räkna" är ingen ovanlig uppmaning på mattelektionen.

Var finns den gemensamma genomgången av ett nytt moment i till exempel geometri - för att få förståelsen innan man börjar räkna? Var finns diskussionen, frågorna, förklaringarna med hela 3

klassen eller gruppen samlad? Som lärare måste man vara lyhörd för elevernas tankar så att man vet vad som brister eller behöver rättas till. Samtidigt kan eleverna lära sig mycket av varandra vid samtalen.

Elever som *förstår* de matematiska begreppen, sambanden och kan utnyttja räknelagarna får tilltro till den egna förmågan och lusten att lära mera ökar.

Referenser

Rockström, B. (2000) *Skriftlig huvudräkning*
Metodbok. Bonnier Utbildning

Rockström, B. (2007) *Elevernas textuppgifter*
Metodbok. Bonnier Utbildning

Rockström, B. *Träningshäften Skriftlig huvud-*
räkning. Bonnier Utbildning

Rockström, B. *Matteboken åk 1-6* lär ut skriftlig
huvudräkning från början. Bonnier Utbildning

Unenge, J (1985) *Matematikdidaktik för klasslärare*.
Lund: Studentlitteratur.